Analyse og syntese

16.1 Analyse og syntese

Kalkylen

- En kalkyle i logikk — sekventkalkyle
- Tre med binære forgreninger og sekventer ved nodene
- Sekventen vi skal undersøke — i rotnoden
- Aksiomer — i løvnoder

Sekventer: Endelig mengde formler

Aksiom: Både en litteral og dens negasjon

Regler:

Konnektiver	$\dfrac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\dfrac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
Kvantorer	$\dfrac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\dfrac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

En kalkyle — to tolkninger

Analyse: Starter med sammensatt uttrykk som brytes ned

Syntese: Starter med mange enkle deler som bygges opp

	Analyse	Syntese
Tolking	Falsifikasjon	Gyldighet
Retning	Nedenfra	Ovenfra
Sekvent	Konjunktiv	Disjunktiv
Forgrening	Disjunktiv	Konjunktiv

Over til detaljer

Analyse

- Prøver å falsifisere samtlige formler i en sekvent
- Et aksiom lar seg ikke falsifisere
- Reglene —

$\dfrac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G}$	$\dfrac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G}$
$\dfrac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx}$	$\dfrac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx}$

- Konnektiver — falsifikasjonen sprer seg oppover
- Sekvent-konjunktiv , forgrening-disjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Analysen vellykket — fins grein uten aksiom
- Ved analysen tar vi vekk $\wedge \vee \forall$, mens $\exists$ og litteraler blir bevart

Fair analyse

- Med kvantorer kan vi risikere uendelige analysetrær

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cdots\cdots}{\exists x.\forall y.F(x,y), \forall y.F(c,y), F(a,b), F(b,c)}}{\exists x.\forall y.F(x,y), F(a,b), F(b,c)}}{\exists x.\forall y.F(x,y), \forall y.F(b,y), F(a,b)}}{\exists x.\forall y.F(x,y), F(a,b)}}{\cfrac{\exists x.\forall y.F(x,y), \forall y.F(a,y)}{\exists x.\forall y.F(x,y)}}$$

- Vi får dette med $\exists\forall$ eller med $\exists$ sammen med funksjonssymboler i språket
- Vi vet hvordan vi skal få til en fair prosess — alt som kan analyseres blir før eller senere analysert
- Gitt en sekvent — vi kan konstruere et fair analysetre over sekventen

Syntese

- Prøver å gjøre sekventene gyldige
- Et aksiom er gyldig
- Reglene —

$$\begin{array}{c|c} \dfrac{\Gamma, F \quad \Gamma, G}{\Gamma, F \wedge G} & \dfrac{\Gamma, F, G}{\Gamma, F \vee G} \\ \hline \dfrac{\Gamma, Fa}{\Gamma, \forall x.Fx} & \dfrac{\Gamma, Ft, \exists x.Fx}{\Gamma, \exists x.Fx} \end{array}$$

- Konnektiver — gyldighet sprer seg nedover
- Sekvent-disjunktiv , forgrening-konjunktiv
- Kvantorer — a ny variabel, $\exists x.Fx$ gjentas
- Syntesen vellykket — alle greiner inneholder aksiom