Fullstendighet og ufullstendighet

Oppgave 18.1

Finn en modell som falsifiserer følgende formler ved å benytte sekventkalkyle.

(a) $(A \wedge B) \to (C \wedge D)$

(b) $\exists x(P(x)) \to \forall x(P(x))$

(c) $\forall x(P(x)) \wedge \forall x(Q(x))$

(d) $(A \to A) \to (A \wedge \neg A)$

Oppgave 18.2

Avgjør om følgende formler er gyldige ved sekventkalkyle

(a) $a = b$

(b) $a = b \to (f(a) = f(b))$

(c) $(a = b \wedge b = c) \to (a = c)$

Oppgave 18.3

Husk at man kan simulere DFA'er med første ordens logikk. Avgjør ved bruk av sekventkalkyle hvorvidt maskinen beskrevet under askepterer ordet aa.

	q_0	q_1
a	q_1	q_0

Starttilstand og akseptert tilstand er q_0.

Oppgave 18.4

Vis ved induskjon at $\wedge$ -og $\vee$-reglene i en ensidig sekventkalkyle bevarer gyldighet i proposisjonslogikk.

Oppgave 18.5

La $\mathcal{P}$ være den minste mengden termer slik at

1. $p_i \in \mathcal{P}$, for $i \in \mathbb{N}$
2. Dersom $t \in \mathcal{P}$ og $t' \in \mathcal{P}$, så vil $(t \wedge t') \in \mathcal{P}$
3. Dersom $t \in \mathcal{P}$ og $t' \in \mathcal{P}$, så vil $(t \vee t') \in \mathcal{P}$

Vis ved induksjon at alle formler i $\mathcal{P}$ kan utledes hvis og bare hvis de er gyldige.