

INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 19: Databaser 1



UiO : **Institutt for informatikk**

Sist oppdatert: 2012-05-02 14:20

19.1 Oppsummering

Logikk i et nøtteskall:

- Signatur: Symboler, syntaks
- Tolkning: Sannhet, gyldighet, konsekvens
- Kalkyle: Deduksjon, bevis

Overført til databaser:

- Signatur = databaseskjema
 - åpen formel = spørring
 - $\forall x(\text{spørring} \rightarrow \text{spørring}) = \text{“constraint”}$
- Tolkning:
 - Instans (dvs data) = modell
 - Sannhet av åpen formel = svar på spørring
- Kalkyle: Ingen i det generelle tilfellet!

19.2 Relasjonsmodellen

Skjema

Vi antar følgende som gitt:

- En tellbar uendelig mengde konstanter **dom**
- En tellbar uendelig mengde relasjons-symboler
- En tellbar uendelig mengde attributt-symboler
- En funksjon **sort** som mapper hvert relasjonssymbol til en mengde attributter

Hvis $\text{sort}(R) = U = \{A_1, \dots, A_n\}$ kan vi skrive

- $R[U]$
- $R[A_1, \dots, A_n]$

Definisjon 19.1

Et skjema er en endelig mengde $R_1[U_1], \dots, R_n[U_n]$

Instanser

La R ha aritet n :

- n -tupel: $\langle t_1, \dots, t_n \rangle$, hver $t_i \in \mathbf{dom}$
- Relasjon over R : mengde n -tupler

Definisjon 19.2

En instans $I(R)$ over R er relasjon over R . En instans over et skjema er gitt ved en instans over hvert av skjemaets relasjonssymboler

Konjunktive spørringer

Gitt en tellbar mengde av variable Var :

- Åpent tuppel: tuppel som kan inneholde variable i tillegg til konstanter
- Atom: $R(u)$, u åpent tuppel
- $FV(R(u))$: mengden av variable i u

Formler over et relasjonsskjema:

- Et atom er en formel
- $\varphi \wedge \psi$ formel hvis φ, ψ er formler
 - $FV(\varphi \wedge \psi) = FV(\varphi) \cup FV(\psi)$
- $\exists x \varphi$ formel hvis φ er formel
 - $FV(\exists x \varphi) = FV(\varphi) \setminus \{x\}$

Konjunktive spørringer

Definisjon 19.3

En spørring i den konjunktive kalkylen er et uttrykk på formen

$$\{\mathbf{u} \mid \varphi\}$$

der

- $\mathbf{u} = \langle e_1, \dots, e_n \rangle$ er fritt tuppel
- $FV(\mathbf{u}) = FV(\varphi)$

Valuasjoner

Definisjon 19.4

En valuasjon over $V \subseteq \text{Var}$ er funksjon

$$\nu : V \rightarrow \text{Var}$$

\mathbf{I} oppfyller φ under ν , $\mathbf{I} \models \varphi[\nu]$, hvis

- $\varphi = R(\mathbf{u})$ og $\nu(\mathbf{u}) \in \mathbf{I}(R)$
- $\varphi = \psi \wedge \xi$, og $\mathbf{I} \models \psi[\nu|_{FV(\psi)}]$ og $\mathbf{I} \models \xi[\nu|_{FV(\xi)}]$
- $\varphi = \exists x\psi$ og for en $c \in \mathbf{dom}$, $\mathbf{I} \models \psi[\nu \cup \{x/c\}]$

der ν er valuasjon over $FV(\varphi)$.

Bilde og ekvivalens

La $q = \{u \mid \varphi\}$ og $q' = \{u' \mid \varphi'\}$.

Definisjon 19.5

$q(\mathbf{I}) = \{\nu(u) \mid \mathbf{I} \models \varphi[\nu] \text{ og } \nu \text{ evaluasjon over } FV(\varphi)\}$

Definisjon 19.6

q er inneholdt i q' , $q \subseteq q'$, hvis

- $FV(q) = FV(q')$
- $q(\mathbf{I}) \subseteq q'(\mathbf{I})$ for hver \mathbf{I} .

q og q' er ekvivalente hvis $q \subseteq q'$ og $q' \subseteq q$

Merk: Kvantifiserer over endelige modeller

Enkle resultater

Aktivt domene:

- $\text{adom}(\varphi)$: Mengde konstanter i φ
- $\text{adom}(\varphi, \mathbf{I}) = \text{adom}(\varphi) \cup \mathbf{I}$

Teorem 19.7

La q være konjunktiv spørring:

- $\text{adom}(q(\mathbf{I})) \subseteq \text{adom}(q, \mathbf{I})$
- $q(\mathbf{I}) = q(\text{adom}(q(\mathbf{I})))$
- q er monoton: Hvis $\mathbf{I} \subseteq \mathbf{J}$, så $q(\mathbf{I}) \subseteq q(\mathbf{J})$
- q er oppfylldbar: Det finnes en \mathbf{I} slik at $q(\mathbf{I}) \neq \emptyset$

Enkle resultater

Teorem 19.8

En konjunktiv spørring er ekvivalent med en spørring på normalform:

$$\exists x_1, \dots, x_m (R(u_1), \dots, R(u_n))$$

Regelnotsjon for spørring på normalform:

$$\text{ans}(u) \leftarrow R(u_1), \dots, R(u_n)$$

der alle variable i u forekommer i minst en u_i .

Sammensatte spørringer

Et *view* er en presentasjon av et utvalg fra databasen

- Et view kan betraktes som en spørring
- View kan materialiseres, men trenger ikke

Spørringer mot view genererer sammensatte spørringer:

$$S_1(\mathbf{u}_1) \leftarrow B_1$$

$$\vdots$$

$$S_n(\mathbf{u}_n) \leftarrow B_n$$

der S_i kan forekomme i B_j hvis $i < j$.

Teorem 19.9

For enhver sammensatt spørring finnes det en ekvivalent konjunktiv spørring (dvs som gir \mathbf{u}_n som svar).

Sammensatte spørringer

Identitet gir mer uttrykkskraft:

- Merk: Unique Name Assumption! $a = b$ er alltid usann
- Vi kan få inkonsistente spørringer:
 - $\text{ans}(x) \leftarrow R(x), x = a, x = b$
 - Ved transitiv tillukking kan vi lett teste konsistens
 - Hvis konsisten kan likhet elimineres
- Vi kan få resultater som ikke er instanser:
 - $\text{ans}(x, y) \leftarrow R(x), y = z$
 - Krav: En term $y = t$ krever at y er lik en term i i en $R_i(u_i)$

Tablåer

Tablåer er instanser som kan ha forekomster av variable:

- fritt n -tupel: $\langle t_1, \dots, t_n \rangle$, hver $t_i \in \mathbf{dom} \cup \text{Var}$
- *Tablå* $\mathbf{T}(R)$ over R : mengde frie n -tupler over R
- Tablå over et skjema = tablå over hver av skjemaets relasjonssymboler

Definisjon 19.10

En tablåspørring er et par (\mathbf{T}, u) der hver variabel i u forekommer i \mathbf{T} .

- Tablåer er en hendig syntaktisk variant av regel-notasjonen
- I tablåer betraktes spørringer som instanser
- En spørring anvendt på et tablå gir en homomorfi!

Homomorfitheoremet

Gitt $q = (\mathbf{T}, u)$ og $q' = (\mathbf{T}', u')$ over samme skjema.

Definisjon 19.11

En substitusjon Θ er en homomorfi fra q' til q hvis $\theta(\mathbf{T}') \subseteq \mathbf{T}$ og $\theta(u') = u$.

Teorem 19.12

$q \subseteq q'$ hvis det finnes en homomorfi fra q' til q .

Teorem 19.13

$q \subseteq q'$ hvis $u \in q'(\mathbf{T})$.