INF2080 – Logikk og beregninger

Forelesning 21: Vekst

UiO : Institutt for informatikk

Sist oppdatert: 2012-04-16 20:32

21.1 Vekst

Ressurser

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, … — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, . . . — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn
- Rom: Lager brukt

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, ... — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn
- Rom: Lager brukt
- Kompleksitet: funksjon fra størrelse på input til størrelse på ressurser

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, . . . — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn
- Rom: Lager brukt
- Kompleksitet: funksjon fra størrelse på input til størrelse på ressurser
- Funksjon: $\mathcal{N} \to \mathcal{N}$

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, . . . — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn
- Rom: Lager brukt
- Kompleksitet: funksjon fra størrelse på input til størrelse på ressurser
- Funksjon: $\mathcal{N} \to \mathcal{N}$
- Vekst: asymptotisk vekst — ser bort fra starten på funksjonen

Ressurser

- Ressurser — tid, rom, energi, penger, folk, natur, … — brukt i beregning
- Tid: Antall trinn
- Rom: Lager brukt
- Kompleksitet: funksjon fra størrelse på input til størrelse på ressurser
- Funksjon: $\mathcal{N} \to \mathcal{N}$
- Vekst: asymptotisk vekst — ser bort fra starten på funksjonen
- Måler ressursbruk ved veksten av funksjonene

Raskere enn

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) < g(z)$

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) < g(z)$

$f \preceq g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) \leqslant g(z)$

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x.\exists y > x.\forall z > y.f(z) < g(z)$

$f \preceq g$: $\forall x.\exists y > x.\forall z > y.f(z) \leqslant g(z)$

- g vokser raskere enn f : $f \preceq g$

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) < g(z)$

$f \preceq g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) \leqslant g(z)$

- g vokser raskere enn f : $f \preceq g$
- g vokser strikt raskere enn f : $f \prec g$

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x.\exists y > x.\forall z > y.f(z) < g(z)$

$f \preceq g$: $\forall x.\exists y > x.\forall z > y.f(z) \leqslant g(z)$

- g vokser raskere enn $f : f \preceq g$
- g vokser strikt raskere enn $f : f \prec g$
- $f = O(g) : \exists M \in \mathcal{N}.f \preceq M \cdot g$

Raskere enn

- Gitt to funksjoner $f, g : \mathcal{N} \to \mathcal{N}$

$f \prec g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) < g(z)$

$f \preceq g$: $\forall x. \exists y > x. \forall z > y. f(z) \leqslant g(z)$

- g vokser raskere enn f : $f \preceq g$
- g vokser strikt raskere enn f : $f \prec g$
- $f = O(g)$: $\exists M \in \mathcal{N}. f \preceq M \cdot g$

Ser bort fra små argumenter og sammelikner funksjonsverdiene for store argumenter

Eksempler

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec \mathrm{N}$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec \mathrm{N}$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot \mathrm{N} \prec \mathrm{N}^2$

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$
- $N^{1000} \prec 2^N$

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$
- $N^{1000} \prec 2^N$
- $\prec$ er transitiv

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$
- $N^{1000} \prec 2^N$
- $\prec$ er transitiv
- $2 \cdot N^2 = O(3 \cdot N^2)$

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$
- $N^{1000} \prec 2^N$
- $\prec$ er transitiv
- $2 \cdot N^2 = O(3 \cdot N^2)$
- $3 \cdot N^2 = O(2 \cdot N^2)$

Eksempler

- $7 \prec 10$ — konstanten 10 er større enn konstanten 7
- $7 \prec N$ — funksjonen N vokser raskere enn konstanten 7
- $7 \cdot N \prec N^2$
- $N^7 \prec N^8$
- $N^{1000} \prec 2^N$
- $\prec$ er transitiv
- $2 \cdot N^2 = O(3 \cdot N^2)$
- $3 \cdot N^2 = O(2 \cdot N^2)$
- Funksjoner med lik O-verdi danner en ekvivalensklasse

Eksponensiering og logaritmer

Eksponensiering og logaritmer

Forandring: Om veksten av en populasjon er bare avhengig av størrelsen, får vi eksponensiell vekst

Navn: Det er eksponensielt mange ting med navn av en viss lengde

Eksponensiering og logaritmer

Forandring: Om veksten av en populasjon er bare avhengig av størrelsen, får vi eksponensiell vekst

Navn: Det er eksponensielt mange ting med navn av en viss lengde

Her: Navn-eksponensiering viktigst her

Eksponensiering og logaritmer

Forandring: Om veksten av en populasjon er bare avhengig av størrelsen, får vi eksponensiell vekst

Navn: Det er eksponensielt mange ting med navn av en viss lengde

Her: Navn-eksponensiering viktigst her

Alfabet med K symboler, navn av lengde M

Eksponensiering og logaritmer

Forandring: Om veksten av en populasjon er bare avhengig av størrelsen, får vi eksponensiell vekst

Navn: Det er eksponensielt mange ting med navn av en viss lengde

Her: Navn-eksponensiering viktigst her

Alfabet med K symboler, navn av lengde M

Kan navngi K^M ting

Eksponensiering og logaritmer

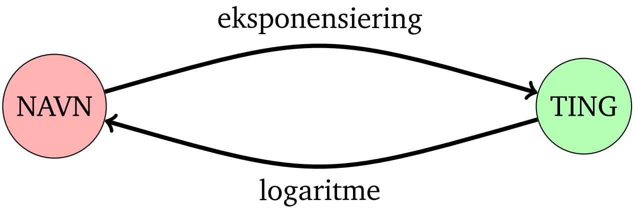
Forandring: Om veksten av en populasjon er bare avhengig av størrelsen, får vi eksponensiell vekst

Navn: Det er eksponensielt mange ting med navn av en viss lengde

Her: Navn-eksponensiering viktigst her

Alfabet med K symboler, navn av lengde M

Kan navngi K^M ting



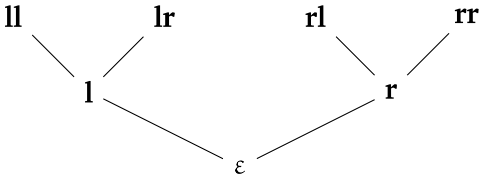
Binære trær

Binære trær

- Binært tre gir navn i alfabetet $\{\mathbf{l}, \mathbf{r}\}$
- Hver node svarer til et ord i alfabetet

Binære trær

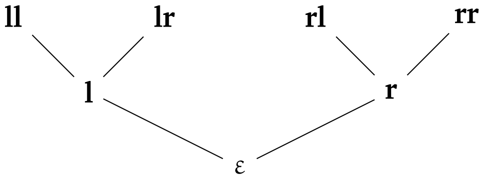
- Binært tre gir navn i alfabetet $\{\mathbf{l}, \mathbf{r}\}$
- Hver node svarer til et ord i alfabetet



-

Binære trær

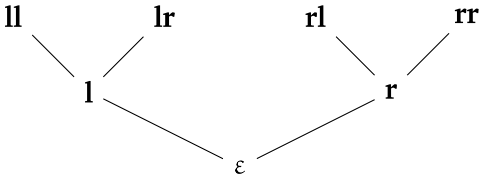
- Binært tre gir navn i alfabetet $\{\mathbf{l}, \mathbf{r}\}$
- Hver node svarer til et ord i alfabetet



-
- logaritmen gir estimat av hvor lange navnene må være for å navngi N ting

Binære trær

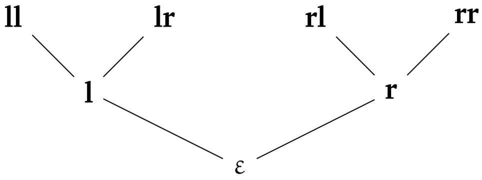
- Binært tre gir navn i alfabetet $\{\mathbf{l}, \mathbf{r}\}$
- Hver node svarer til et ord i alfabetet



-
- logaritmen gir estimat av hvor lange navnene må være for å navngi N ting
- 2-er logaritme for binære trær

Binære trær

- Binært tre gir navn i alfabetet $\{\mathbf{l}, \mathbf{r}\}$
- Hver node svarer til et ord i alfabetet



-
- logaritmen gir estimat av hvor lange navnene må være for å navngi N ting
- 2-er logaritme for binære trær
- 10-er logaritme for trær med 10-er forgrening