

## Store tall og lange bevis

### Oppgave 24.1

Gi en rekursiv definisjon av Knuths pil-notasjon. Du kan bruke  $\uparrow^k$  for  $k$  piler etter hverandre.

### Oppgave 24.2

Bruk tosidig sekventkalkyle med likhet til å vise følgende

1.  $N(ss0)$
2.  $N(+ss0s0)$
3.  $N(es0s0)$
4.  $N(+es0s0e00)$

### Oppgave 24.3

Gi et uformelt bevis (altså uten sekventkalkyle) for  $N_3(ee0e000)$ . Husk at  $esxy = exexy$ .

### Oppgave 24.4

(Vanskelig) Benytt tosidig sekventkalkyle til å bevise at  $\forall xy(Nx \wedge Ny \rightarrow N(+xy))$ . Du kan anta induksjonsaksiomet,  $(P(0) \wedge \forall x(P(x) \rightarrow P(sx))) \rightarrow \forall xP(x)$ , for enhver relasjon  $P$ . Det holdet da å utlede  $P(0) \wedge \forall x(P(x) \rightarrow P(sx))$ . Hint: La  $P(x) = \forall y((N(x) \wedge N(y)) \rightarrow N(+xy))$ , og gjør induksjon på  $x$ .