UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	INF2080 — Logikk og beregninger
Eksamensdag:	28. mai 2014
Tid for eksamen:	14.30 – 18.30
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Gjør dine egne forutsetninger dersom du er i tvil om hvordan oppgaveteksten skal tolkes.

DEL I (Automater, språk og beregnbarhetsteori)

Oppgave 1

Vi ser på automater i alfabetet $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$. I oppgavene under ber vi om at du enten lager en DFA eller viser at en slik DFA kan ikke konstrueres. Vi ser på automater som aksepterer ord

1a

der hver **a** blir umiddelbart etterfulgt av en **b**.

1b

der nest siste tegn er **a**

1c

der vi har fler **a**'er enn **b**'er

1d

der vi har **abba** som delord

1e

der vi har enten start **aa** eller **aaa** , og deretter bare **b**'er

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 2

Vi skal konstruere turing maskiner som arbeider med unære tall. Du skal selv velge formen på input tapen og slutt tapen og hvilke symboler du bruker — en del av oppgaven er å beskrive det på en oversiktlig måte ved for eksempel å bruke regulære uttrykk. Om du er i tvil om noen av begrepene under, gjør din egen definisjon og redegjør for den. Lag turingmaskiner som

2a

adderer to tall

2b

multipliserer to tall

2c

undersøker om et tall er et partall

2d

undersøker om et tall er delelig med et annet

2e

undersøker om et tall er et primtall

DEL II (Kompleksitetsteori)

Oppgave 3

Forklar hva det betyr at et problem er *NP*-komplett. Svar kort.

Språket *SUBSET-SUM* er mengden

$$\{\, \langle S, t\rangle \mid S \subseteq \mathbb{N},\, t \in \mathbb{N} \text{ og det finnes } x_1, \ldots, x_k \in S \text{ slik at } \sum_{i=1}^{k} x_i = t \,\}\ .$$

Språket er kjent fra læreboken. Det er f.eks. slik at

$$\langle \{4, 11, 16, 21, 27, 100, 117\}, 146\rangle \in \textit{SUBSET-SUM}$$

og

$$\langle \{1, 2, 3, 4, 11, 16, 21, 27, 100, 117\}, 217\rangle \in \textit{SUBSET-SUM}$$

siden $4 + 21 + 21 + 100 = 146$ og $100 + 117 = 217$.

I læreboken bevises det at

(1) *SUBSET-SUM* er i *NP*

(Fortsettes på side 3.)

(2) *SAT* $\leq_p$ *SUBSET-SUM*

(3) *SAT* er *NP*-komplett.

Oppgave 4

Forklar kort hvorfor (1) holder.

Oppgave 5

Forklar kort hvorfor det følger av (1), (2) og (3) at *SUBSET-SUM* er *NP*-komplett.

Språket 3*SUBSET-SUM* er mengden

$$\{\, \langle S, t\rangle \mid S \subseteq \mathbb{N} \text{ og det finnes } x_1, x_2, x_3 \in S \text{ slik at } x_1 + x_2 + x_3 = t \,\} \; .$$

Det er f.eks. slik at

$$\langle \{1, 10, 117\}, 12\rangle \in 3\textit{SUBSET-SUM}$$

siden $1 + 1 + 10 = 12$, mens $\langle \{1, 10, 11, 117\}, 13\rangle \notin 3\textit{SUBSET-SUM}$ (det er ikke mulig å legge sammen tre tall i mengden $\{1, 10, 117\}$ og få 13 til svar).

Oppgave 6

Vis at 3*SUBSET-SUM* er i P ved å beskrive en deterministisk turingmaskin som avgjør språket 3*SUBSET-SUM* i polynom tid (forklar hvorfor turningmaskinen beskriver arbeider i polynom tid).

Oppgave 7

Vis at *SUBSET-SUM* $\in$ NSPACE(n).