INF 2310 – 19. april 2017

Segmentering ved terskling

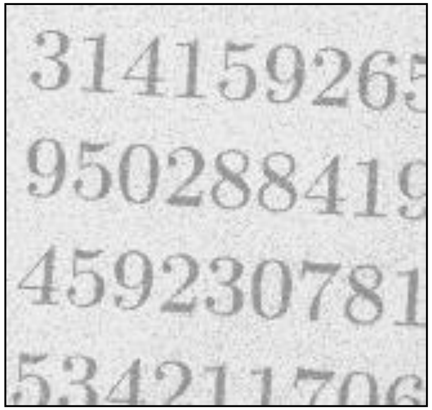
Kap 10.3

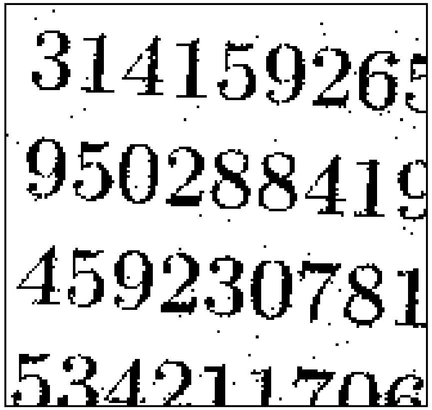
- Global terskling
- Generelle histogramfordelinger og klassifikasjonsfeil
- To populære tersklingsalgoritmer
- Bruken av kanter, og effekten av ”støy” og glatting
- Lokal terskling

Disse notatene er basert på F. Albregtsens segmenteringsnotater fra fjoråret. Originalnotatene fra 2016 inneholder mange interessante detaljer, og de anses som kursorisk pensum!

Hva er segmentering?

- Segmentering er en prosess som deler opp bildet i meningsfulle regioner.
- Segmentering er et av de viktigste elementene i et komplett bildeanalyse-system.
- I segmentering får vi fram regioner og objekter som senere skal beskrives og gjenkjennes.
- I det enkleste tilfellet har vi bare to typer regioner:
  - Forgrunn
  - Bakgrunn





Eksempel:
finne symboler for OCR

Segmenterings-problemer

- Problemet blir banalt hvis vi bare har en objekt-region, og denne er homogen.
- Men vi har som regel flere objekter i bildet.
- Objektene er sjelden helt like, selv om de er av samme type.
- Ofte har vi flere typer/klasser av objekter samtidig.
- Belysningen kan variere over bildet.
- Refleksjon, farge etc. kan variere over objekter i bildet.

Hva og hvor er objektet i dette bildet?

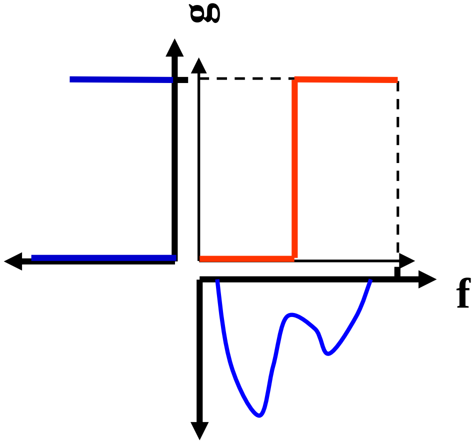
To segmenterings-kategorier

- Vi skiller mellom to kategorier av metoder, basert på hhv. likhet og diskontinuitet mellom pikslene i bildet.

1. Ved terskling og region-basert segmentering får vi fram de pikslene som ligner hverandre.
   Dette gir alle pikslene i objektet.
2. Ved kant-basert segmentering finner vi
   basis-elementer i omrisset til objektene:
   - Kant-punkter, linje-punkter, hjørne-punkter..
   - I neste steg:
     - Tynner brede kanter
     - Lenker punktene sammen

Dagens verktøy: Terskling

- Hvis vi har grunn til å anta at objektene f.eks. er lysere enn bakgrunnen, kan vi sette en terskel T og lage oss et binært ut-bilde g(x,y) ved mappingen:

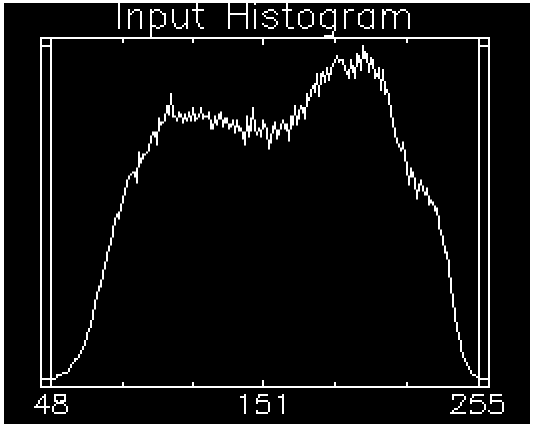


$$\boxed{g(x,y)=\begin{cases}0\,\text{hvis} & f(x,y)\le T\\ 1\,\text{hvis} & f(x,y)>T\end{cases}}$$

- Da har vi fått et ut-bilde g(x,y) med bare to mulige verdier.
- Vi tolker nå piksler med g(x,y)=1 som objekt-piksler.
- Vi har gjort en global pikselvis *klassifikasjon* basert på pikselintensitet alene

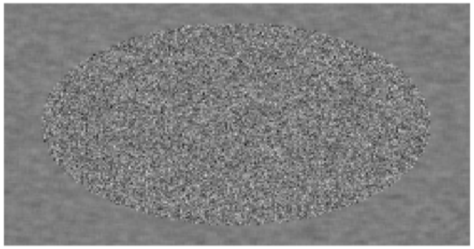
Terskling, eksempel

- Anta at et bilde har to intensitets-områder: forgrunn og bakgrunn.
- Histogrammet vil da vise to topper, gjerne med et "dal-søkk" mellom.
- Avhengig av hvor mye forgrunn vi har i forhold til bakgrunn, kan det hende vi ikke ser to topper.
- *Nøkkelspørsmål: Hvor skal vi legge terskelen?*



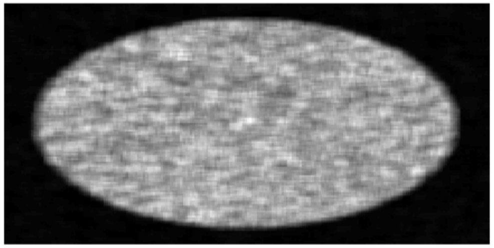
Terskling av egenskapsbilde

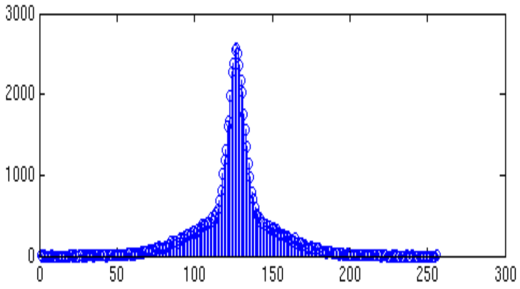
- Terskling er ofte noe som gjøres på et bilde hvor teksturegenskapene til objektene vi er interessert i har blitt fremhevet

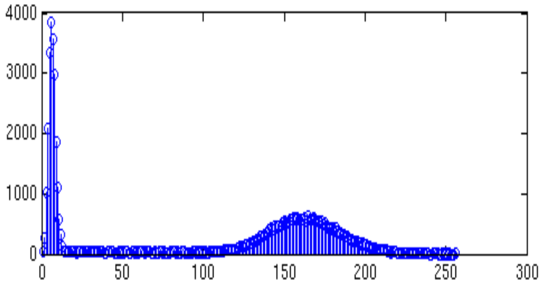


←Original

Fremhevet okjekttekstur→



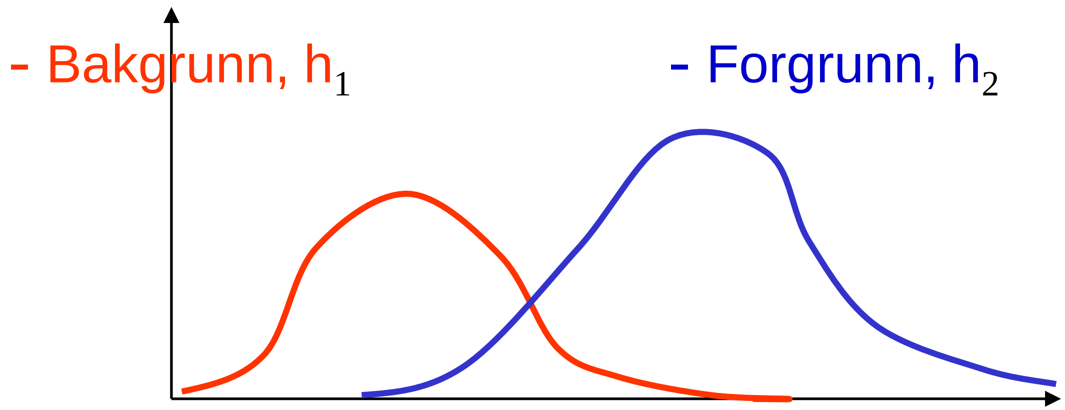




Mer om dette i INF4300!

Klassifikasjon

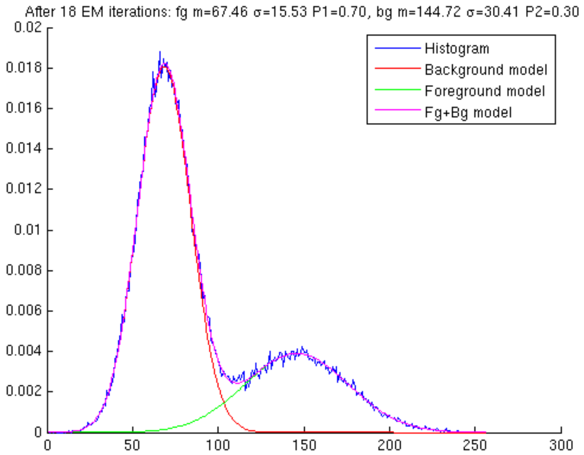
- Anta at vi har histogrammene til bakgrunn og forgrunn hver for seg, henholdsvis h_1 og h_2
  - Histogrammet for hele bildet er da $h=h_1+h_2$
- La oss så klassifisere pikslene *kun basert på gråtone*
  - For hver gråtone må vi bestemme om en slik piksel skal klassifiseres til forgrunn eller bakgrunn
  - Minimerer totalt antall feilklassifiserte piksler om vi velger "forgrunn" for en intensitet "i" om $h_2(i)>h_1(i)$ (**Hvorfor?!**)
  - Da vil antall feilklassifiserte piksler være $\sum_{i=0}^{G-1} \min\{h_1(i),\ h_2(i)\}$



Hadde vi hatt h_1 og h_2, ville altså en "optimal" klassifikator vært trivielt tilgjengelig!

Mulig fremgangsmåte: Finn h_1 og h_2

- Har vi h_1 og h_2 har vi altså alt vi trenger
- En mulig fremgangsmåte kan da være å anta enkle fordelinger for h_1 og h_2, og å finne de parametrene som gir modellhistogrammer som til sammen tilnærmer h best mulig
- Eksempelvis, anta to Gauss-fordelinger og tilpass:



Summen av de to Gauss-kurvene passer rimelig godt til det observerte histogrammet (blå linje)

Piksler med intensitet hvor rødt > grønt blir klassifisert til bakgrunn

En populær algoritme for slik tilpasning kalles expectation-maximization (EM) (Ikke pensum i dette kurset!)

- Vi skal se på forenklede modeller/fremgangsmåter hvor vi finner terskelen(e) direkte

Noen begreper relatert til histogrammer

- La $p_1(i)$ og $p_2(i)$ være ***normaliserte*** bakgrunns- og forgrunns-histogrammer

- La *F* og *B* være ***a priori sannsynlighet*** for bakgrunn og forgrunn (*B+F=1*)

- Det normaliserte histogrammet til bildet kan da skrives

$$p(i) = B \cdot p_1(i) + F \cdot p_2(i)$$

- Vi har selvfølgelig $h = (NM)p$, $h_1 = (NM)Bp_1$ og $h_2 = (NM)Fp_2$

der NM er antall piksler i bildet

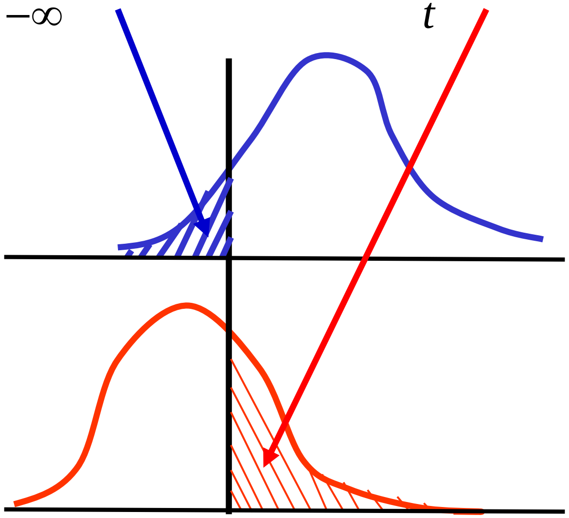
Merk: På noen av notatene er f(i) normalisert forgrunnshistogram, og b(i) normalisert bakgrunnshistogram

Klassifikasjonsfeil ved terskling

- Andelen feilklassifiserte piksler:
  - Andelen forgrunnspiksler klassifisert som bakgrunnspiksler pluss andelen bakgrunnspiksler klassifisert som forgrunn

- For en gitt terskel t:

$$E(t) = F\int_{-\infty}^{t} p_2(z)dz + B\int_{t}^{\infty} p_1(z)dz$$



(Benytter ofte kontinuerlige variable, da våre histogrammodeller ofte er definert for slike, jfr. normalfordelingen)

Finn den T som minimerer feilen

$$E(t) = F\int_{-\infty}^{t} p_2(z)dz + B\int_{t}^{\infty} p_1(z)dz$$

- E(t) vil alltid ha et minimum der kurvene for forgrunns- og bakgrunnshistogrammer krysser hverandre (hvorfor?)
- Kan også sette den deriverte lik 0 og vi får:

VIKTIG!

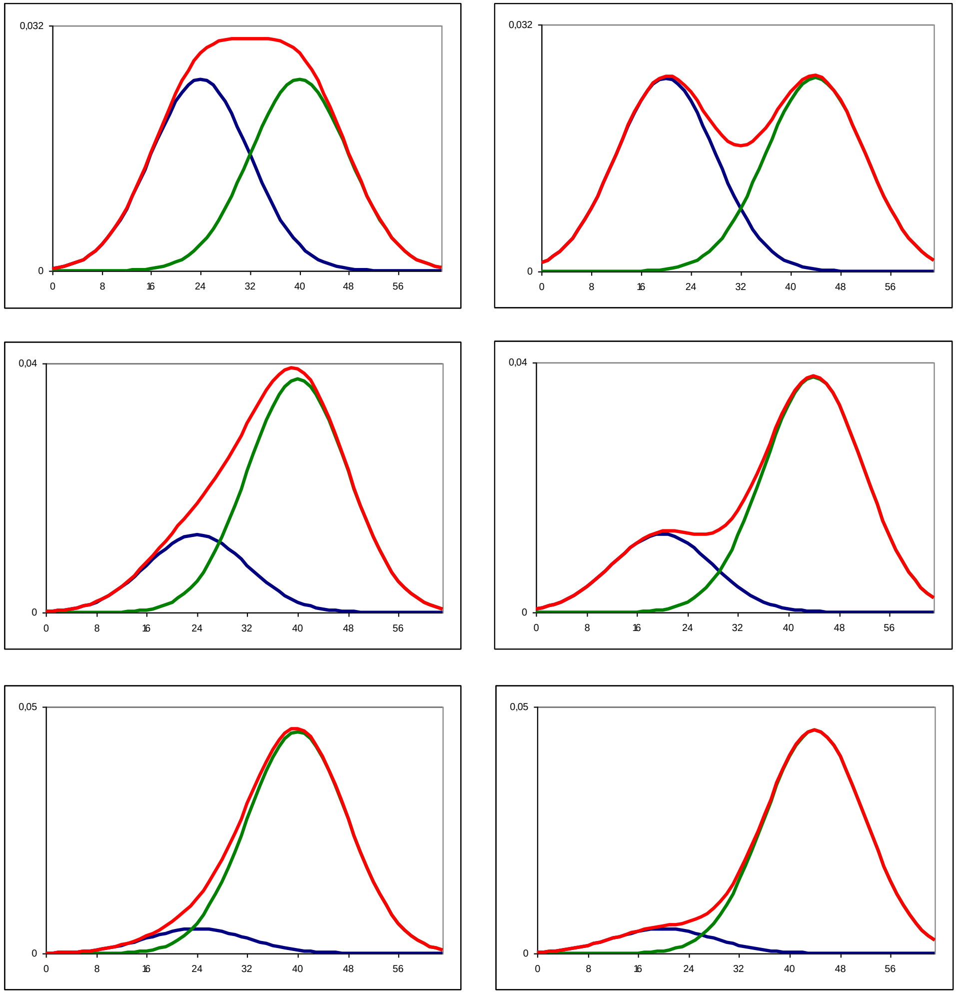
$$\frac{dE(t)}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{F \cdot p_2(t) = B \cdot p_1(t)}$$

- Merk at dette er en generell løsning som gir minst feil.
- Det er ingen restriksjoner mht. fordelingene p_1 og p_2!

Studie av to Gauss-fordelinger

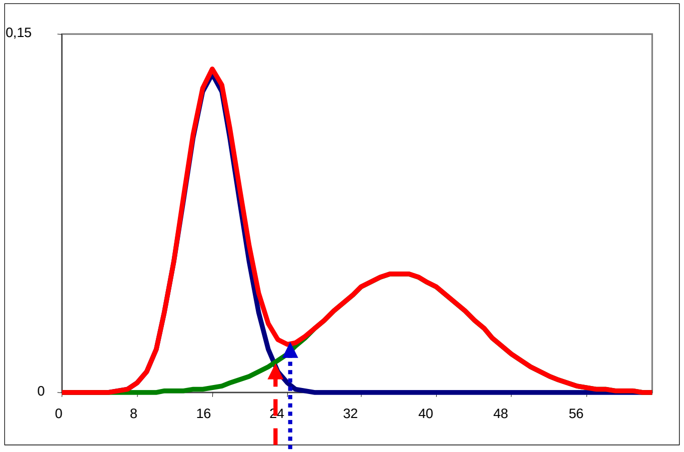
- To Gauss-fordelinger med samme standardavvik, σ.
- D = μ_2-μ_1
- Like a priori sannsynligheter.
- D avgjør om vi ser to topper.
- Ulike a priori sannsynlighet.
- D avgjør om vi ser to topper.
- Veldig ulike sannsynligheter.
- Selv ved stor verdi for D ser vi ikke to topper.

$D=\mu_2-\mu_1=2\sigma$ $\qquad$ $D=\mu_2-\mu_1=3\sigma$

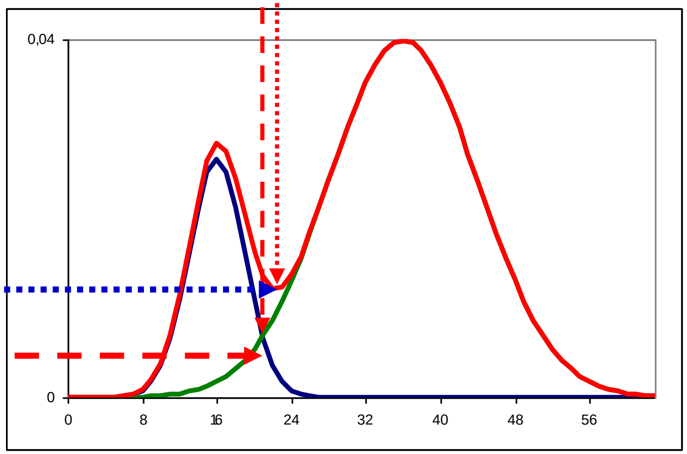


To Gauss-fordelinger II

- Et eksempel:
- To Gauss-fordelinger
  - bakgrunn : $\mu_1 = 16$, $\sigma_1 = 3$
  - forgrunn : $\mu_2 = 36$, $\sigma_2 = 8$
- Normaliserte histogrammer:



- Skalerer med ***a priori*** sannsynligheter, f.eks. $P_1 = 0.2$, $P_2 = 1 - P_1 = 0.8$



- Dette kan forskyve både
  - minimum i bildets histogram
  - skjæringspunktet mellom fordelingene

Terskling av to Gauss-fordelinger

- Anta at bakgrunns- og forgrunns-intensitetene følger hver sin Gauss-fordeling, *b(z)* og *f(z),* slik at det normaliserte histogrammet kan skrives som

$$p(z) = \frac{B}{\sigma_B \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_B)^2}{2\sigma_B{}^2}} + \frac{F}{\sigma_F \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu_F)^2}{2\sigma_F{}^2}}$$

- F og B er a priori sannsynligheter for for- og bakgrunn
- μ_B og μ_F er middelverdiene for bakgrunn og forgrunn.
- σ_B^2 og σ_F^2 er variansen for bakgrunn og forgrunn.

Optimal løsning – to Gauss-fordelinger

- Vi vet at optimal løsning ligger der hvor $\boxed{F \cdot f(T) = B \cdot b(T)}$
- Vi setter inn for *b(z)* og *f(z):*

$$\frac{F}{\sigma_F\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(T-\mu_F)^2}{2\sigma_F{}^2}} = \frac{B}{\sigma_B\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(T-\mu_B)^2}{2\sigma_B{}^2}}$$

- Vi kan stryke √2π og ta logaritmen:

$$\frac{(T-\mu_F)^2}{2\sigma_F^2} - \ln\left(\frac{F}{\sigma_F}\right) = \frac{(T-\mu_B)^2}{2\sigma_B^2} - \ln\left(\frac{B}{\sigma_B}\right)$$

- Dette gir en annengrads-ligning i T:

$$\left(\sigma_B^2 - \sigma_F^2\right)T^2 + 2\left(\mu_B\sigma_F^2 - \mu_F\sigma_B^2\right)T + \sigma_B^2\mu_F^2 - \sigma_F^2\mu_B^2 + 2\sigma_B^2\sigma_F^2\ln\left(\frac{B\sigma_F}{F\sigma_B}\right) = 0$$

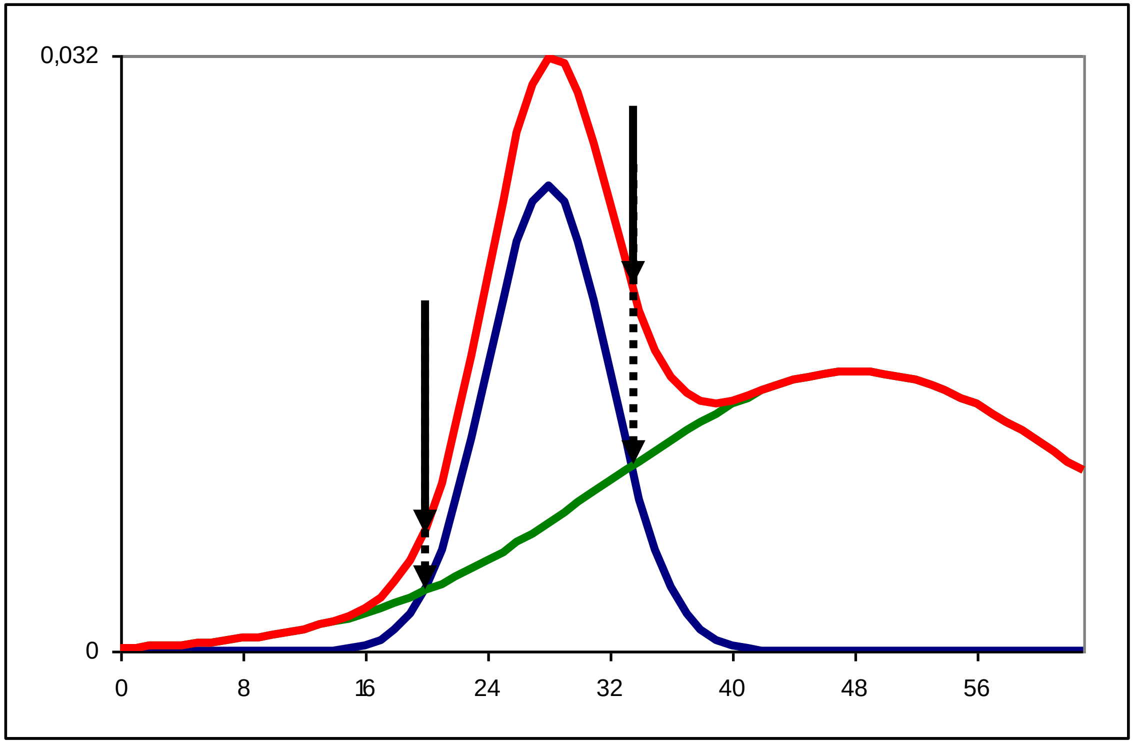
- <u>**Vi kan altså få to løsninger for T.**</u>

To terskler – når kan det skje?

- Hvis standardavvikene i de to Gauss-fordelingene er forskjellige
  - og skjæringspunktene mellom fordelingene
    (skalert med a priori sannsynlighet)
    ligger innenfor gråtoneskalaen i bildet

- En terskelverdi for hvert skjæringspunkt.

- Det er bare <u>mellom</u> de to tersklene at flertallet av pikslene er bakgrunnspiksler!



Hvor ligger optimal terskel?

- Vi har en annengradsligning i T:

$$(\sigma_B^2 - \sigma_F^2)T^2 + 2(\mu_B\sigma_F^2 - \mu_F\sigma_B^2)T + \sigma_B^2\mu_F^2 - \sigma_F^2\mu_B^2 + 2\sigma_B^2\sigma_F^2 \ln\left(\frac{B\sigma_F}{F\sigma_B}\right) = 0$$

- Hvis standard-avvikene i de to fordelingene er like ($\sigma_B = \sigma_F = \sigma > 0$) får vi en enklere ligning:

$$2(\mu_B - \mu_F)T - (\mu_B + \mu_F)(\mu_B - \mu_F) + 2\sigma^2 \ln\left(\frac{B}{F}\right) = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$T = \frac{(\mu_B + \mu_F)}{2} + \frac{\sigma^2}{(\mu_B - \mu_F)} \ln\left(\frac{F}{B}\right)$$

- Hvis a priori sannsynlighetene F og B er omtrent like har vi en veldig enkel løsning:

$$\boxed{T = \frac{(\mu_B + \mu_F)}{2}}$$

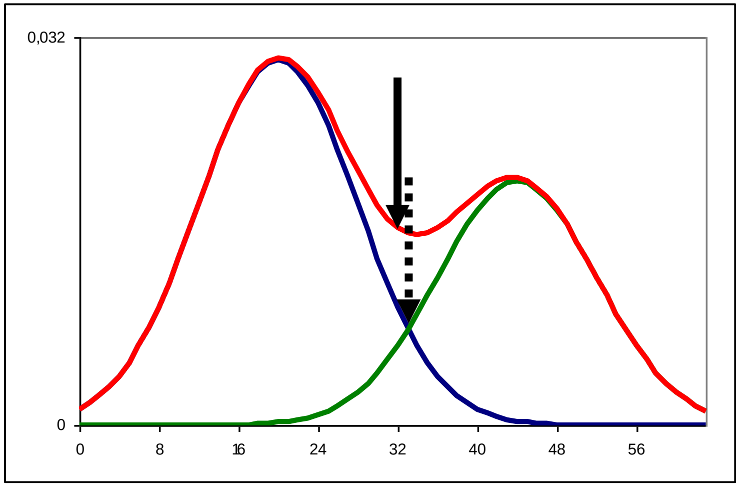
(Jfr Riddler & Calvards metode)

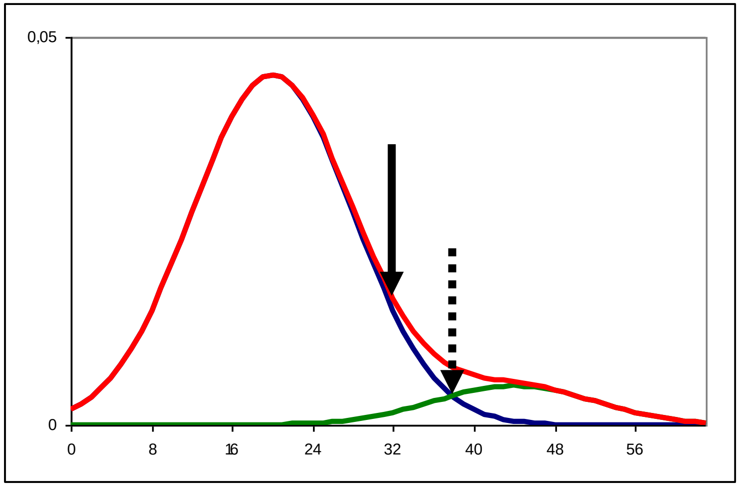
Hvis vi nå bare antar at $P_1 = P_2$ …

- Et lite eksempel:
- For = μ_1 = 20 og μ_2= 44, med $\sigma_1 = \sigma_2 = 8$, så vil

  $T = (\mu_1+\mu_2)/2 = 32$

  være en OK terskel, selv om $P_1 = 0.6 \neq P_2$.





- For $P_1 = 0.9 \neq P_2$ vil feilen bli ganske stor.

Ridler og Calvards metode: en enkel tersklingsalgoritme

- Anta to Gauss-fordelinger med forventninger μ_1 og μ_2, og med $\sigma_1 \approx \sigma_2$, og anta $F \approx B$
- Isteden for å tilpasse denne modellen til histogrammet vårt, kan det gjøres implisitt ved å finne terskelen direkte for en slik modell (som vi nettopp så): $T = (\mu_1+\mu_2)/2$
- Vi kjenner ikke den sanne μ_1 og μ_2 så vi starter med å gjette på en løsning
- Beregn så ny terskel T ved $(\mu_1+\mu_2)/2$
- Basert på denne terskelen, finner vi ny μ_1 og μ_2 som henholdsvis middelverdien til pikslene under og over terskelen
- Gjenta de siste to punktene til den nye terskelen ikke endrer verdi (T konvergerer)

- Dette er en enkel og rask tilnærming til det å finne parametrene μ_1, μ_2, σ_1, σ_2, F og B som gir fordelinger som "passer" histogrammet vårt
  - Husk at vi antar $\sigma_1 \approx \sigma_2$ og $F \approx B$
- Algoritmen beskrives i DIP s. 742 (også kjente under navnet *k-means*)

Otsus metode - motivasjon

- Anta at bildet inneholder to populasjoner av piksler, slik at pikslene innenfor hver populasjon er noenlunde like, mens populasjonene er forskjellige.

- **Målsetting:**

  Let igjennom alle gråtonene, og finn en terskel T slik at hver av de to klassene som oppstår ved tersklingen blir mest mulig homogene, mens de to klassene bli mest mulig forskjellige.

  - Klassene er homogene:
    variansen i hver av de to klassene er minst mulig.
  - Separasjonen mellom klassene er stor:
    avstanden mellom middelverdiene er størst mulig.

Otsus metode – I/II

- For en gitt terskel *t*, la $\sigma_1^2(t)$ og $\sigma_2^2(t)$ være variansen til pikslene i henholdsvis bakgrunn og forgrunn, og $\sigma_B^2(t)$ være (den vektede) variansen til middelverdiene:

$$\sigma_1^2(t) = \sum_{i=0}^{t} \left[i - \mu_1(t)\right]^2 p(i) / P_1(t)$$

$$\sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^{G-1} \left[i - \mu_2(t)\right]^2 p(i) / P_2(t)$$

$$\sigma_B^2(t) = P_1(\mu_1 - \mu)^2 + P_2(\mu_2 - \mu)^2$$

- der P_1 og P_2 er sannsynligheten for bakgrunn og forgrunn (P_1 = antall bakgrunnspiksler/totalt antall piksler i bildet, P_2=1-P_1), og μ er (den totale) middelverdien i bildet

- Otsu foreslår at vi velger t som minimerer

$$\sigma_w^2(t) = P_1\sigma_1^2(t) + P_2\sigma_2^2(t)$$

Otsus metode – II/II

- $\sigma_W^2(t)+\sigma_B^2(t) = \sigma_{Tot}^2$ og er uavhengig av t (altså konstant)
- Å minimerer $\sigma_w^2(t)$ er altså det samme som å maksimere $\sigma_B^2(t)$
- Vi kan altså likeså godt maksimere $\sigma_B^2(t)$ (Ved å prøve alle terskler t)
- Divideres $\sigma_B^2(t)$ med totale variansen får vi et kvantitativt mål på separabilitet:

$$\boxed{\eta(t) = \frac{\sigma_B^2(t)}{\sigma_{Tot}^2}, \quad 0 \le \eta(t) \le 1}$$

Otsus metode; i praksis

- Gitt et NxM pikslers bilde med G gråtoner.
- Finn bildets histogram, h(k), k= 0,1,2,..,G-1.
- Finn bildets normaliserte histogram:

$$p(k) = \frac{h(k)}{MN}\ , \quad k = 0,1,2,\ldots,G-1$$

- Beregn kumulativt normalisert histogram:

$$P_1(k) = \sum_{i=0}^{k} p(i), \quad k = 0,1,2,\ldots,G-1$$

- Beregn kumulativ middelverdi, μ(k):

$$\mu(k) \equiv \sum_{i=0}^{k} i p(i), \quad k = 0,1,2,\ldots,G-1$$

- Beregn global middelverdi, μ:

$$\mu \equiv \sum_{i=0}^{G-1} i p(i)$$

- Beregn variansen mellom klassene, $\sigma_B^2(k)$:

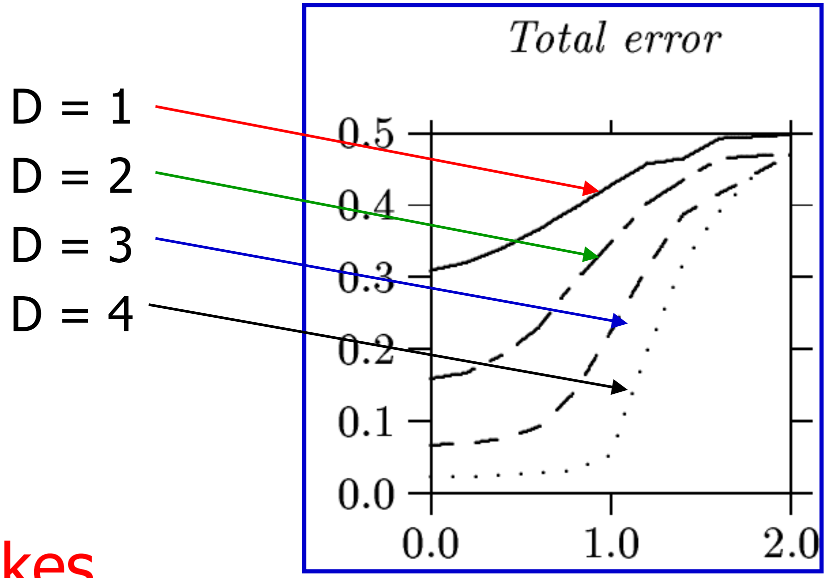
$$\sigma_B^2(t) = \frac{\left[\mu(t) - \mu P_1(t)\right]^2}{P_1(t)(1 - P_1(t))}$$

- Finn terskelen der $\sigma_B^2(k)$ har sitt maksimum.
- Beregn separabilitetsmålet, η(t):

$$\eta(t) = \frac{\sigma_B^2(t)}{\sigma_{Tot}^2}, \quad 0 \le \eta(t) \le 1$$

Effekten av *a priori* sannsynlighet

- Total tersklingsfeil mot $\log_{10}(P_1/P_2)$
  for fire verdier av μ_2-μ_1 = $D\sigma$:



- Feilen øker raskt ved
  $\log_{10}(P_1/P_2) \approx 1$
- => Otsus metode bør bare brukes
  når $0.1 < P_1/P_2 < 10$.
- Det samme gjelder for Ridler & Calvard.

Bruk av kant-informasjon

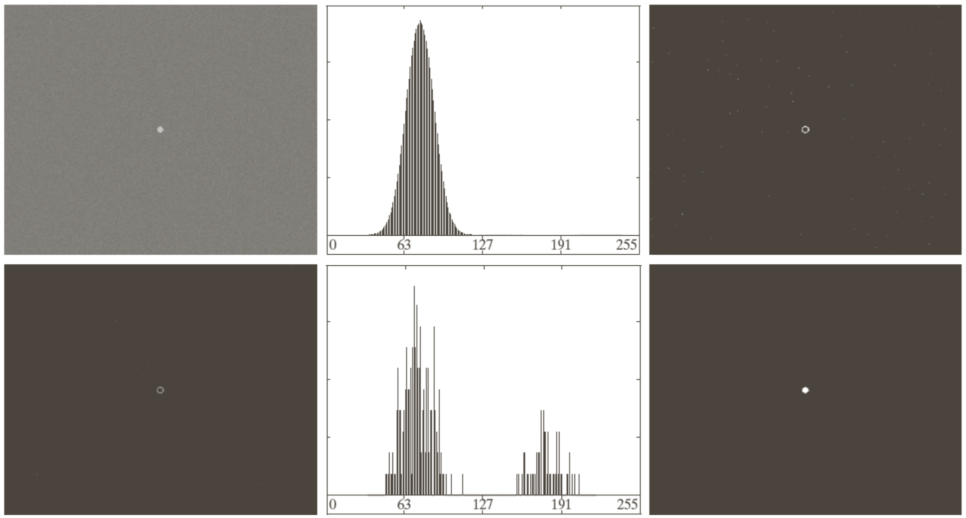
- Hvordan kan vi unngå problemene som følger av at objekt og bakgrunn har ulik *a priori* sannsynlighet?
  - Bruk bare piksler som ligger på eller nær overgangen mellom objekt og bakgrunn.
  - Forholdet mellom a priori sannsynligheter blir da ≈ 1.
- Hvordan gjør vi det?
  - Bruk en gradient-estimator, og terskle resultatet.
  - Bruk en Laplace-operator (nullgjennomgang), og utvid resultatet.
- Dette er egentlig en sirkelslutning:
  - For å forbedre tersklingen av objektet trenger vi objektets omriss.
  - For å avgrense omrisset trenger vi en terskling.

Eksempel I

- Gitt et bilde f(x,y) der objekt-arealet er relativt lite.
- Beregn et kantbilde
  - Enten gradient-magnitude eller absoluttverdi av Laplace.
- Terskle kantbildet med en høy terskel.

  -> "maske-bilde" $G_T(x,y)$
- Finn histogram av

  $f(x,y) \bullet G_T(x,y)$
- Finn optimal terskel med f.eks. Otsu.
- Anvend på f(x,y).
- Nær perfekt resultat.



a b c
d e f

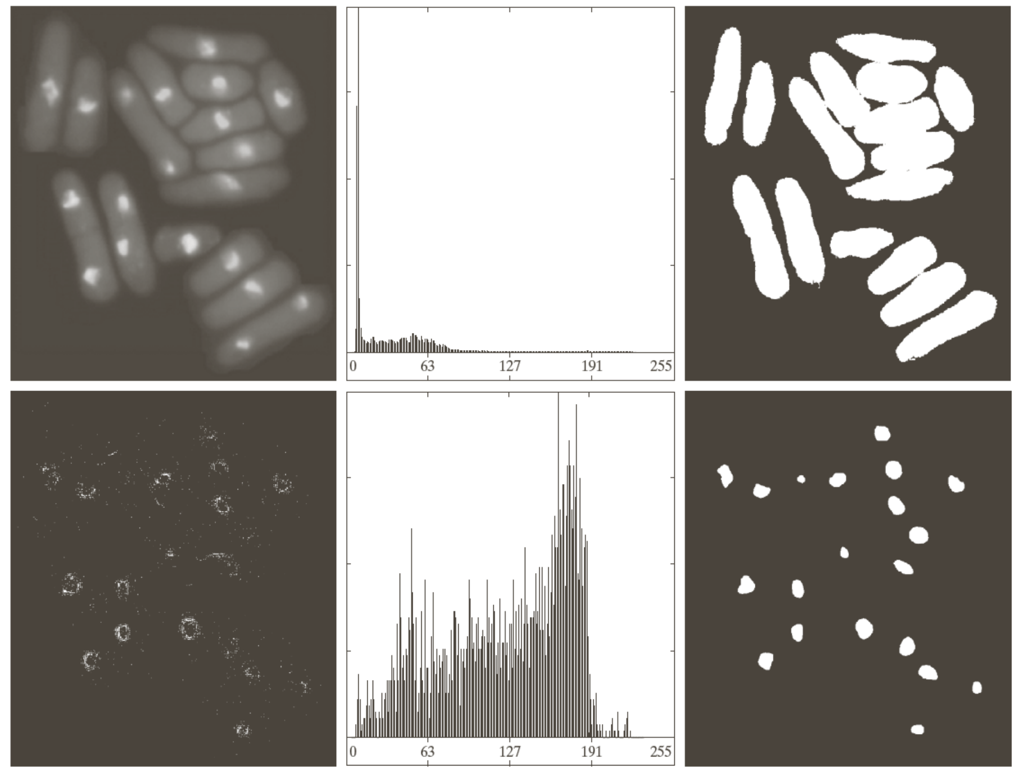
FIGURE 10.42 (a) Noisy image from Fig. 10.41(a) and (b) its histogram. (c) Gradient magnitude image thresholded at the 99.7 percentile. (d) Image formed as the product of (a) and (c). (e) Histogram of the nonzero pixels in the image in (d). (f) Result of segmenting image (a) with the Otsu threshold based on the histogram in (e). The threshold was 134, which is approximately midway between the peaks in this histogram.

Eksempel II

- Vi ønsker å finne de lyse strukturene i f(x,y).
- Vanskelig histogram:
  - Otsu ->"feil" terskelverdi
- Beregn abs(Laplace)
- Terskle (høy percentil)

  -> "maske-bilde" $G_T(x,y)$
- Finn histogram av

  $f(x,y) \bullet G_T(x,y)$.
- Finn optimal terskel med f.eks. Otsu.
- Anvend på f(x,y).



a b c
d e f

FIGURE 10.43 (a) Image of yeast cells. (b) Histogram of (a). (c) Segmentation of (a) with Otsu's method using the histogram in (b). (d) Thresholded absolute Laplacian. (e) Histogram of the nonzero pixels in the product of (a) and (d). (f) Original image thresholded using Otsu's method based on the histogram in (e). (Original image courtesy of Professor Susan L. Forsburg, University of Southern California.)

Effekten av støy i bildet

- Gitt to-nivå gråtonebilde
  - G=256.
  - A priori sannsynligheter ≈ 0.5.
- Støy

  => Mister bimodalitet.
- Global terskling

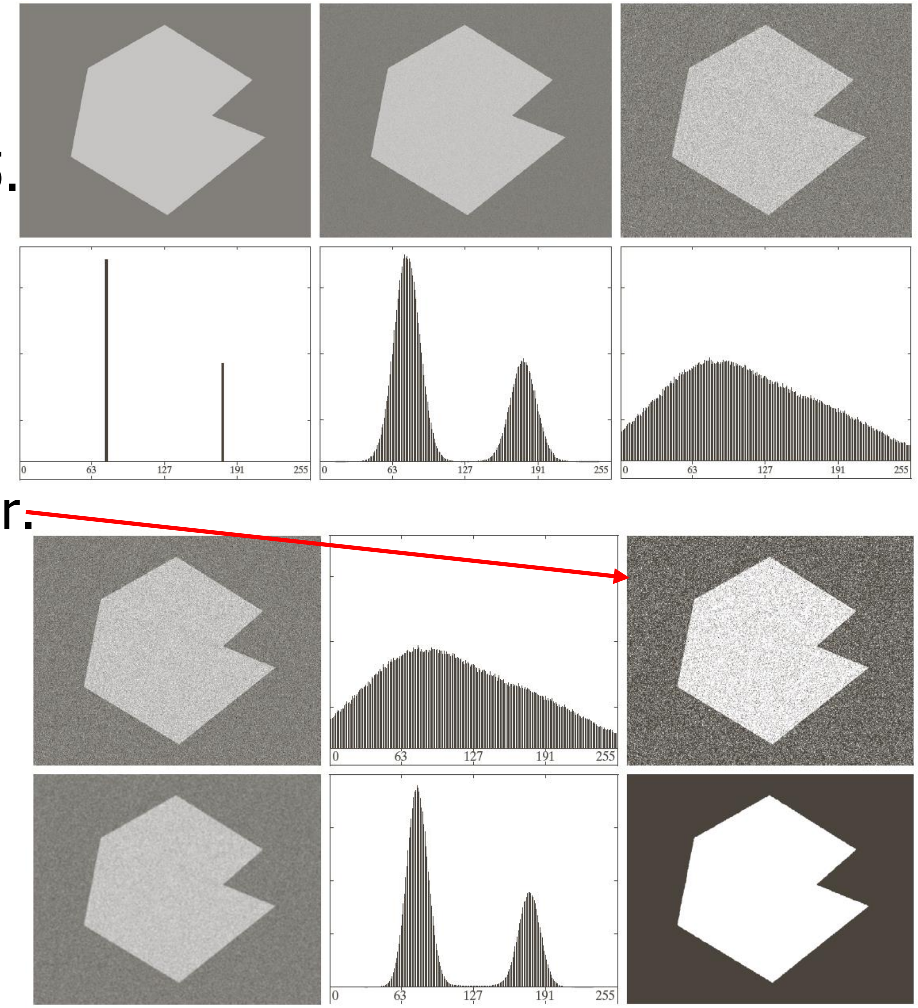
  => Mange feilklassifiserte piksler.
- Støyfjerning + terskling:

  \+ Bimodalt histogram

  => bedre terskling

  – Blurring av bildet

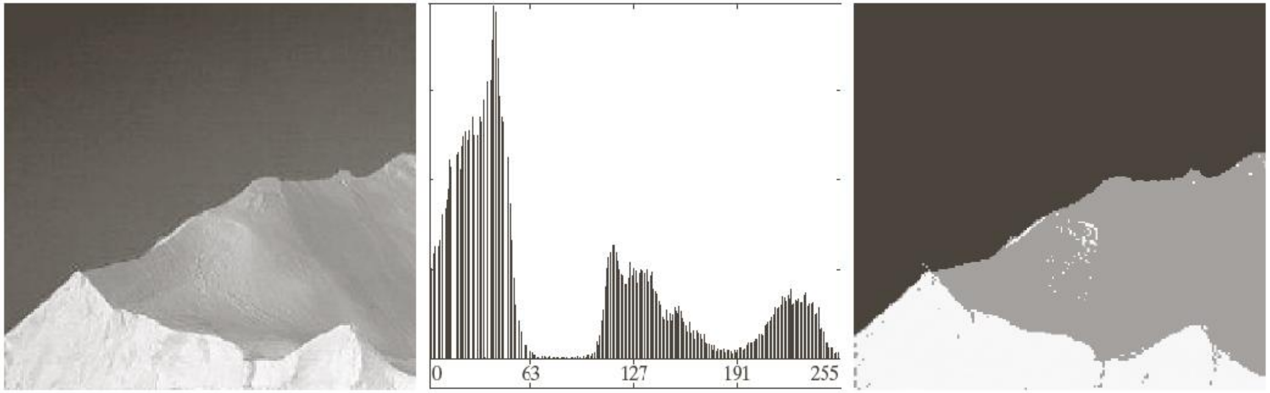
  => feil langs objekt-kanten.



Flernivå-terskling

- Har vi flere klasser av objekter med forskjellig intensitet, så kan vi utvide dette til M gråtone-intervaller ved hjelp av M-1 terskler.

$$
g(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{hvis} \quad 0 \le f(x,y) \le t_1 \\ 1 & \text{hvis} \quad t_1 \le f(x,y) \le t_2 \\ \ldots & \\ M-1 & \text{hvis} \quad t_{M-1} \le f(x,y) \le G-1 \end{cases}
$$



Flernivå Ridler & Calvards metode

- Ridler & Calvards metode kan generaliseres til M terskler:

$$\boxed{\begin{aligned} t_{1,k+1} &= \frac{\mu(0,t_{1,k}) + \mu(t_{1,k}+1, t_{2,k})}{2} \\ &\vdots \\ t_{M,k+1} &= \frac{\mu(t_{M-1,k}, t_{M,k}) + \mu(t_{M,k}+1, G-1)}{2} \end{aligned}}$$

- Nytt sett terskelverdier beregnes til alle terskler er stabile
  - dvs til alle differansene $|t_{n,k} - t_{n,k-1}|$, $1 \le n \le M$, er mindre enn ΔT.
- Prosedyren konvergerer vanligvis raskt.

Flernivå Otsu-terskling

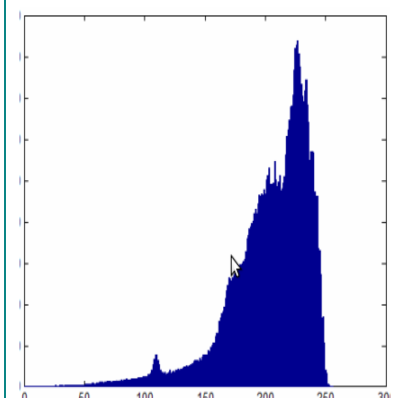
- Maksimeringskriteriet til Otsu, $\sigma_{\mathbf{B}}^{\mathbf{2}}$, kan generaliseres til M klasser (altså M-1 terskler):

$$\sigma_B^2(t_1, t_2, .., t_{M-1}) = \sum_{k=1}^{M} P_k (\mu_k - \mu)^2$$

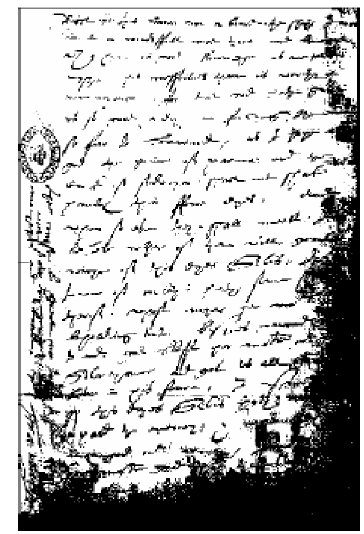
- Finn de M-1 tersklene $t_1 > t_2 > ... > t_{M-1}$ som maksimerer uttrykket over

Global, variabel eller adaptiv?

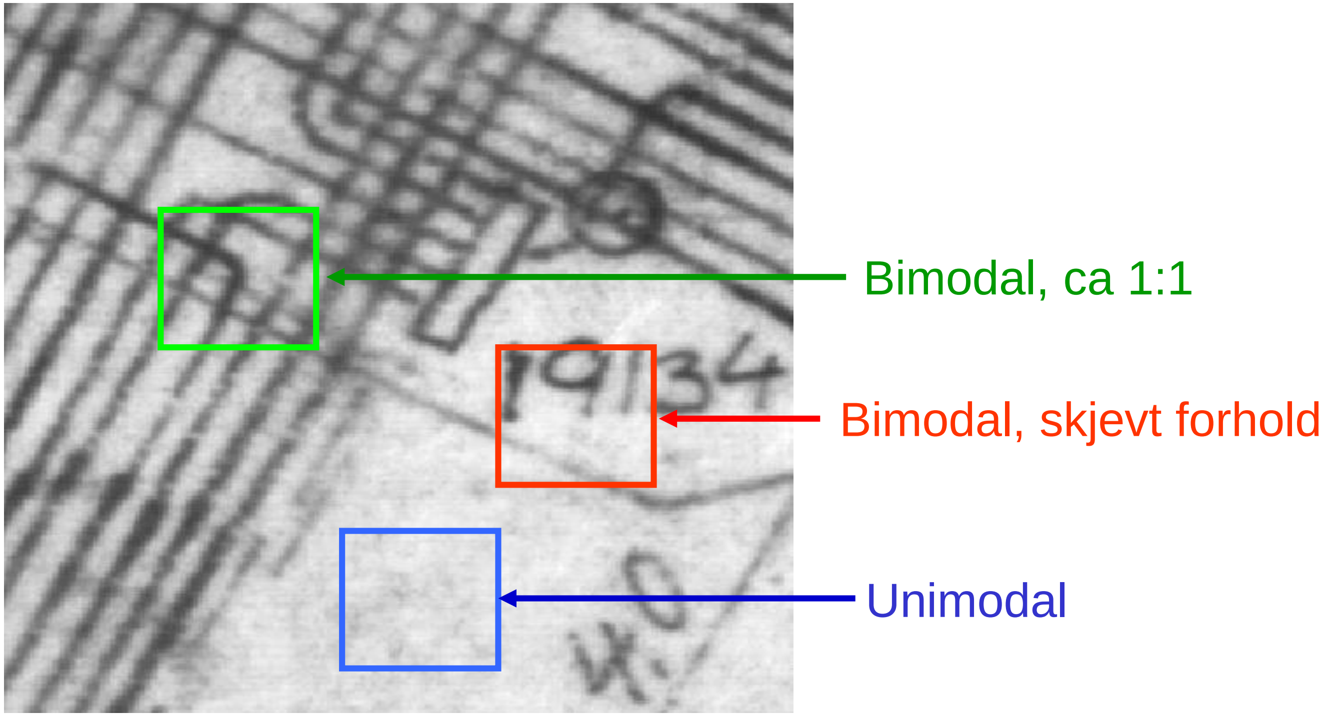
- Global terskling :
  - Samme verdi for T over hele bildet.
- Variabel terskling:
  - Verdien av T varierer over bildet.
- Lokalt adaptiv terskling:
  - T beregnes fra bildets lokale egenskaper
    (μ, σ, ...)



Ved Otsus metode:



Eksempel – bimodalitet i lokale vinduer



Adaptiv terskling ved interpolasjon

- Globale terskler gir ofte dårlig resultat.
- Globale metoder kan benyttes lokalt.
- Dette virker ikke der vinduet bare inneholder en klasse!
- Mulig oppskrift:

  - **NIVÅ I:** Del opp bildet i del-bilder
    - For del-bilder med bi-modalt histogram, eller som for eksempel har godt Otsu-separasjonsmål:
      - Finn lokal terskelverdi $T_{\textbf{lokal}}(i,j)$

  - **NIVÅ II:** Piksel-for-piksel interpolasjon:
    - Gå gjennom alle piksel-posisjoner
      - bestem adaptiv terskelverdi T(x,y) ved interpolasjon mellom de lokale terskelverdiene $T_{\textbf{lokal}}(i,j)$.
    - Terskle så hvert piksel (x,y) i bildet i terskelverdiene T(x,y).

En enklere adaptiv metode

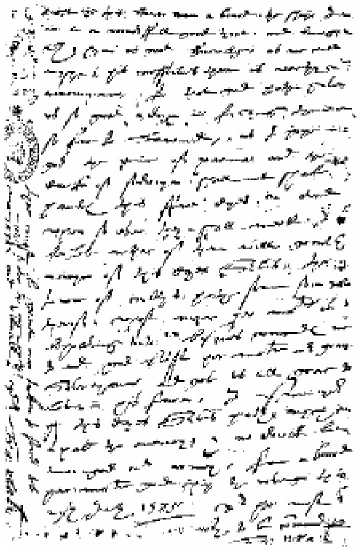
- En metode som benytter det dere lærte i forelesningen om gråtonetransformer
- Beregn middelverdi og standardavvik innenfor et glidende (nxn) vindu over hele bildet.
- Nieblacks metode: Sett den lokale terskelverdien til

$$t(i,j) = \mu(i,j) + k\,\sigma(i,j)$$

- La ut-bildet være gitt ved

$$g(i,j) = \begin{cases} 0 \text{ hvis } & f(i,j) \le t(i,j) \\ 1 \text{ hvis } & f(i,j) > t(i,j) \end{cases}$$

- Ex.: for w = 31, k = - 0.8 :



Oppsummering terskling

- Generelle fordelinger og klassifikasjonsfeil
  - Har vi h_1 og h_2 har vi alt: forgrunn der $h_2(i)>(h_1)$ altså der $F*p_2(i) > B*p_1(i)$
  - Terskling og (lokale) klassifikasjonsfeilminima der $B*p_1(i)=F*p_2(i)$
- To vanlige globale tersklingsalgoritmer:
  - Ridler og Calvards metode (k-means)
  - Otsus metode maksimerer separasjon mellom to (implisitt antatte normalfordelte) klasser
  - Hvilke betingelser må være oppfylt? Når feiler de?
- Ulik apriori sannsynlighet og bruken av kantinformasjon
- Effektene av ”støy” og bruken av lavpassfilter
- Flernivå-terskling
- Lokale adaptive metoder; Nieblacks metode