

# INF2310 - Histogrambaserte operasjoner

---

12. februar 2020

- Histogram og gråtonetransformasjon - kort repetisjon
- Histogramtransformasjon
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
  - Standardisering av histogram
- Lokal gråtonetransformasjon

# Histogrammer: Repetisjon

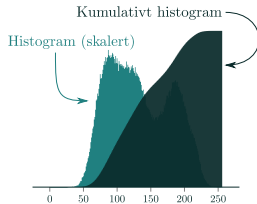
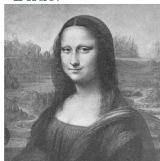
- Gråtonehistogram:  
 $h(i) = \text{antall piksler med pikselverdi } i$
- Normalisert histogram:

$$p(i) = \frac{h(i)}{N \times M}$$

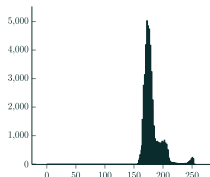
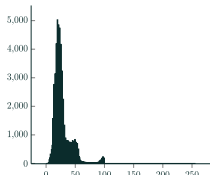
- Normaliserte kumulative histogram:

$$c(j) = \sum_{i=0}^j p(i)$$

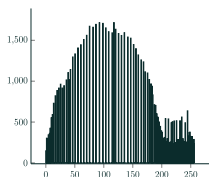
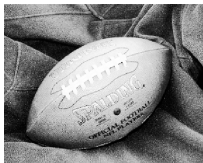
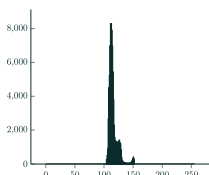
Bilde:



Lite/mye lyshet



Lite/mye kontrast

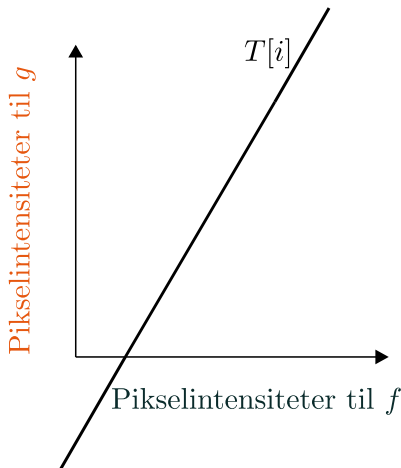


## Gråtonetransformasjon: Repetisjon

Forrige uke:

$T[i]$  bestemt av parametre,  
f.eks  $a$  og  $b$  til en rett linje

$$T[i] = ai + b$$



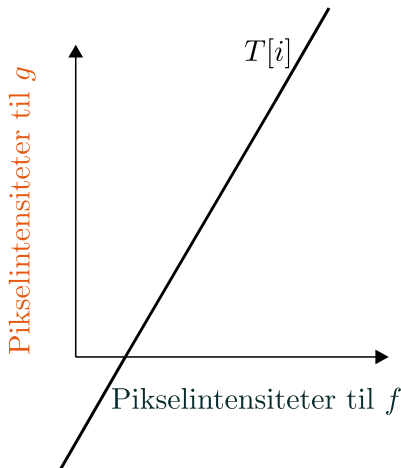
Forrige uke:

$T[i]$  bestemt av parametre,  
f.eks  $a$  og  $b$  til en rett linje

$$T[i] = ai + b$$

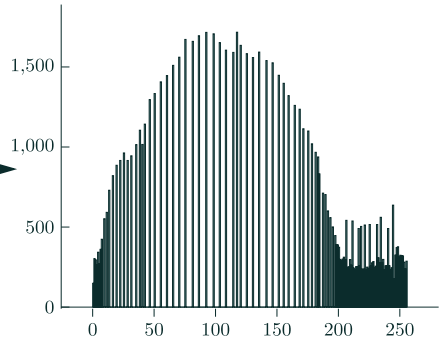
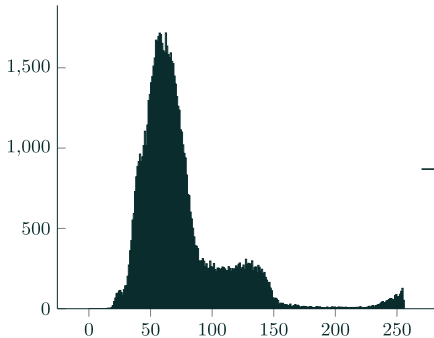
Denne uken:

Finn  $T[i]$  ved å **spesifisere**  
**ønsket histogram** til utbildet



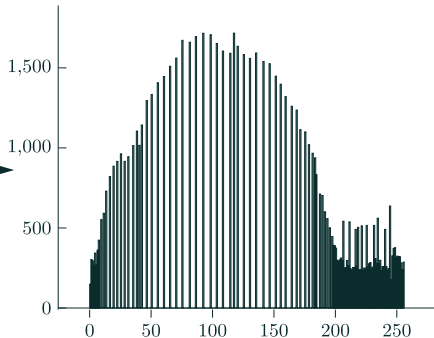
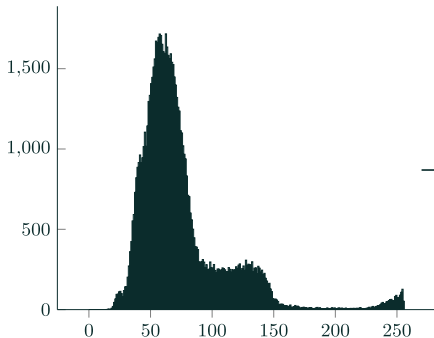
# Histogramutjevning (Histogram equalization)

- **Mål:** Maksimere kontrast og samtidig beholde gråtonerikheten
- **Fremgangsmåte:** Global gråtonetransformasjon  $T[i]$



# Hva ønsker vi egentlig?

- Store mellomrom mellom høye histogrammsøyler
- Lite mellomrom mellom lave søyler



## Hva ønsker vi egentlig?

- Store mellomrom mellom høye histogram søyler
  - Lite mellomrom mellom lave søyler
- Transformasjon med stort stigningstall der det er mange piksler og lavt stigningstall der det er få piksler



## Hva ønsker vi egentlig?

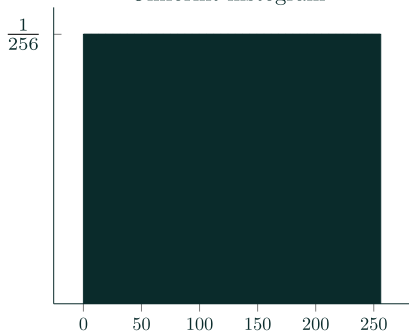
- Store mellomrom mellom høye histogram søyler
- Lite mellomrom mellom lave søyler
  - Transformasjon med stort stigningstall der det er mange piksler og lavt stigningstall der det er få piksler
- **Kumulative histogram** har disse egenskapene

## Hva ønsker vi egentlig?

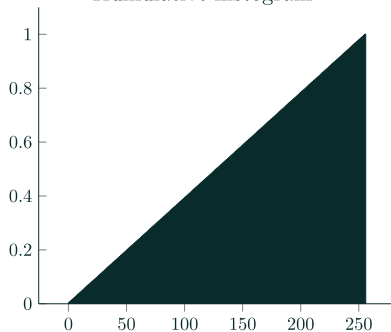
- Store mellomrom mellom høye histogram søyler
- Lite mellomrom mellom lave søyler
  - Transformasjon med stort stigningstall der det er mange piksler og lavt stigningstall der det er få piksler
- **Kumulative histogram** har disse egenskapene
- $T[i]$  bestemmes av skalert kumulativt histogram til bildet

# Hva ønsker vi egentlig?

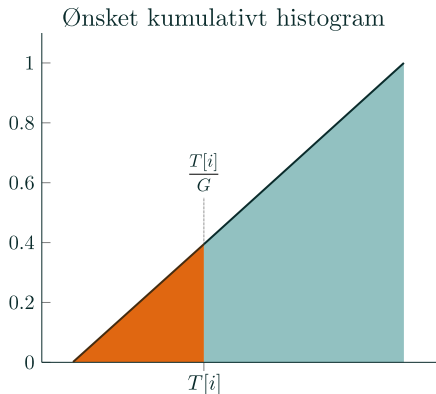
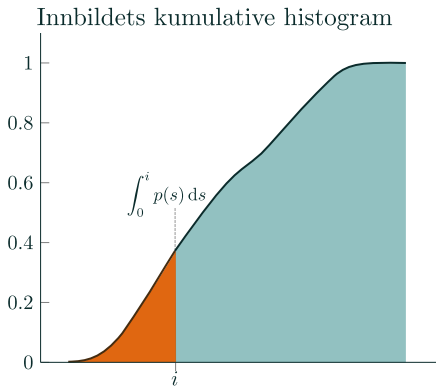
Uniformt histogram



Kumulativt histogram

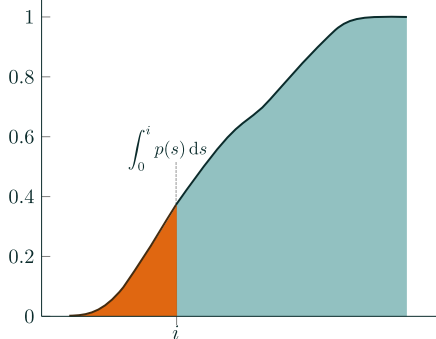


# Hva ønsker vi egentlig?

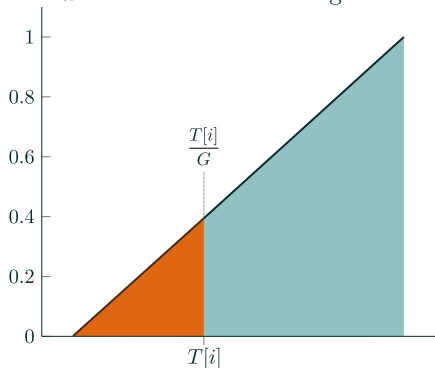


# Hva ønsker vi egentlig?

Innbildets kumulative histogram



Ønsket kumulativt histogram



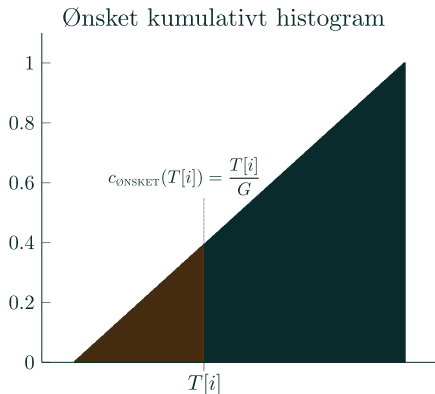
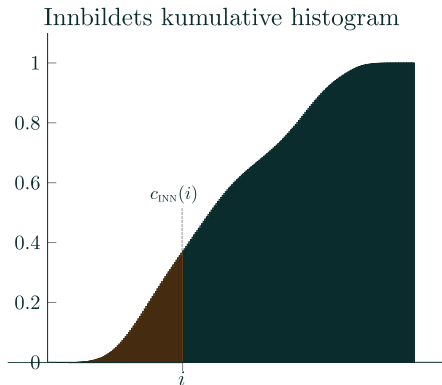
Ønsker:

$$\int_0^i p(s) ds = T[i] \frac{1}{G}$$

$\Rightarrow$

$$G \int_0^i p(s) ds = T[i]$$

# Hva ønsker vi egentlig?



Ønsker:  $c_{\text{INN}}(i) \approx c_{\text{ØNSKET}}(T[i]),$   $c_{\text{ØNSKET}}(T[i]) = \frac{T[i]}{G}$   
 $\Rightarrow Gc_{\text{INN}}(i) \approx T[i]$

## Pseudokode for histogramutjevning

Finn bildets normaliserte histogram  $p[i]$  for  
 $i = 0, 1, \dots, G - 1$

## Pseudokode for histogramutjevning

Finn bildets normaliserte histogram  $p[i]$  for  
 $i = 0, 1, \dots, G - 1$

▷ Finn bildets normaliserte kumulative histogram  $c[i]$ :

$$c[0] = p[0]$$

$$c[i] = c[i - 1] + p[i] \text{ for } i = 1, 2, \dots, G - 1$$



## Pseudokode for histogramutjevning

Finn bildets normaliserte histogram  $p[i]$  for  
 $i = 0, 1, \dots, G - 1$

▷ Finn bildets normaliserte kumulative histogram  $c[i]$ :

$$c[0] = p[0]$$

$$c[i] = c[i - 1] + p[i] \text{ for } i = 1, 2, \dots, G - 1$$

▷ Sett inn verdier i transformasjon  $T[i]$ :

$$T[i] = \mathbf{round}((G - 1)c[i]) \text{ for } i = 0, 1, \dots, G - 1$$

## Pseudokode for histogramutjevning

Finn bildets normaliserte histogram  $p[i]$  for  
 $i = 0, 1, \dots, G - 1$

▷ Finn bildets normaliserte kumulative histogram  $c[i]$ :

$$c[0] = p[0]$$

$$c[i] = c[i - 1] + p[i] \text{ for } i = 1, 2, \dots, G - 1$$

▷ Sett inn verdier i transformasjon  $T[i]$ :

$$T[i] = \mathbf{round}((G - 1)c[i]) \text{ for } i = 0, 1, \dots, G - 1$$

▷ Transformèr innbildet  $f(x, y)$ :

**for**  $x = 0, \dots, N - 1$  **do**

**for**  $y = 0, \dots, M - 1$  **do**

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

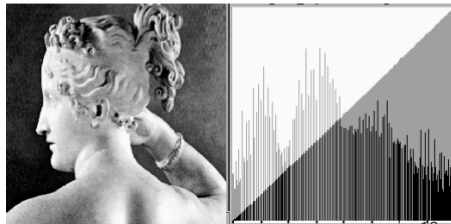
# Histogramutjevning: eksempel 1

- Det kumulative histogrammet til det transformerte bildet er tilnærmet lik en rett linje!

Innbilde:



Transformert bilde:



# Histogramutjevning: eksempel 1

- Det kumulative histogrammet til det transformerte bildet er tilnærmet lik en rett linje!
- Kan ikke få et flatt histogram ved ren gråtonetransformasjon

Innbilde:



Transformert bilde:



# Histogramutjevning: eksempel 1

- Det kumulative histogrammet til det transformerte bildet er tilnærmet lik en rett linje!
- Kan ikke få et flatt histogram ved ren gråtonetransformasjon  
→ kjenner ikke hvordan histogram søyler skal splittes

Innbilde:

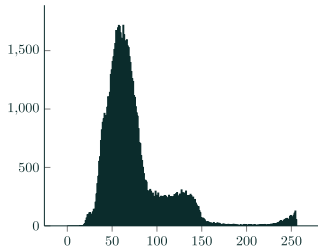
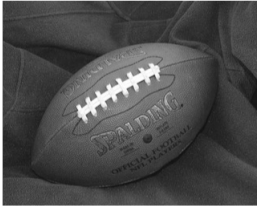


Transformert bilde:

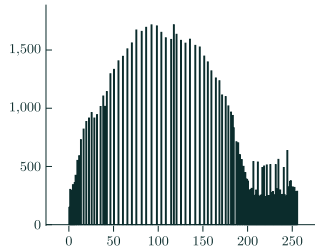


# Histogramutjevning: eksempel 2

## Innbilde

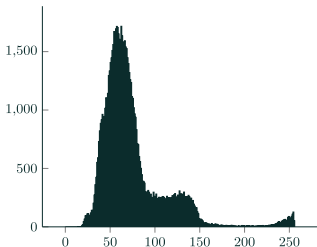
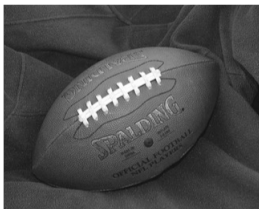


## Utbilde

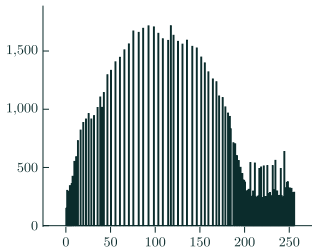
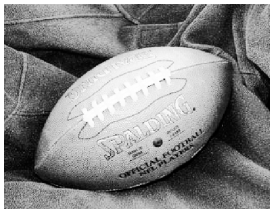


# Histogramutjevning: eksempel 2

## Innbilde



## Utbilde



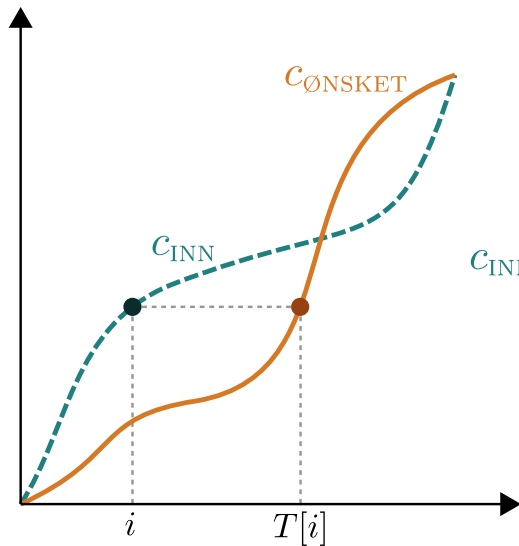
Gir nødvendigvis ikke beste visuelle resultat!

- Vi kan transformere det kumulative histogrammet til et bilde slik at det ligner på det kumulative histogrammet til et ønsket histogram
- **Hovedidè:** Finn verdi  $T[i]$  s.a

$$c_{\text{INN}}(i) \approx c_{\text{ØNSKET}}(T[i])$$



# Histogramtilpasning



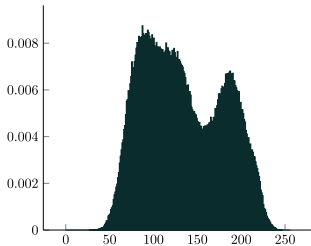
$$c_{\text{INN}}(i) \approx c_{\text{ØNSKET}}(T[i])$$

# Histogramtilpasning: bilde som tilpasses til en Gauss kurve

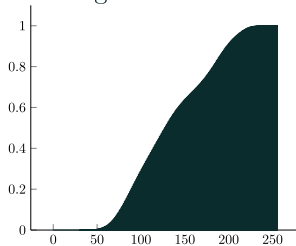
Innbilde



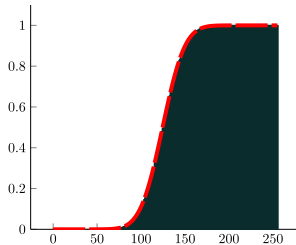
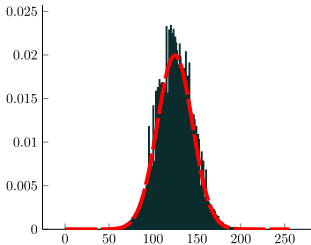
Normalisert histogram



Normalisert kumulativ histogram



Transformert bilde



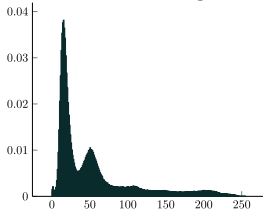
# Histogram matching

"Matche" et bildets histogram med et annet bildets histogram

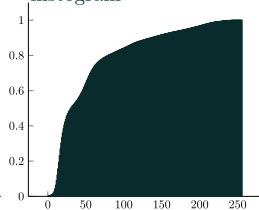
Innbilde



Normalisert histogram



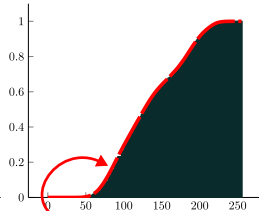
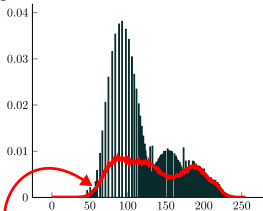
Normalisert kumulativ histogram



Ønsker å matche histogrammet til:



Transformert bilde



Mona sitt normaliserte histogram

Mona sitt normaliserte kumulative histogram

# Standardisering av histogram

- Hensikt:
  - Sørge for at alle bilder i en serie har omtrent like histogrammer
- Metoder:
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Hvorfor? Fjerne effekten av ...
  - Døgnvariasjon i belysning
  - Aldringseffekter i lamper og detektorer
  - Samling av støv på linser o.l
- Hvor:
  - Produktinspeksjon i industri
  - Ansiktsgjenkjenning
  - Medisinsk avbildning
  - ...

Forrige uke:  
bildene ble  
standardisert  
ved å bruke  
lineære  
gråtone-  
transformasjoner  
som ga bildene  
samme  
middelverdi  
og standard-  
avvik

# Når er det lurt å unngå dette?

- Unngå å standardisere histogrammet hvis:
  - Middelerdi og varians kan ha en "reell" betydning
  - Formen på histogrammet kan ha nytteverdi til videre analyse
- Kan heller:
  - Jobbe på kopier
  - Utføre lineære gråtonetransformasjoner på bildene.  
→ bevarer strukturene i histogrammet

# Eksempel

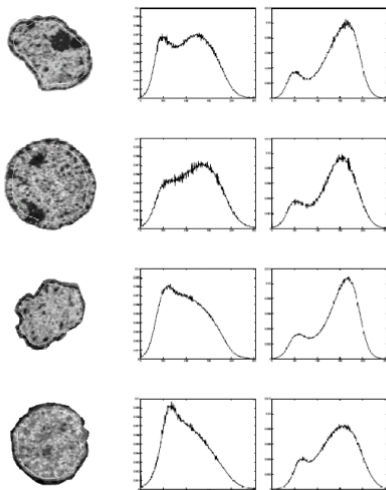


Figure 1: **First column:** Examples of liver cell nuclei from normal, regenerating, noduli and tumor samples. The borders between the 30% peripheral and 70% central part are outlined as a thin white line. **Second column:** The mean gray level histograms from all cell nuclei within each of the four classes, based on the 30% peripheral part of nuclei. **Third column:** The mean gray level histograms from all cell nuclei within each of the four classes, based on the central 70% of the nuclei.

## Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

- Standardisere den lokale kontrasten  
→ ønsker samme "lyshet" og kontrast i bildet

## Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

- Standardisere den lokale kontrasten  
→ ønsker samme "lyshet" og kontrast i bildet
- Transformasjonene kan bli beregnet ut i fra et **lokalt** område

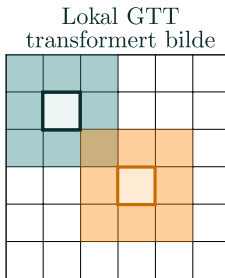


## Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

- Standardisere den lokale kontrasten  
→ ønsker samme "lyshet" og kontrast i bildet
- Transformasjonene kan bli beregnet ut i fra et **lokalt** område
- Lokalt område er ofte kvadratisk omkring et piksel med koordinat  $(x, y)$

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

- Standardisere den lokale kontrasten  
→ ønsker samme "lyshet" og kontrast i bildet
- Transformasjonene kan bli beregnet ut i fra et **lokalt** område
- Lokalt område er ofte kvadratisk omkring et piksel med koordinat  $(x, y)$
- Kun pikselen på plass  $(x, y)$  blir transformert  
→ Egen transform for hvert piksel i bildet



## Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:
  - Beregn det kumulative histogrammet i *vinduet* sentrert om  $(x, y)$

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:
  - Beregn det kumulative histogrammet i *vinduet* sentrert om  $(x, y)$
  - Endre piksel med koordinat  $(x, y)$

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:
  - Beregn det kumulative histogrammet i *vinduet* sentrert om  $(x, y)$
  - Endre piksel med koordinat  $(x, y)$
- Lineær standardisering av standardavvik

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:
  - Beregn det kumulative histogrammet i *vinduet* sentrert om  $(x, y)$
  - Endre piksel med koordinat  $(x, y)$
- Lineær standardisering av standardavvik
  - Beregn middelværdi  $\mu_{xy}$  og standardavvik  $\sigma_{xy}$  innad vindu sentrert om  $(x, y)$

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Lokal GTT som prøver å oppnå samme kontrast over hele bildet

- Histogramtilpasning:
  - Beregn det kumulative histogrammet i *vinduet* sentrert om  $(x, y)$
  - Endre piksel med koordinat  $(x, y)$
- Lineær standardisering av standardavvik
  - Beregn middelværdi  $\mu_{xy}$  og standardavvik  $\sigma_{xy}$  innad vindu sentrert om  $(x, y)$
  - Transformør innbilde  $f(x, y)$  til utbilde  $g(x, y)$  som har ønsket standardavvik  $\sigma_0$  ved lineær transformasjon:

$$g(x, y) = \mu_{xy} + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$



# Lokal GTT: eksempel 1

Let  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ , where  $\lambda \neq 0$ , has an eigenvalue that goes to  $\infty$  as  $\lambda \rightarrow \infty$ .

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} A^{-1} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Thus, as  $\lambda \rightarrow \infty$ , the only eigenvalues of  $A^{-1}$  with nonzero eigenvalues are the eigenvalues included in (and spanning)  $\text{span}\{V\}$ .

Now let  $U = VV^T$ . The eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are retained when multiplied by  $U$ , i.e.,  $x \in \text{span}\{V\} \Rightarrow Ux = x$ , while  $x \in \text{null}(U) \Rightarrow Ux = 0$ . Letting the columns of  $U$  contain the eigenvectors of  $A$  as  $\lambda \rightarrow \infty$ , we see that  $U$  has 2 nonzero columns corresponding to the 2 eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$ . We can thus remove the eigenvalues in  $\text{null}(U)$  by multiplying  $U$  on both sides of  $A$ :

$$(UVU)(UVU) = U(SDU^T)U = UDU$$

where  $U$  is a diagonal matrix containing the eigenvalues of  $A$ . Furthermore, the eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are independent of  $\lambda$ :

$$UDU = UDU = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = UDU$$

Thus, the eigenvalues and inverted eigenvalues of  $UVU$  are the same as the nonzero eigenvalues and eigenvalues in  $\text{span}\{U\} = \text{span}\{V\}^{-1}$ , which concludes the proof.

### A.3 The $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$ ratio in QDA

We know, from Appendices A.1 and A.2, that our proposition is correct for the second term in (IV-1), the Mahalanobis distance. In LDA this is all that is needed to show equality of the classifiers, but in QDA we must also show that the ratios  $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$  for any two classes  $i$  and  $j$ , or the differences in their log values, become equal in the regularized and the feature-reduced case. That is, letting  $\Sigma_i$  denote class  $i$ 's  $n \times n$  sample covariance matrix, we must show that (showing class  $i$  and  $j$  for notational simplicity)

$$\frac{|\Sigma_i + \lambda I|}{|\Sigma_j + \lambda I|} \xrightarrow{\lambda \rightarrow \infty} \frac{|\Sigma_i|}{|\Sigma_j|}$$

Original

Let  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$ , where  $\lambda \neq 0$ , has an eigenvalue that goes to  $\infty$  as  $\lambda \rightarrow \infty$ .

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} A^{-1} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Thus, as  $\lambda \rightarrow \infty$ , the only eigenvalues of  $A^{-1}$  with nonzero eigenvalues are the eigenvalues included in (and spanning)  $\text{span}\{V\}$ .

Now let  $U = VV^T$ . The eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are retained when multiplied by  $U$ , i.e.,  $x \in \text{span}\{V\} \Rightarrow Ux = x$ , while  $x \in \text{null}(U) \Rightarrow Ux = 0$ . Letting the columns of  $U$  contain the eigenvectors of  $A$  as  $\lambda \rightarrow \infty$ , we see that  $U$  has 2 nonzero columns corresponding to the 2 eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$ . We can thus remove the eigenvalues in  $\text{null}(U)$  by multiplying  $U$  on both sides of  $A$ :

$$(UVU)(UVU) = U(SDU^T)U = UDU$$

where  $U$  is a diagonal matrix containing the eigenvalues of  $A$ . Furthermore, the eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are independent of  $\lambda$ :

$$UDU = UDU = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = UDU$$

Thus, the eigenvalues and inverted eigenvalues of  $UVU$  are the same as the nonzero eigenvalues and eigenvalues in  $\text{span}\{U\} = \text{span}\{V\}^{-1}$ , which concludes the proof.

### A.3 The $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$ ratio in QDA

We know, from Appendices A.1 and A.2, that our proposition is correct for the second term in (IV-1), the Mahalanobis distance. In LDA this is all that is needed to show equality of the classifiers, but in QDA we must also show that the ratios  $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$  for any two classes  $i$  and  $j$ , or the differences in their log values, become equal in the regularized and the feature-reduced case. That is, letting  $\Sigma_i$  denote class  $i$ 's  $n \times n$  sample covariance matrix, we must show that (showing class  $i$  and  $j$  for notational simplicity)

$$\frac{|\Sigma_i + \lambda I|}{|\Sigma_j + \lambda I|} \xrightarrow{\lambda \rightarrow \infty} \frac{|\Sigma_i|}{|\Sigma_j|}$$

Global histogram-  
utjevning

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} A^{-1} = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Thus, as  $\lambda \rightarrow \infty$ , the only eigenvalues of  $A^{-1}$  with nonzero eigenvalues are the eigenvalues included in (and spanning)  $\text{span}\{V\}$ .

Now let  $U = VV^T$ . The eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are retained when multiplied by  $U$ , i.e.,  $x \in \text{span}\{V\} \Rightarrow Ux = x$ , while  $x \in \text{null}(U) \Rightarrow Ux = 0$ . Letting the columns of  $U$  contain the eigenvectors of  $A$  as  $\lambda \rightarrow \infty$ , we see that  $U$  has 2 nonzero columns corresponding to the 2 eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$ . We can thus remove the eigenvalues in  $\text{null}(U)$  by multiplying  $U$  on both sides of  $A$ :

$$(UVU)(UVU) = U(SDU^T)U = UDU$$

where  $U$  is a diagonal matrix containing the eigenvalues of  $A$ . Furthermore, the eigenvalues in  $\text{span}\{V\}$  are independent of  $\lambda$ :

$$UDU = UDU = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = UDU$$

Thus, the eigenvalues and inverted eigenvalues of  $UVU$  are the same as the nonzero eigenvalues and eigenvalues in  $\text{span}\{U\} = \text{span}\{V\}^{-1}$ , which concludes the proof.

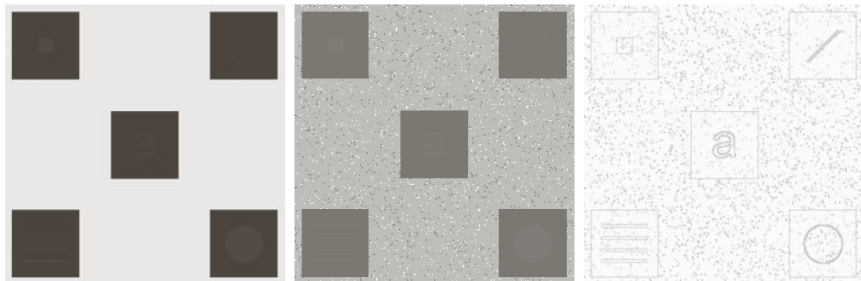
### A.3 The $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$ ratio in QDA

We know, from Appendices A.1 and A.2, that our proposition is correct for the second term in (IV-1), the Mahalanobis distance. In LDA this is all that is needed to show equality of the classifiers, but in QDA we must also show that the ratios  $|\Sigma_{\text{reg}}|/|\Sigma_{\text{reg}}^*|$  for any two classes  $i$  and  $j$ , or the differences in their log values, become equal in the regularized and the feature-reduced case. That is, letting  $\Sigma_i$  denote class  $i$ 's  $n \times n$  sample covariance matrix, we must show that (showing class  $i$  and  $j$  for notational simplicity)

$$\frac{|\Sigma_i + \lambda I|}{|\Sigma_j + \lambda I|} \xrightarrow{\lambda \rightarrow \infty} \frac{|\Sigma_i|}{|\Sigma_j|}$$

Lokal endring  
av middelværdi  
og kontrast

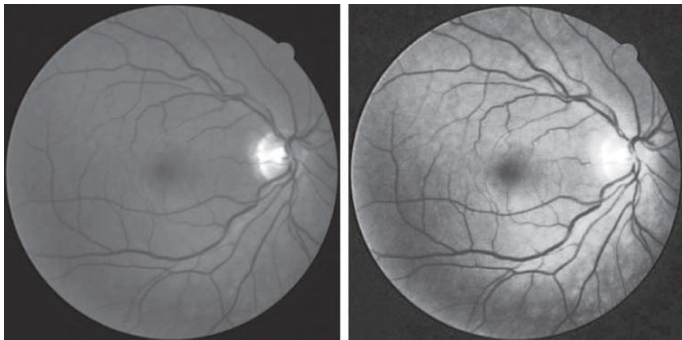
## Lokal GTT: eksempel 2



**FIGURE 3.26** (a) Original image. (b) Result of global histogram equalization. (c) Result of local histogram equalization applied to (a), using a neighborhood of size  $3 \times 3$ .

(Bilde hentet fra DIP)

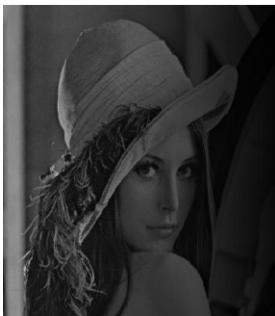
## Lokal GTT: eksempel 3



(iospress.com / Jiang et al 2015)

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Begrense mengden av endring til de lokale transformasjonene



Innbilde



”Ubegrenset”  
lokal histogramutjevning



”Ubegrenset”  
lokal lineær strekking

# Lokal gråtonetransformasjon (Lokal GTT)

Begrense mengden av endring til de lokale transformasjonene



Innbilde



”Ubegrenset”  
lokal histogramutjevning



”Ubegrenset”  
lokal lineær strekking

→ innføre brukerstyrke parametre

- Lokal GTT som gir ny middelvei  $\mu_0$  og standardavvik  $\sigma_0$ :

$$g(x, y) = \mu_0 + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Lokal GTT som gir ny middelvei  $\mu_0$  og standardavvik  $\sigma_0$ :

$$g(x, y) = \mu_0 + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Typisk "flatt" bilde

- Lokal GTT som gir ny middelværdi  $\mu_0$  og standardavvik  $\sigma_0$ :

$$g(x, y) = \mu_0 + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Typisk "flatt" bilde
- Introdusere  $\beta$  som styrer hvor kraftig  $\mu$  blir endret:

$$g(x, y) = \beta\mu_0 + (1 - \beta)\mu_{xy} + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$



- Lokal GTT som gir ny middelværdi  $\mu_0$  og standardavvik  $\sigma_0$ :

$$g(x, y) = \mu_0 + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Typisk "flatt" bilde
- Introdusere  $\beta$  som styrer hvor kraftig  $\mu$  blir endret:

$$g(x, y) = \beta\mu_0 + (1 - \beta)\mu_{xy} + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

$\beta = 0$  gir uforandret middelværdi

$\beta = 1$  gir lik middelværdi over hele bildet

- Homogene områder i et bilde:  $\sigma_{xy} = 0$

- Homogene områder i et bilde:  $\sigma_{xy} = 0$
- men ...

$$g(x, y) = \dots + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Homogene områder i et bilde:  $\sigma_{xy} = 0$
- men ...

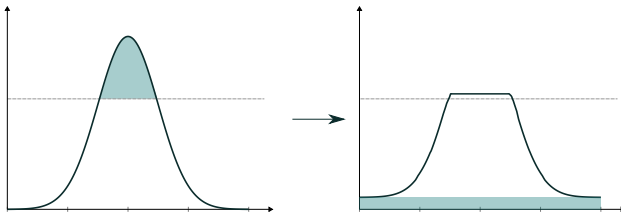
$$g(x, y) = \dots + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy}}$$

- Innfører parameter  $\delta$ :

$$g(x, y) = \dots + (f(x, y) - \mu_{xy}) \frac{\sigma_0}{\sigma_{xy} + \delta\sigma_0}$$

## Lokal GTT i praksis, histogramutjevning

- Mye brukt variant: **CLAHE**  
(**C**ontrast **L**imited **A**daptive **H**istogram **E**qualization)
- Begrenser kontrastendring ved å klippe det før vi finner det kumulative histogrammet
- Gir transformasjon med lavere stigningstall  
→ mindre kontrastendring



- Regnekrevende!

- Regnekrevende!
  - Histogramtilpasning

- Regnekrevende!
  - Histogramtilpasning
  - Lineær transformasjon



- Regnekrevende!
  - Histogramtilpasning
  - Lineær transformasjon
- Bruk overlapp mellom vinduer til å oppdatere histogram eller  $\mu_{xy}$  og  $\sigma_{xy}$

- Regnekrevende!
  - Histogramtilpasning
  - Lineær transformasjon
- Bruk overlapp mellom vinduer til å oppdatere histogram eller  $\mu_{xy}$  og  $\sigma_{xy}$
- Eventuelt approskimèr:  
Beregn transformasjon for hvert  $n$ -te piksel og interpoler mellom transformasjonene

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Standardisering av histogram for serier av bilder
- Lokal gråtonetransformasjon
  - Samme kontrast og "lyshet" over hele bildet
  - Beregn og bruk transformasjonene innad vindue sentrert om hvert piksel
  - Kontrastbegrensning
    - Lineærestrekking
    - Histogramutjevning
  - Regnekrevende!