INF2310 - Oppsummering KBH

20. mai 2020

- Geometriske operasjoner
- Gråtonetransformasjoner
    - Gråtonemapping
    - Histogrambaserte operasjoner
- Fouriertransformasjon, del 1 og 2

Geometriske operasjoner

Geometriske operasjoner: Affine transformasjoner

- Transformasjon av koordinatene (x, y) til (x', y'),

$$x' = T_x(x, y)$$
$$y' = T_y(x, y)$$

- Affine transformasjoner beskrives ved

$$x' = a_0 x + a_1 y + a_2$$
$$y' = b_0 x + b_1 y + b_2$$

- På matriseform:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \text{ eller } \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \\ b_0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Geometriske operasjoner: Oppsummering

- Transformasjoner av pikslenes koordinater

Geometriske operasjoner: Oppsummering

- Transformasjoner av pikslenes koordinater
- Resampling
    - Forlengs-mapping
    - Baklengs-mapping

Geometriske operasjoner: Oppsummering

- Transformasjoner av pikslenes koordinater
- Resampling
    - Forlengs-mapping
    - Baklengs-mapping
- Interpolasjonsmetoder
    - Nærmeste nabo interpolasjon
    - Bilineær interpolasjon
    - Høyere-ordens interpolasjon

Geometriske operasjoner: Oppsummering

- Transformasjoner av pikslenes koordinater
- Resampling
  - Forlengs-mapping
  - Baklengs-mapping
- Interpolasjonsmetoder
  - Nærmeste nabo interpolasjon
  - Bilineær interpolasjon
  - Høyere-ordens interpolasjon
- Bruk av geometriske operasjoner til å samregistrere bilder

Gråtonemapping

Gråtonemapping: Lineær kontrastendring

Lineær transformasjon:

$$T[i] = ai + b$$
$$g(x, y) = af(x, y) + b$$

a regulerer kontrast og b regulerer lyshet

- $|a| > 1$: Mer kontrast
- $|a| < 1$: Mindre kontrast
- b flytter alle gråtoner b nivåer

Gråtonemapping: Oppsummering

- Gråtonehistogrammer

Gråtonemapping: Oppsummering

- Gråtonehistogrammer
- Lineær transformasjon
  - Forstå hva a og b gjør med bildet
  - Bestemme a og b
    - Eksplisitt
    - Gå fra ett intensitetsintervall til et annet
    - Bestemme ønsket middelverdi μ_T og standardavvik σ_T

Gråtonemapping: Oppsummering

- Gråtonehistogrammer
- Lineær transformasjon
  - Forstå hva a og b gjør med bildet
  - Bestemme a og b
    - Eksplisitt
    - Gå fra ett intensitetsintervall til et annet
    - Bestemme ønsket middelverdi μ_T og standardavvik σ_T
- Ikke-lineære, parametriske transformasjoner:
  - Logaritmisk
  - Eksponentiell
  - Power-law (gamma) transformasjon
  - Stykkevis lineær
  - Hvordan kontrasten endres i mørke og lyse deler av bildet
  - Skisse av funksjonene

Histogrambaserte operasjoner

Histogrambaserte operasjoner: Histogramtilpasning

- Vi kan transformere det kumulative histogrammet til et bilde slik at det ligner på det kumulative histogrammet til et ønsket histogram
- **Hovedidè:** Finn verdi $T[i]$ s.a

$$\boxed{c_{\mathsf{INN}}(i) \approx c_{\mathsf{ØNSKET}}(T[i])}$$

Histogrambaserte operasjoner: Oppsummering

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning

Histogrambaserte operasjoner: Oppsummering

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Standasrdisering av histogram for serier av bilder

Histogrambaserte operasjoner: Oppsummering

- Histogramtransformasjoner
  - Histogramutjevning
  - Histogramtilpasning
- Standasrdisering av histogram for serier av bilder
- Lokal gråtonetransformasjon
  - Samme kontrast og "lyshet" over hele bildet
  - Beregn og bruk transformasjonene inn i vinduet sentrert om hvert piksel
  - Kontrastbegrensning
    - Lineærstrekking
    - Histogramutjevning
  - Regnekrevende!

Fouriertransformasjon

Fouriertransformasjon (del 1): Grunnidé

Digitale gråtonebilder av størrelse $M \times N$ kan representeres ved en vektet sum av disse $M \times N$ sinus- og cosinus-bildene:

$$\cos\left(2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)\right) \qquad \sin\left(-2\pi\left(\frac{ux}{M}+\frac{vy}{N}\right)\right)$$

for frekvensene

$$u = 0, 1, \ldots, M-1$$
$$v = 0, 1, \ldots, N-1$$

Fouriertransformasjon (del 1): Oppsummering

- Sinusfunksjoner
  - Frekvens/periode
  - Amplitude
  - Fase
  - Dekomponere $A \sin(\theta + \phi)$ i en $\sin$- og $\cos$-komponent
  - 1D og 2D varianter

Fouriertransformasjon (del 1): Oppsummering

- Sinusfunksjoner
  - Frekvens/periode
  - Amplitude
  - Fase
  - Dekomponere $A \sin(\theta + \phi)$ i en $\sin$- og $\cos$-komponent
  - 1D og 2D varianter
- Diskret Fourier-transformasjon
  - Bilde beskrevet med $\cos$- og $\sin$-basisbilder
  - Representasjon ved komplekse tall
    $\rightarrow$ $\cos$- og $\sin$-ledd som hhv. reell- og imaginær-komponent
  - Implisitt periodisitet i bildet
    $\rightarrow$ Utslag i diskontinuitet, "ekstra" frekvenser
  - Fremvisning av spekteret $|F(u, v)|$
  - Observasjoner

Fouriertransformasjon (del 2): Konvolusjonsteoremet

Konvolusjon i bildedomenet $\Leftrightarrow$ elementvis multiplikasjon i frekvensdomenet,

$$f * h \Leftrightarrow F \odot H$$

Motsatt gjelder også:

$$f \odot h \Leftrightarrow F * H,$$

altså elementvis multiplikasjon i bildedomenet $\Leftrightarrow$ konvolusjon i frekvensdomenet

Vi snakker om sirkelkonvolusjon her!

Fouriertransformasjon (del 2): Oppsummering

- Konvolusjonsteoremet: Sirkelkonvolusjon i bildedomenet er ekvivalent med elementvis multiplikasjon i frekvensdomenet, og omvendt

Fouriertransformasjon (del 2): Oppsummering

- Konvolusjonsteoremet: Sirkelkonvolusjon i bildedomenet er ekvivalent med elementvis multiplikasjon i frekvensdomenet, og omvendt
- Anvendelser:
  - Design av filtre i frekvensdomenet
    - Lavpass, høypass, båndpass, båndstopp, notch
    - I praksis: la filteret H være symmetrisk om nullfrekvens. Konjugert symmetri, $H(u, v) = H^*(-u, -v)$ gir reelle utbilder
    - Myke overganger $\rightarrow$ redusere ringing
  - Analyse av konvolusjonsfiltre gjennom frekvensrespons
  - Rask implementasjon av større konvolusjonsfiltre

Fouriertransformasjon (del 2): Oppsummering

- Konvolusjonsteoremet: Sirkelkonvolusjon i bildedomenet er ekvivalent med elementvis multiplikasjon i frekvensdomenet, og omvendt
- Anvendelser:
  - Design av filtre i frekvensdomenet
    - Lavpass, høypass, båndpass, båndstopp, notch
    - I praksis: la filteret H være symmetrisk om nullfrekvens. Konjugert symmetri, $H(u, v) = H^*(-u, -v)$ gir reelle utbilder
    - Myke overganger $\rightarrow$ redusere ringing
  - Analyse av konvolusjonsfiltre gjennom frekvensrespons
  - Rask implementasjon av større konvolusjonsfiltre
- Vindusfunksjoner på bilder før transformasjonen

Fouriertransformasjon (del 2): Oppsummering

- Konvolusjonsteoremet: Sirkelkonvolusjon i bildedomenet er ekvivalent med elementvis multiplikasjon i frekvensdomenet, og omvendt
- Anvendelser:
  - Design av filtre i frekvensdomenet
    - Lavpass, høypass, båndpass, båndstopp, notch
    - I praksis: la filteret H være symmetrisk om nullfrekvens. Konjugert symmetri, $H(u,v) = H^*(-u,-v)$ gir reelle utbilder
    - Myke overganger $\rightarrow$ redusere ringing
  - Analyse av konvolusjonsfiltre gjennom frekvensrespons
  - Rask implementasjon av større konvolusjonsfiltre
- Vindusfunksjoner på bilder før transformasjonen

$\rightarrow$ Redusere bidrag langs aksene i frekvensspekteret