UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i:	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag:	Tirsdag 29. mai 2018
Tid for eksamen:	09:00 – 13:00
Oppgavesettet er på:	**6 sider**
Vedlegg:	**Ingen**
Tillatte hjelpemidler:	**Ingen**

- **Det er 8 oppgaver i dette oppgavesettet.**

- **Les gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene !**

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det.
Dersom du savner opplysninger i en oppgave, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i så fall rede for forutsetningene og antagelsene du har gjort.

- **Det er tilsammen 26 deloppgaver**. **Hver deloppgave teller like mye!**

Det lønner seg derfor å disponere tiden slik at man får besvart alle deloppgavene.
Hvis du står fast på en deloppgave, gå videre slik at du får gitt et kort svar på alle deloppgavene.

- **Alle svar skal begrunnes!**

Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnementer.

1. Histogramtilpasning

I en av ukeoppgavene denne våren implementerte vi histogramtilpasning.

a) Forklar hva som menes med histogramtilpasning.

b) Gi en skisse til en implementasjon (pseudokode) av histogramtilpasning.

2. Filtrering

Anta at vi har et 3 x 3 filter beregnet på aritmetisk veiet median-filtrering, der origo ligger sentrert i filteret, og der filterkoeffisientene ***a, b*** og ***c*** angir hvor mange ganger den underliggende filter-verdien skal gjentas ved beregningen av median-verdien.

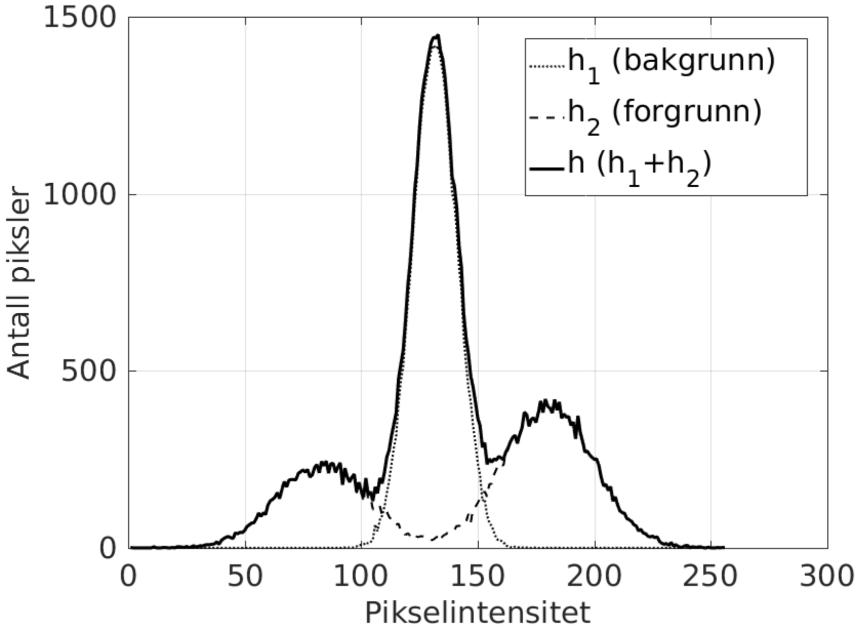
a	b	a
b	c	b
a	b	a

a) Finn et uttrykk for verdien til koeffisienten ***c***, slik at 1 piksel brede horisontale og vertikale objekter i binære bilder bevares.

b) Finn et uttrykk for ***c*** slik at rettvinklede hjørner i rektangulære binære objekter med størrelse ≥ 2x2 bevares.

c) Hvor stort er det minste kvadratiske objekt i et binært bilde som ikke forsvinner ved gjentatt filtrering med et 3x3 medianfilter der ***a=b=c=1***?
Hva med et medianfilter der ***a=1, b=2 og c=3***?

3. Segmentering ved terskling



I figuren over vises histogrammet, h(i), der i er pikselintensitet, til et bilde som består av to klasser: forgrunn og bakgrunn. Videre har vi tegnet inn histogrammene til disse to klassene, henholdsvis h_1 og h_2. Vi har altså $h=h_1+h_2$. Vårt mål her er å benytte pikslenes gråtoneverdier til å bestemme om en piksel skal settes til forgrunn eller bakgrunn (klassifisere).

a) Basert på h, h_1 og h_2 i figuren, for hvilke pikselintensitetsintervaller ville du klassifisert til bakgrunn og for hvilke intervaller ville du klassifisert til forgrunn? (Som alltid, forklar og begrunn svaret ditt.)

b) Ved en slik intervallinndeling som du kom frem til i oppgave a), benytt h_1 og h_2 til å gi et matematisk uttrykk for antall feilklassifiserte piksler.

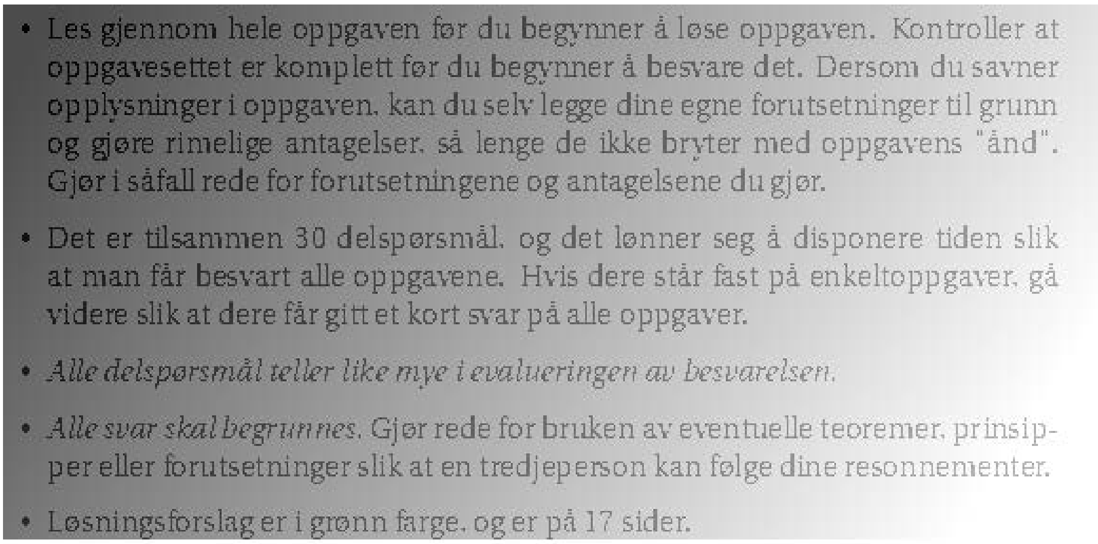
c) La $p_1(i)$ og $p_2(i)$ være det henholdsvis normaliserte bakgrunns- og forgrunnshistogrammet, og la B og F være a-priori sannsynlighet for henholdsvis bakgrunn og forgrunn.
Uttrykk h ved p_1, p_2, B, F og N, der N er antall piksler totalt i bildet.

d) La B, F, p_1, p_2 være som spesifisert i forrige deloppgave, dog denne gangen kontinuerlig modellerte sådan. (Vi antar kontinuerlige pikselintensiteter.)
Vi har i forelesningene nevnt at intensiteter, i, hvor $Bp_1(i) = Fp_2(i)$ er spesielt interessante. Hvorfor?

e) For et gitt vilkårlig slikt to-klasse bilde, hvilken tilleggsinformasjon må vi ha for å kunne trekke h_1 og h_2 ut i fra bildet?

f) For bildet som omtales i denne oppgavens introduksjonstekst, anta at vi ikke har h_1 og h_2 tilgjengelig, kun bildet og dets histogram, h. Ville Riddler og Calvards algoritme (jfr. k-means) for automatisk terskling trolig gi et tilfredstillende resultat på dette bildet?

4. Mer segmentering



- Les gjennom hele oppgaven før du begynner å løse oppgaven. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i oppgaven, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.
- Det er tilsammen 30 delspørsmål, og det lønner seg å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene. Hvis dere står fast på enkeltoppgaver, gå videre slik at dere får gitt et kort svar på alle oppgaver.
- *Alle delspørsmål teller like mye i evalueringen av besvarelsen.*
- *Alle svar skal begrunnes.* Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnementer.
- Løsningsforslag er i grønn farge, og er på 17 sider.

Bildet i figuren vist over inneholder tekst med varierende bakgrunns-intensitet.

a) La oss anta at vi er interessert i å klassifisere pikslene i bildet over til enten å være en del av forgrunnen (teksten) eller bakgrunnen, altså segmentere bildet. Gi (minst) et forslag til hvordan du ville gått frem i dette og lignende tilfeller.

5. Diskret Fourier-transform

a) Anta at vi har et NxN-bilde, f, og at vi har gjort en diskret Fourier-transform (i praksis en FFT) av dette bildet og lagret resultatet i NxN-matrisen F, der F(0,0) gir nullfrekvensen («DC-komponenten»).
Hvis nå alle elementene i F er null bortsett fra F(4,3) og F(N-4, N-3), beskriv hvordan bildet ser ut.

b) For et gitt NxN-bilde, g, ønsker vi å beregne den diskrete Fourier-transformen G, men vi har ingen programpakker tilgjengelig til å utføre den diskrete Fourier-transformen for oss. Vi har dog de to funksjons-kallene getCosImage(i,j,N) og getSinImage(i,j,N) som gir oss henholdsvis cosinus- og sinus-basisbilder av størrelse NxN for frekvens (i,j) (antall repetisjoner per N-te piksel i hver retning/dimensjon).
Skisser hvordan du ville benyttet disse to funksjons-kallene for å danne den ønskede NxN-matrisen G.

6. Histogram, Huffman-koding og entropi

La oss anta at vi har følgende 4x4 utsnitt av et 3-bit/piksel gråtonebilde:

1	2	3	4
0	5	6	7
7	7	7	6
5	4	3	2

a) Finn det normaliserte histogrammet, *p*, til bildeutsnittet.

b) Vis hvordan du finner kodeboken for en Huffman-koding av bildeutsnittet.

c) Hva blir kompresjonsraten, når vi ser bort fra at kodeboken også må sendes.

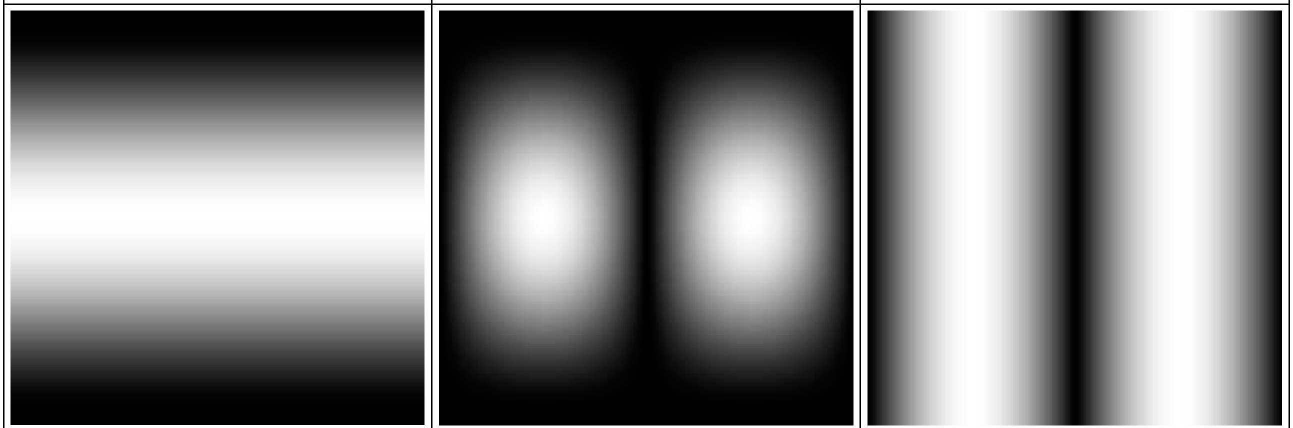
d) Vis hvordan du beregner entropien til det originale bildeutsnittet, og forklar hvorfor entropien her er lik det gjennomsnittlige antall bit per piksel etter kompresjon.

7. Konvolusjon og frekvensrespons

a) I lys av diskrete, todimensjonale bilder; hva sier konvolusjonsteoremet?

b) I figuren under vises spektrene til tre konvolusjonskjerner. Nullfrekvensen (u=0, v=0) er lagt til midten av bildene. Sort indikerer lav verdi og hvitt høy verdi. En av konvolusjonskjernene er resultatet av en konvolusjon av de to andre – hvilket?

A	B	C



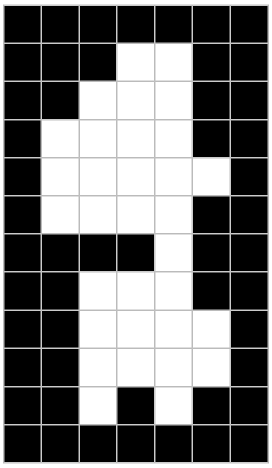
c) En implementasjon av et gitt konvolusjonsfilter kan gjøres i frekvensdomenet ved å transformere både bildet og filterkjernen med en diskret Fourier-transform, gjøre en elementvis multiplikasjon, for så å transformere tilbake til bildedomenet. Hva må vi passe på om vi ønsker et resultat som er mest mulig identisk med en "vanlig" konvolusjonsimplementasjon hvor det har blitt benyttet en implisitt nullutvidelse for å håndtere bilderanden (bildekantene)?

d) Når vi designer filtre i frekvensdomenet, har vi nevnt at vi må sørge for at vi har konjugert-symmetriske koeffisienter, altså at H(i,j) = H*(-i,-j), der H er filteret vårt i frekvensdomenet, og i og j er frekvenskomponentene i henholdsvis vertikal og horisontal retning. (Ved kun bruk av reelle koeffisienter har vi dog full symmetri: H(i,j) = H(-i,-j)).
Hvorfor har vi dette kravet?

e) Ved bruk av et «ideelt» lavpassfilter vil det typisk forekomme «ringing». Hva menes med «ringing», og hva skyldes dette fenomenet?

8. Matematisk morfologi

La hvitt være 1 og svart være 0 i bildet under. Anta at vi benytter et 3x3 «pluss-formet» strukturelement med origo i midten.



a) Utfør stegene i og vis resultatet av en morfologisk åpning.

b) Hvis man etter en segmentering sitter igjen med et binært bilde hvor objektene har litt rufsete kanter og små, uønskede hull spredt rundt omkring, hvilke morfologiske operasjoner ville du da benyttet for å ”rengjøre” bildet?

c) Hvilken eventuelt repetert morfologisk operasjon vil du bruke for å fjerne små objekter i et binært bilde. Forklar og begrunn svaret!

LYKKE TIL !