

# Ukeoppgaver uke 3 INF2440 – v2015

Denne uka skal vi se på det å multiplisere to  $n \times n$  matriser A og B sammen og regne ut resultatmatrisen C, altså  $C = AxB$ , først sekvensielt (koden for en rett fram implementasjon av den sekvensielle versjonen finner du nederst i tips) og så parallelliser dette. Dette kan se ut som en veldig matematisk oppgave, og matriser brukes mye i løsning av store ingeniør-beregninger, men for å løse denne oppgaven trenger men ikke vite hva matriser brukes til. Det holder å vite at en matrise er simpelthen en todimensjonal double-array (eks. `double [][] a = new double[n][n]`; hvor n er et passende heltall – i vårt tilfelle mindre enn 1000).

Resultatet av  $AxB$  er selv en  $n \times n$  matrise C, og vi har at element  $c[i][j]$  i matrisen C er da definert som:

$$c[i][j] = \sum_{k=0}^n a[i][k] * b[k][j]$$

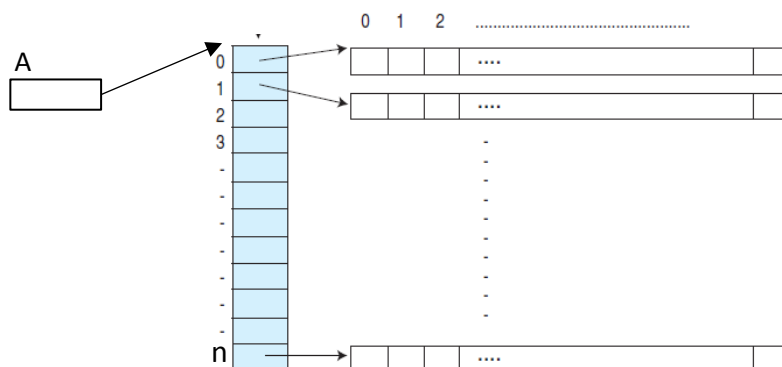
Vi multipliserer altså hvert element i rad i fra A parvis med hvert element fra kolonne j fra B og summerer de n multiplikasjonene for å få  $c[i][j]$  (se koden).

## Sekvensiell implementasjon

- a) Du skal før initiere matrisene A og b med tilfeldige double-tall fra klassen Random med metoden `nextDouble()`. Du får da et tilfeldig tall mellom 0,0 og 1,0. ( Hvis du først vil teste koden din, kan du initiere A og B med 1,0, og da vil alle elementene i C være n.)

Test kjøretiden for  $n=100$ , 500 og 1000 og lag en liten tabell om kjøretiden som funksjon av n. Forklar hvorfor kjøretiden 8-dobles når n dobles.

Her du ser på hvordan to-dimensjonale arrayer er lagret i Java:



Da ser du at når vi beregner  $c[i][j]$ , så leser vi fra A tall fra en rad som ligger etter hverandre i lageret (raskt), mens elementene fra B hentes fra hver sin rad, og vi hopper rundt i lageret. Det er forventet at du vil få problemer med cache-ene, og da langsommere lesing av B-elementene. Du skal altså prøve ut en ide at før du multipliserer sammen A og B, så bytter du om på elementene i B, slik at

kolonnene i B ligger lagret radvis som rader (på matematisk kalles dette å transponere B). Dette oppnår du hvis du bytter alle elementer  $B[i][j]$  med  $B[j][i]$  for alle  $i < n$  og  $j < i$  ( grunnen til dette siste  $j < i$  er å unngå å bytte om hvert element to ganger og dermed ende opp med at B ikke er endret) Du skal altså nå forsøke å multiplisere  $AxB$  med først å transponere B. Kall den  $B'$ , og da er :

$$c[i][j] = \sum_{k=0}^n a[i][k] * b'[j][k]$$

Ta også tider her (hvor tidene nå inkluderer først transponering av B og så multiplisering  $AxB'$  og se om du får raskere tider enn rett fram multiplisering som definert i pkt a).

## Parallell implementasjon

Dette er ett av de problemene hvor parallellisering er meget lett, en av de pinbart parallelle problemene. La bare tråd 0 beregne de  $n/k$  første kolonnene i C, tråd 1 de neste  $n/k$  kolonnene,,,,, og den siste tråden alle de siste kolonnene i C.

Siden dette ikke består i å skrive samtidig på felles variable, bare lese A og B (eller  $B'$ ) , trenger vi ikke noen synkronisering, bare en skikkelig avslutning av trådene – for eksempel med `join()`.

Inkluder din parallelle løsning med den beste av løsningene a) eller b) ovenfor og parallelliser denne. Hvis løsning b) med transponering var raskest, er det tilsvarende enkelt å parallellisere transponeringen av B. Skriv en liten tabell over kjøretidene og speedup for din parallelle løsning og kommenter den.

## Tips

Koden for beregning av  $C = AxB$ :

```
double elem ;

for (int i=0;i < n;i++) {
    // for each row i C
    for (int j=0;j < n;j++) {
        // for each collumn in C
        elem =0.0;
        for (int k=0;k < n;k++){
            elem += a[i][k]*b[k][j];
        }
        c[i][j] = elem;
    } // end j
} // end i
```