Oppskriftsbok

- FDer og MVDer
- Relasjonsalgebra

FDer og MVDer

- Tillukningsalgoritmen
- Hvordan finne alle kandidatnøkler
- Hvordan finne normalformen til en relasjon
- Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er tapsfri
- Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er FD-bevarende
- Hvordan dekomponere tapsfritt til BCNF
- Hvordan dekomponere tapsfritt til EKNF
- Hvordan avgjøre om en FD følger fra en gitt mengde integritetsregler
- Hvordan avgjøre om en MVD følger fra en gitt mengde integritetsregler
- Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer
- Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er tapsfri når noen av reglene er MVDer
- Hvordan dekomponere tapsfritt til 4NF
- Hvordan finne ut om en dekomposisjon kan ha støyinstanser

Tillukningsalgoritmen

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$. La X være en mengde av attributter i $\mathcal{R}$. X^+, tillukningen av X, er de attributtene som avhenger funksjonelt av X (dvs. de attributtene som, gitt en verdi til hvert av attributtene i X, maksimalt kan ha én verdi).

Algoritme som beregner X^+ mhp. $\mathcal{F}$.

1. T := X
2. Så lenge T forandres:
   Hvis det finnes en FD $V \rightarrow W$ i $\mathcal{F}$ hvor V er en delmengde av T, sett $T := T \cup W$
3. $X^+ := T$

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)

$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow BF\}$

Finn tillukningen av AB.

1. T := AB
2. Siden AB $\subseteq$ T og AB $\rightarrow$ DE: Sett T := ABDE
   Siden AE $\subseteq$ T og AE $\rightarrow$ BF: Sett T := ABDEF
3. AB^+ = ABDEF

Hvordan finne alle kandidatnøkler I

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$. Da er X en kandidatnøkkel i $\mathcal{R}$ hvis og bare hvis begge følgende punkter holder:

(a) X^+ er alle attributtene i $\mathcal{R}$

(b) Uansett valg av en A i X er $(X\text{-}A)^+$ ikke alle attributtene i $\mathcal{R}$.

Derfor bruker vi systematisk tillukning av attributtmengder (bottom-up) og sjekker hver mengde mot kriteriene (a) og (b) for å finne kandidatnøklene.

Hvordan finne alle kandidatnøkler II

For å begrense hvor mange tillukninger vi må beregne, bruker vi følgende observasjoner:

1. Hvis et attributt A ikke forekommer i noen høyreside i $\mathcal{F}$, må A være med i alle kandidatnøklene.
2. Hvis et attributt A er med i minst én høyreside, men ingen venstresider, er A ikke med i noen av kandidatnøklene.

Hvordan finne alle kandidatnøkler III

Algoritme for å finne alle kandidatnøkler.

1. Sett X lik mengden av attributter som ikke forekommer i noen høyreside i $\mathcal{F}$.
2. Utvid systematisk X på alle mulige måter med attributter som forekommer i minst én venstreside i $\mathcal{F}$. For hver slik X, beregn tillukningen X^+. Stans utvidelsen av en X hvis X^+ er samtlige attributter, dvs. X oppfyller kriterium (a). Hvis X også oppfyller kriterium (b), er X en kandidatnøkkel.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)

$\mathcal{F}$ = $\{AB \rightarrow DE, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow BF\}$

Finn kandidatnøklene til $\mathcal{R}$.

Attributter som ikke forekommer i noen høyreside: C

Attributter som bare forekommer i høyresider: F

1. X := C. C^+ = CA. C er ikke en kandidatnøkkel.
2. Prøv å utvide X med B, D, E. (Siden A er i C^+, er det ikke noe poeng å utvide C med A.)
   1. X:= BC. BC^+ = BCADEF. BC er en kandidatnøkkel.
   2. X:= CD. CD^+ = CDA. CD er ikke en kandidatnøkkel.
   3. X:= CE. CE^+ = BCADEF. CE er en kandidatnøkkel.

   Fortsett med X = CD. Prøv å utvide med B, E.

   4. X:= BCD. BCD^+ = BCADEF. Men BC er en kandidatnøkkel, så BCD oppfyller kriterium (a), men ikke (b).
   5. X:= CDE. CDE^+ = BCADEF. Men CE er en kandidatnøkkel, så CDE oppfyller kriterium (a), men ikke (b).

Kandidatnøklene er BC og CE.

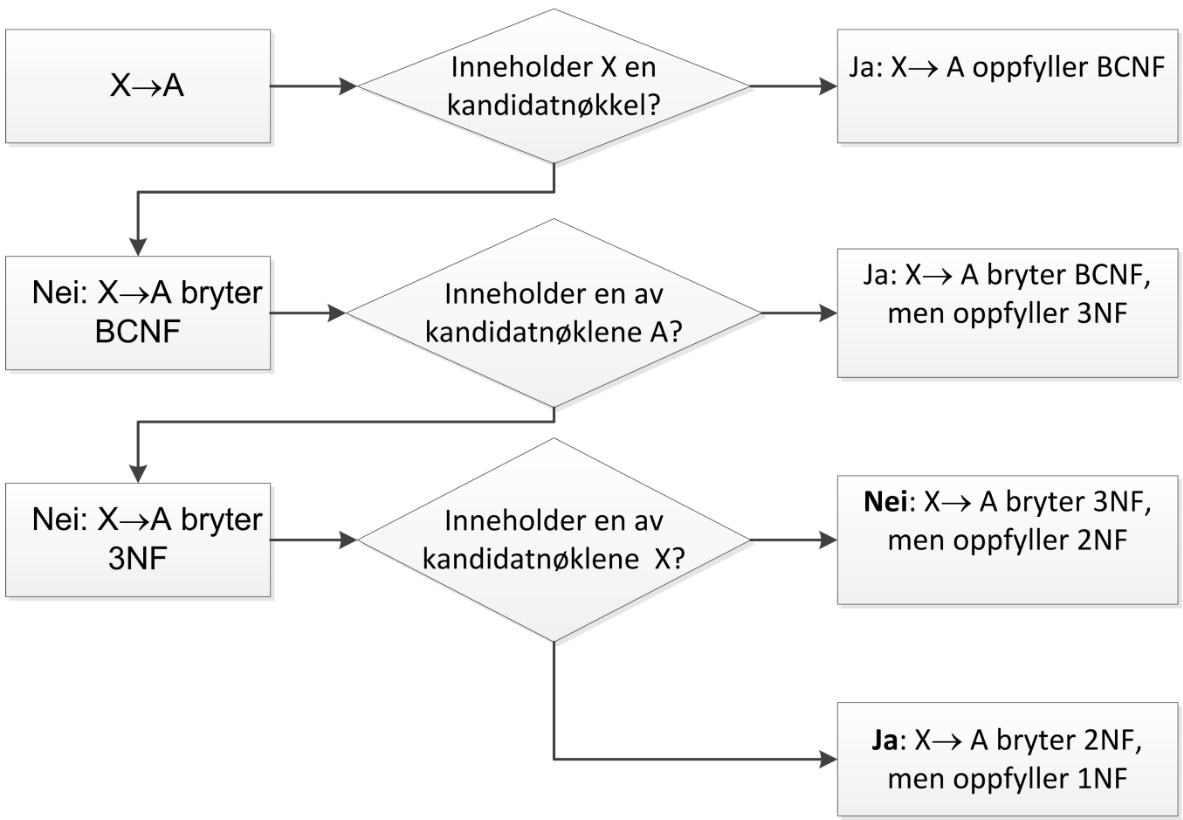
Hvordan finne normalformen til en relasjon

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$.

1. Finn alle kandidatnøklene i $\mathcal{R}$.
2. Lag atomære høyresider ved hjelp av splitting:
   Hvis $X \rightarrow B_1B_2\ldots B_n$ er en FD i $\mathcal{F}$, erstatt den med FDene
   $X \rightarrow B_1$, $X \rightarrow B_2$, …, $X \rightarrow B_n$.
3. For hver FD $X \rightarrow A$:
   1. Undersøk om X er en supernøkkel, dvs. om X inneholder en kandidatnøkkel. Hvis den gjør det, så oppfyller $X \rightarrow A$ BCNF.
   2. Hvis ikke, bryter $X \rightarrow A$ BCNF. Undersøk i såfall om A er et nøkkelattributt, dvs. om noen av kandidatnøklene inneholder A. Hvis dette er tilfellet, så oppfyller $X \rightarrow A$ 3NF, men bryter BCNF.
   3. Hvis ikke, bryter $X \rightarrow A$ 3NF. Undersøk i såfall om X er inneholdt i noen kandidatnøkkel. Hvis dette er tilfellet, så **bryter** $X \rightarrow A$ 2NF (men oppfyller 1NF). Hvis det **ikke** er tilfellet, oppfyller $X \rightarrow A$ 2NF, men bryter 3NF.

Hvis minst én FD bryter en normalform, bryter også $\mathcal{R}$ denne normalformen.
Hvis alle FDene oppfyller en normalform, oppfyller også $\mathcal{R}$ denne normalformen.

Hvordan finne normalformen – flytdiagrambeskrivelse



Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow BF\}$

Finn normalformen til $\mathcal{R}$. (Dvs. finn **høyeste** normalform som $\mathcal{R}$ tilfredsstiller.)

1. Kandidatnøklene er BC og CE (se side 8).
2. $\mathcal{F} = \{AB \rightarrow D, AB \rightarrow E, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow B, AE \rightarrow F\}$
3. $AB \rightarrow D$: AB inneholder ikke BC eller CE. Bryter BCNF.
   D er ikke med i BC eller CE. Bryter 3NF.
   BC og CE inneholder ikke AB. Er på 2NF.
   (Så $\mathcal{R}$ er på 2NF eller lavere.)

   $AB \rightarrow E$: AB inneholder ikke BC eller CE. Bryter BCNF.
   E er med i CE. Er på 3NF.

   $C \rightarrow A$: C inneholder ikke BC eller CE. Bryter BCNF.
   A er ikke med i BC eller CE. Bryter 3NF.
   BC (og CE) inneholder C. Bryter 2NF, men er på 1NF.
   (Så $\mathcal{R}$ er på 1NF, men ikke 2NF.)

   Behøver i dette tilfellet ikke å undersøke resten av FDene, for uansett hvilken normalform de øvrige FDene har, vil $\mathcal{R}$ uansett bryte 2NF og bare være på 1NF.

$\mathcal{R}$ er på 1NF, men bryter/er ikke på 2NF.

Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er tapsfri

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$. Gitt en dekomposisjon av $\mathcal{R}$ til relasjonene $\mathcal{S}_1$, ... , $\mathcal{S}_k$.

Chasealgoritme for å avgjøre om dekomposisjonen er tapsfri:

1. Lag en tabell med én kolonne for hvert attributt i $\mathcal{R}$ og én rad for hver $\mathcal{S}_i$.
2. I kolonnen for attributt A, for hver rad i:
   - Skriv a hvis A er et attributt i $\mathcal{S}_i$
   - Skriv a_i hvis A ikke er et attributt i $\mathcal{S}_i$
3. Så lenge det skjer forandringer i tabellen:
   - For hver FD X $\rightarrow$ Y, for alle rader i tabellen med lik X-verdi, gjør Y-verdiene like. Hvis en av Y-ene er en verdi uten subskript, skal denne velges.
4. Hvis en rad er uten subskriptverdier, er dekomposisjonen tapsfri, ellers ikke.

Eksempel 1

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F}$ = $\{$AB $\rightarrow$ DE, C $\rightarrow$ A, BD $\rightarrow$ E, AE $\rightarrow$ BF$\}$

Finn ut om $\{$ABDE, AC, BDE, ABEF$\}$ er en tapsfri dekomposisjon.

	A	B	C	D	E	F
ABDE	a	b	c1	d	e	~~f1~~ f
AC	a	b2	c	d2	e2	f2
BDE	a3	b	c3	d	e	f3
ABEF	a	b	c4	~~d4~~ d	e	f

Ingen rader er fullstendig uten indekser.

Dekomposisjonen er ikke tapsfri.

Eksempel 2

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)

$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow BF\}$

Finn ut om $\{$ACE, BDE, ABEF, ABD$\}$ er en tapsfri dekomposisjon.

	A	B	C	D	E	F
ACE	a	~~b1~~ b	c	~~d1~~ d	e	~~f1~~ f
BDE	a2	b	c2	d	e	f2
ABEF	a	b	c3	~~d3~~ ~~d1~~ d	e	f
ABD	a	b	c4	d	e4	f4

Første rad er uten indekser.

Dekomposisjonen er tapsfri.

Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er FD-bevarende

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$.
Gitt en dekomposisjon av $\mathcal{R}$ til relasjonene $\mathcal{S}_1$, ..., $\mathcal{S}_k$ der $\mathcal{S}_i$ har attributtene W_i (i=1,…,k).

Den komplette algoritmen for å avgjøre om dekomposisjonen er FD-bevarende, er ikke pensum. Følgende forenklede algoritme kan benyttes på de eksemplene dere kommer borti i dette kurset†:

1. Lag atomære høyresider ved hjelp av splitting:
   Hvis $X \rightarrow B_1B_2 \ldots B_n$ er en FD i $\mathcal{F}$, erstatt den med FDene
   $X \rightarrow B_1$, $X \rightarrow B_2$, …, $X \rightarrow B_n$.
2. For hver FD $X \rightarrow A$: Sjekk om det finnes minst én $\mathcal{S}_i$ der $XA \subseteq W_i$. Hvis dette er tilfellet for alle FDene, er dekomposisjonen FD-bevarende. Hvis det er minst én FD der $XA \not\subset W_i$ for alle i, er dekomposisjonen ikke FD-bevarende.

†Hvis den forenklede algoritmen konkluderer med at dekomposisjonen er FD-bevarende, så er dette alltid korrekt. Men den forenklede algoritmen kan noen ganger konkludere med at dekomposisjonen **ikke** er FD-bevarende selv om det korrekte er at den **er** FD-bevarende.

Eksempel 1

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \to DE, C \to A, BD \to E, AE \to BF\}$

Finn ut om dekomposisjonen {BDE, ABDF, AC, BC} er FD-bevarende.

1. $\mathcal{F} = \{AB \to D, AB \to E, C \to A, BD \to E, AE \to B, AE \to F\}$
2. $AB \to D$: $ABD \subseteq ABDF$
   $AB \to E$: $ABE \not\subset BDE$, $ABE \not\subset ABDF$, $ABE \not\subset AC$, $ABE \not\subset BC$
   $AB \to E$ kan ikke sjekkes lokalt i noen av komponentene.
   $C \to A$: $AC \subseteq AC$
   $BD \to E$: $BDE \subseteq BDE$
   $AE \to B$: $ABE \not\subset BDE$, $ABE \not\subset ABDF$, $ABE \not\subset AC$, $ABE \not\subset BC$
   $AE \to B$ kan ikke sjekkes lokalt i noen av komponentene.
   $AE \to F$: $AEF \not\subset BDE$, $AEF \not\subset ABDF$, $AEF \not\subset AC$, $AEF \not\subset BC$
   $AE \to F$ kan ikke sjekkes lokalt i noen av komponentene.

Dekomposisjonen er ikke FD-bevarende.

Eksempel 2

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow BF\}$

Finn ut om dekomposisjonen $\{ACE, BDE, ABEF, ABD\}$ er FD-bevarende.

1. $\mathcal{F} = \{AB \rightarrow D,\ AB \rightarrow E,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow B,\ AE \rightarrow F\}$
2. $AB \rightarrow D$: $ABD \subseteq ABD$
   $AB \rightarrow E$: $ABE \subseteq ABEF$
   $C \rightarrow A$: $AC \subseteq ACE$
   $BD \rightarrow E$: $BDE \subseteq BDE$
   $AE \rightarrow B$: $ABE \subseteq ABEF$
   $AE \rightarrow F$: $AEF \subseteq ABEF$
   Alle FDene kan sjekkes lokalt i en komponent.

Dekomposisjonen er FD-bevarende.

Hvordan dekomponere tapsfritt til BCNF

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$.

1. Hvis $X \rightarrow A$ er et brudd på BCNF:
   A. Beregn X^+
   B. Dekomponer $\mathcal{R}$ i $\mathcal{S}$ og $\mathcal{T}$ der $\mathcal{S}$ er lik X^+ og $\mathcal{T}$ er lik X samt de attributtene i $\mathcal{R}$ som ikke er i X^+.
2. Fortsett på samme måte med $\mathcal{S}$ og $\mathcal{T}$ inntil alle relasjonene i dekomposisjonen tilfredsstiller BCNF.
   (Brudd på BCNF må beregnes på nytt† for hver av $\mathcal{S}$ og $\mathcal{T}$.)

†For å beregne eventuelle brudd på BCNF i hver av komponentene, må vi vite hvilke FDer som gjelder lokalt i hver komponent. Den generelle algoritmen for å finne de lokale FDene, er ikke pensum. De eksemplene dere kommer borti i dette kurset, vil ikke være mer kompliserte enn at det stort sett gir seg selv hvilke FDer som gjelder lokalt.

Eksempel

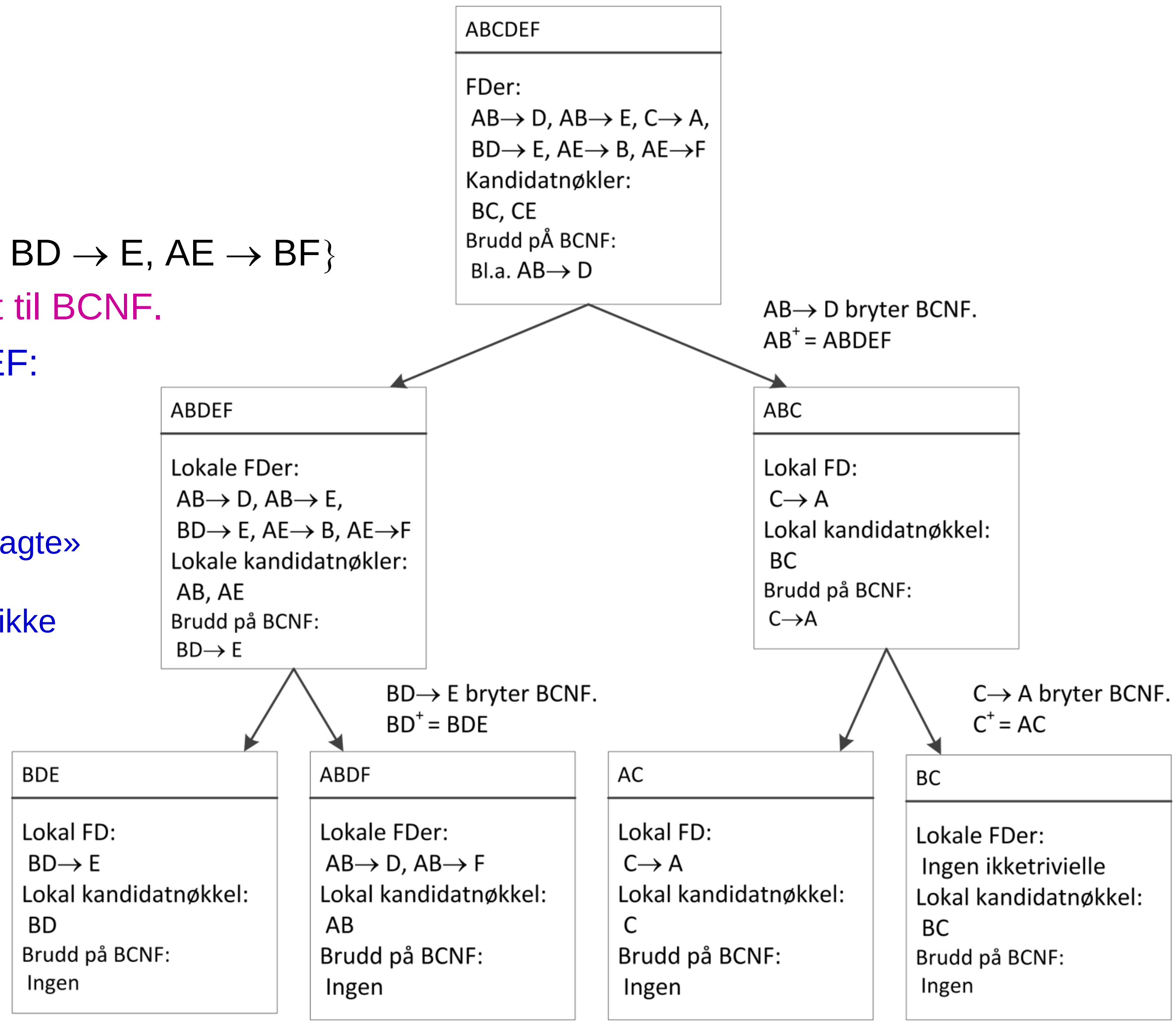
$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow BF\}$

Dekomponer $\mathcal{R}$ tapsfritt til BCNF.

Kandidatnøkler ABCDEF:
BC og CE, se side 8.

Merk at vi i komponenten ABDF i tillegg til den «opplagte» FDen $AB \rightarrow D$ har oppgitt FDen $AB \rightarrow F$. $AB \rightarrow F$ er ikke i $\mathcal{F}$, men følger fra $\mathcal{F}$ siden $AB^+ = ABDEF$. Så lokalt i komponenten gjelder $AB^+ = ABDF$ og $AB \rightarrow F$.

{BDE, ABDF, AC, BC} er en BCNF-dekomposisjon.



Hvordan dekomponere tapsfritt til EKNF

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$.

1. Finn en minimal overdekning $\mathcal{G}$ for $\mathcal{F}$ (se side 22).
2. For hver X som opptrer som venstreside i $\mathcal{G}$, finn alle $X \rightarrow A_i$ i $\mathcal{G}$ og lag en relasjon $\mathcal{R}_X$ som inneholder X samt alle høyresidene A_i.
3. Hvis ingen av $\mathcal{R}_X$-ene inneholder en kandidatnøkkel for $\mathcal{R}$, utvid med en relasjon $\mathcal{R}_0$ der attributtene er en kandidatnøkkel.

Relasjonene i dekomposisjonen er minst EKNF.
(I beste fall oppnås BCNF i alle relasjonene.)

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow BF\}$

Dekomponer $\mathcal{R}$ tapsfritt til EKNF.

1. En minimal overdekning av $\mathcal{F}$ er
   $\mathcal{G} = \{AB \rightarrow D, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow B, AE \rightarrow F\}$ (se side 23).
2. $AB \rightarrow D$ gir $\mathcal{R}_{AB}$(ABD)
   $C \rightarrow A$ gir $\mathcal{R}_{C}$(AC)
   $BD \rightarrow E$ gir $\mathcal{R}_{BD}$(BDE)
   $AE \rightarrow B$ og $AE \rightarrow F$ gir $\mathcal{R}_{AE}$(ABEF)
3. Kandidatnøklene er BC og CE (se side 8). Ingen av komponentene i punkt 2 inneholder noen kandidatnøkkel. Legg til $\mathcal{R}_0$(BC) eller $\mathcal{R}_0$(CE).

$\{ABD, AC, BDE, ABEF, CE\}$ er en EKNF-dekomposisjon.
(I dette tilfellet er alle komponentene ikke bare på EKNF, men på BCNF også.)

Algoritme for å finne minimale overdekninger

1. Initialiser $\mathcal{G} := \mathcal{F}$.
2. Lag atomære høyresider ved hjelp av splitting.
3. Gjør venstresidene minimale:
   For hver $X \rightarrow A$ i $\mathcal{G}$ og hver B i X:
   1. Beregn $(X\text{-}B)^+$ med hensyn på $\mathcal{G}$.
   2. Hvis A er et attributt i $(X\text{-}B)^+$, erstatt $X \rightarrow A$ med $(X\text{-}B) \rightarrow A$ i $\mathcal{G}$.
4. Fjern overflødige FDer:
   For hver $X \rightarrow A$ i $\mathcal{G}$:
   1. Beregn X^+ med hensyn på $\mathcal{G}$ uten å bruke $X \rightarrow A$.
   2. Hvis A er et attributt i X^+, fjern $X \rightarrow A$ fra $\mathcal{G}$.

Eksempel 1

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow BF\}$

Finn en minimal overdekning for $\mathcal{F}$.

1. $\mathcal{G} := \{AB \rightarrow DE, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow BF\}$
2. $\mathcal{G} := \{AB \rightarrow D, AB \rightarrow E, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow B, AE \rightarrow F\}$
3. $AB \rightarrow D$: 1. $A^+ = A$, $B^+ = B$.
   2. D er ikke med i A^+ eller B^+, så $AB \rightarrow D$ har allerede minimal venstreside.
   $AB \rightarrow E$: Det samme gjelder denne.
   $BD \rightarrow E$: 1. $B^+ = B$, $D^+ = D$.
   2. E er ikke med i B^+ eller D^+, så $BD \rightarrow E$ har allerede minimal venstreside.
   $AE \rightarrow B$: 1. $A^+ = A$, $E^+ = E$.
   2. B er ikke med i A^+ eller E^+, så $AE \rightarrow B$ har allerede minimal venstreside.
   $AB \rightarrow D$: Det samme gjelder denne.
   Resultat: $\mathcal{G}$ er uendret etter dette trinnet.
4. $AB \rightarrow D$: 1. $AB^+ = ABEF$ når $AB \rightarrow D$ ikke brukes.
   2. D er ikke med i ABEF, så $AB \rightarrow D$ er ikke overflødig.
   $AB \rightarrow E$: 1. $AB^+ = ABDEF$ når $AB \rightarrow E$ ikke brukes.
   2. E er med i ABDEF, så $AB \rightarrow E$ er overflødig. Fjern $AB \rightarrow E$ fra $\mathcal{G}$.
   Resten av FDene undersøkes på tilsvarende måte: Bare $AB \rightarrow E$ er overflødig.

Resultat: $\mathcal{G} = \{AB \rightarrow D, C \rightarrow A, BD \rightarrow E, AE \rightarrow B, AE \rightarrow F\}$

Eksempel 2

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F,G,H)

$\mathcal{F}$ = {AB → CH, DE → FG, D → H, E → B, H → AG}

Finn en minimal overdekning for $\mathcal{F}$.

1. $\mathcal{G}$:= {AB → CH, DE → FG, D → H, E → B, H → AG}
2. $\mathcal{G}$:= {AB → C, AB → H, DE → F, DE → G, D → H, E → B, H → A, H → G}
3. AB → C: 1. A^+ = A, B^+ = B.
   2. C er ikke med i A^+ eller B^+, så AB → C har allerede minimal venstreside.
   AB → H: Det samme gjelder denne.
   DE → F :1. D^+ = ADGH, E^+ = BE.
   2. F er ikke med i D^+ eller E^+, så DE → F har allerede minimal venstreside.
   DE → G :1. D^+ = ADGH, E^+ = BE.
   2. G er med i D^+. Erstatt DE → G med D → G:
   $\mathcal{G}$:= {AB → C, AB → H, DE → F, D → G, D → H, E → B, H → A, H → G}
4. AB → C: 1. AB^+ = ABGH når AB → C ikke brukes.
   2. C er ikke med i ABGH, så AB → C er ikke overflødig.
   AB → H: 1. AB^+ = ABC når AB → H ikke brukes.
   2. H er ikke med i ABC, så AB → H er ikke overflødig.
   DE → F: 1. DE^+ = ABCDEGH når DE → F ikke brukes.
   2. F er ikke med i ABCDEGH, så DE → F er ikke overflødig.
   D → G: 1. D^+ = DGH når D → G ikke brukes.
   2. G er med i DGH, så D → G er overflødig. Fjern den:
   $\mathcal{G}$:= {AB → C, AB → H, DE → F, D → H, E → B, H → A, H → G}
   D → H: 1. D^+ = D når D → H ikke brukes (ser bare på FDene i den nyeste versjonen av $\mathcal{G}$).
   2. H er ikke med i D, så D → H er ikke overflødig.
   E → B, H → A, H → G: Gjør tilsvarende for disse. Ingen av dem er overflødige.

Resultat: $\mathcal{G}$ = {AB → C, AB → H, DE → F, D → H, E → B, H → A, H → G}

Hvordan avgjøre om en FD følger fra en gitt mengde integritetsregler

A. Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$. Vi ønsker å teste om en FD X $\rightarrow$ Y er en konsekvens av integritetsreglene $\mathcal{F}$. Det er to måter å gjøre dette på:
   1. Med tillukningsalgoritmen
   2. Med chasealgoritmen

B. Gitt en relasjon $\mathcal{R}$, en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$. Vi ønsker å teste om en FD X $\rightarrow$ Y er en konsekvens av integritetsreglene $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$. Når noen av reglene er MVDer, må vi bruke chasealgoritmen for å teste dette.

Bruk av tillukningsalgoritmen for å teste om $X \to Y$ følger fra en mengde FDer $\mathcal{F}$

1. Beregn X^+ mhp. $\mathcal{F}$

2. Hvis alle attributtene i Y er med i X^+, følger $X \to Y$ av $\mathcal{F}$

   Hvis ikke, følger ikke $X \to Y$ av $\mathcal{F}$

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F}$ = $\{$AB $\rightarrow$ DE, C $\rightarrow$ A, BD $\rightarrow$ E, AE $\rightarrow$ BF$\}$

Finn ut om AB $\rightarrow$ F og om AB $\rightarrow$ C.

AB$^+$ = ABDEF
F er med i ABDEF. C er ikke med i ABDEF.

Resultat: AB $\rightarrow$ F følger fra $\mathcal{F}$, men det gjør ikke AB $\rightarrow$ C.

Bruk av chasealgoritmen for å teste om $X \rightarrow Y$ følger fra en mengde FDer $\mathcal{F}$

1. Lag en tabell med en kolonne for hvert attributt i $\mathcal{R}$.
   Lag to rader i tabellen:
   Rad 1: I kolonnen for attributt A, skriv a
   Rad 2: I kolonnen for attributt A, skriv a hvis A er et attributt i X og skriv a_2 hvis A ikke er et attributt i X
2. Så lenge det skjer forandringer i tabellen:
   For hver FD $V \rightarrow W$ i $\mathcal{F}$, hvis de to radene har lik V-verdi, gjør W-verdiene like. (Velg verdier uten subskript.)
3. Hvis de to radene har like verdier for alle attributtene i Y, følger $X \rightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$. Hvis minst ett av attributtene i Y har forskjellige verdier, følger ikke $X \rightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F}$ = $\{$AB $\rightarrow$ DE, C $\rightarrow$ A, BD $\rightarrow$ E, AE $\rightarrow$ BF$\}$

Finn ut om AB $\rightarrow$ F og om AB $\rightarrow$ C.

Start med tabellen

A	B	C	D	E	F
a	b	c	d	e	f
a	b	c2	d2	e2	f2

Etter at chasealgoritmen er ferdig, ser tabellen slik ut:

A	B	C	D	E	F
a	b	c	d	e	f
a	b	c2	~~d2~~ d	~~e2~~ e	~~f2~~ f

De to radene er like i F, men ulike i C.

Resultat: AB $\rightarrow$ F følger fra $\mathcal{F}$, men det gjør ikke AB $\rightarrow$ C.

Bruk av chasealgoritmen for å teste om $X \rightarrow Y$ følger fra en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$

1. Lag en tabell med en kolonne for hvert attributt i $\mathcal{R}$.
   Lag to rader i tabellen.
   Rad 1: I kolonnen for attributt A, skriv a
   Rad 2: I kolonnen for attributt A, skriv a hvis A er et attributt i X og skriv a_2 hvis A ikke er et attributt i X
2. Så lenge det skjer forandringer i tabellen:
   - For hver FD $V \rightarrow W$ i $\mathcal{F}$, for alle par av rader med lik V-verdi, gjør W-verdiene like. (Velg verdier uten subskript.)
   - For hver MVD $V \twoheadrightarrow W$ i $\mathcal{M}$, for alle par av rader med lik V-verdi, lag to nye rader der W-verdiene er byttet om.
3. Hvis de to opprinnelige radene har like verdier for alle attributtene i Y, følger $X \rightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$. Hvis minst ett av attributtene i Y har forskjellige verdier, følger ikke $X \rightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F} = \{AB \to DE,\ C \to A,\ BD \to E,\ AE \to BF\}$
$\mathcal{M} = \{BD \twoheadrightarrow CF\}$

Finn ut om BD $\to$ F og om BD $\to$ C.

Start med tabellen

A	B	C	D	E	F
a	b	c	d	e	f
a2	b	c2	d	e2	f2

Etter at chasealgoritmen er ferdig, ser tabellen slik ut:

A	B	C	D	E	F
a	b	c	d	e	f
~~a2~~ a	b	c2	d	~~e2~~ e	~~f2~~ f
a	b	c2	d	e	~~f2~~ f
~~a2~~ a	b	c	d	e	f

De to første radene er like i F, men ulike i C.

Resultat: BD $\to$ F følger fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$, men det gjør ikke BD $\to$ C.

Hvordan avgjøre om en MVD følger fra en gitt mengde integritetsregler

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$. Vi ønsker å teste om en MVD $X \twoheadrightarrow Y$ er en konsekvens av integritetsreglene $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$. Dette testes ved hjelp av chasealgoritmen.

Bruk av chasealgoritmen for å teste om $X \twoheadrightarrow Y$ følger fra en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$

La Z være de attributtene som ikke forekommer i X eller Y.

1. Lag en tabell med en kolonne for hvert attributt i $\mathcal{R}$. Lag to rader i tabellen.
   Rad 1: I kolonnen for attributt A, skriv a hvis A er et attributt i X eller Y og skriv a_1 hvis A ikke er et attributt i X eller Y
   Rad 2: I kolonnen for attributt A, skriv a hvis A er et attributt i X eller Z og skriv a_2 hvis A ikke er et attributt i X eller Z
2. Så lenge det skjer forandringer i tabellen:
   - For hver FD $V \rightarrow W$ i $\mathcal{F}$, for alle par av rader med lik V-verdi, gjør W-verdiene like. (Velg verdier uten subskript.)
   - For hver MVD $V \twoheadrightarrow W$ i $\mathcal{M}$, for alle par av rader med lik V-verdi, lag to nye rader der W-verdiene er byttet om.
3. Hvis en av de resulterende radene er uten subskriptverdier, følger $X \twoheadrightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$. Hvis ikke, følger ikke $X \twoheadrightarrow Y$ fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D)
$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B\}$
$\mathcal{M} = \{B \twoheadrightarrow C\}$

Finn ut om $A \twoheadrightarrow D$.

Start med tabellen

A	B	C	D
a	b1	c1	d
a	b	c	d2

Etter at chasealgoritmen er ferdig, ser tabellen slik ut:

A	B	C	D
a	~~b1~~ b	c1	d
a	b	c	d2
a	b	c	d
a	b	c1	d2

Den nest siste raden er uten indekser.

Resultat: $A \twoheadrightarrow D$ følger fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$.

Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer I

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$. La R være samtlige attributter i $\mathcal{R}$. Da er X en kandidatnøkkel i $\mathcal{R}$ hvis og bare hvis begge følgende punkter holder:

(a) $X \to R$ følger fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$.

(b) Uansett valg av en A i X er det **ikke** slik at $(X\text{-}A) \to R$ følger fra $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$.

Vi finner kandidatnøklene ved systematisk å bygge alle mulige attributtmengder X (bottom-up) og undersøke for hver om $X \to R$ oppfyller kriteriene (a) og (b). Til dette brukes chasealgoritmen.

Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer II

For å begrense hvor mange X-er vi må anvende chasealgoritmen på, bruker vi følgende observasjoner:

1. Hvis et attributt A ikke forekommer i noen høyreside i $\mathcal{F}$, må A være med i alle kandidatnøklene.
2. Hvis et attributt A er med i minst én høyreside i $\mathcal{F}$, men ingen venstresider i $\mathcal{F}$ eller $\mathcal{M}$, er A ikke med i noen av kandidatnøklene.

Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer III

Algoritme for å finne alle kandidatnøkler.

1. Sett X lik mengden av attributter som ikke forekommer i noen høyreside i $\mathcal{F}$.
2. Utvid systematisk X på alle mulige måter med attributter som forekommer i minst én venstreside i $\mathcal{F}$ eller $\mathcal{M}$. For hver slik X, undersøk med chasealgoritmen om $X \rightarrow R$. Stans utvidelsen av en X hvis $X \rightarrow R$ holder, dvs. X oppfyller kriterium (a). Hvis X også oppfyller kriterium (b), er X en kandidatnøkkel.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)
$\mathcal{F}$ = $\{$AB $\rightarrow$ DE, C $\rightarrow$ A, BD $\rightarrow$ E, AE $\rightarrow$ BF$\}$
$\mathcal{M}$ = $\{$A $\twoheadrightarrow$ BC$\}$

Finn alle kandidatnøklene til $\mathcal{R}$.

Attributter som ikke forekommer i noen høyreside i $\mathcal{F}$: C

Attributter som bare forekommer i høyresider i $\mathcal{F}$ og $\mathcal{M}$: F

1. X := C. Bruker chase på to rader som er like på C, men ulike på resten.

A	B	C	D	E	F
a	b	c	d	e	f
~~a2~~ a	~~b2~~ b	c	~~d2~~ d	~~e2~~ e	~~f2~~ f
a	~~b2~~ b	c	d	e	f
a	b	c	~~d2~~ d	~~e2~~ e	~~f2~~ f

Etter at chasealgoritmen er ferdig, er de to første radene like på alle attributtene, så C $\rightarrow$ ABCDEF. C er en kandidatnøkkel.

C er eneste kandidatnøkkel.

Hvordan avgjøre om en dekomposisjon er tapsfri når noen av reglene er MVDer

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$. Gitt en dekomposisjon av $\mathcal{R}$ til relasjonene $\mathcal{S}_1$, ... , $\mathcal{S}_k$.

Chasealgoritme for å avgjøre om dekomposisjonen er tapsfri:

1. Lag en tabell med én kolonne for hvert attributt i $\mathcal{R}$ og én rad for hver $\mathcal{S}_i$.
2. I kolonnen for attributt A, for hver rad i:
   - Skriv a hvis A er et attributt i $\mathcal{S}_i$
   - Skriv a_i hvis A ikke er et attributt i $\mathcal{S}_i$
3. Så lenge det skjer forandringer i tabellen:
   - For hver FD $X \rightarrow Y$ i $\mathcal{F}$, for alle rader i tabellen med lik X-verdi, gjør Y-verdiene like. Hvis en av Y-ene er en verdi uten subskript, skal denne velges.
   - For hver MVD $X \twoheadrightarrow Y$ i $\mathcal{M}$, for alle par av rader med lik X-verdi, lag to nye rader der Y-verdiene er byttet om.
4. Hvis en rad er uten subskriptverdier, er dekomposisjonen tapsfri, ellers ikke.

Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F)

$\mathcal{F}$ = $\{$AB $\rightarrow$ DE, C $\rightarrow$ A, BD $\rightarrow$ E, AE $\rightarrow$ BF$\}$

$\mathcal{M}$ = $\{$A $\twoheadrightarrow$ BC$\}$

Finn ut om $\{$ABDE, AC, BDE, ABEF$\}$ er en tapsfri dekomposisjon.

	A	B	C	D	E	F
ABDE	a	b	c1	d	e	~~f1~~ f
AC	a	~~b2~~ b	c	~~d2~~ d	~~e2~~ e	~~f2~~ f
BDE	a3	b	c3	d	e	f3
ABEF	a	b	c4	~~d4~~ d	e	f
	a	~~b2~~ b	c	d	e	f
	a	b	c1	~~d2~~ d	~~e2~~ e	~~f2~~ f

Andre rad er uten indekser. Dekomposisjonen er tapsfri.

(Her har vi bare brukt MVDen på rad 1+2, men vi kunne ha brukt den på rad 1+3 og 2+3 også og fått ytterligere rader. Men siden vi finner en rad uten indekser bare ved å innføre to nye rader basert på rad 1+2, er ikke dette nødvendig.)

Hvordan dekomponere tapsfritt til 4NF

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$ og en mengde MVDer $\mathcal{M}$. Dekomponer i henhold til enten punkt 1 eller punkt 2 inntil det ikke lenger er noen brudd på BCNF og ikke lenger noen ekte MVDer i noen av relasjonene:

1. Hvis $X \rightarrow A$ er et brudd på BCNF i $\mathcal{R}$:
   - La Y være størst mulig slik at $X \rightarrow Y$. †
   - La Z være de attributtene i $\mathcal{R}$ som ikke er i XY.
   - Dekomponer $\mathcal{R}$ til $\mathcal{S}$(XY) og $\mathcal{T}$(XZ).
2. Hvis $X \twoheadrightarrow Y$ er en ekte MVD i $\mathcal{R}$:
   - La Z være de attributtene i $\mathcal{R}$ som ikke er i XY.
   - Dekomponer $\mathcal{R}$ til $\mathcal{S}$(XY) og $\mathcal{T}$(XZ).

† Bruk chasealgoritmen på en tabell med to rader som er like i X og forskjellige i resten av attributtene. De av attributtene som er like når chasealgoritmen avslutter, er med i Y. De som ikke er like, er i Z.

Eksempel 1

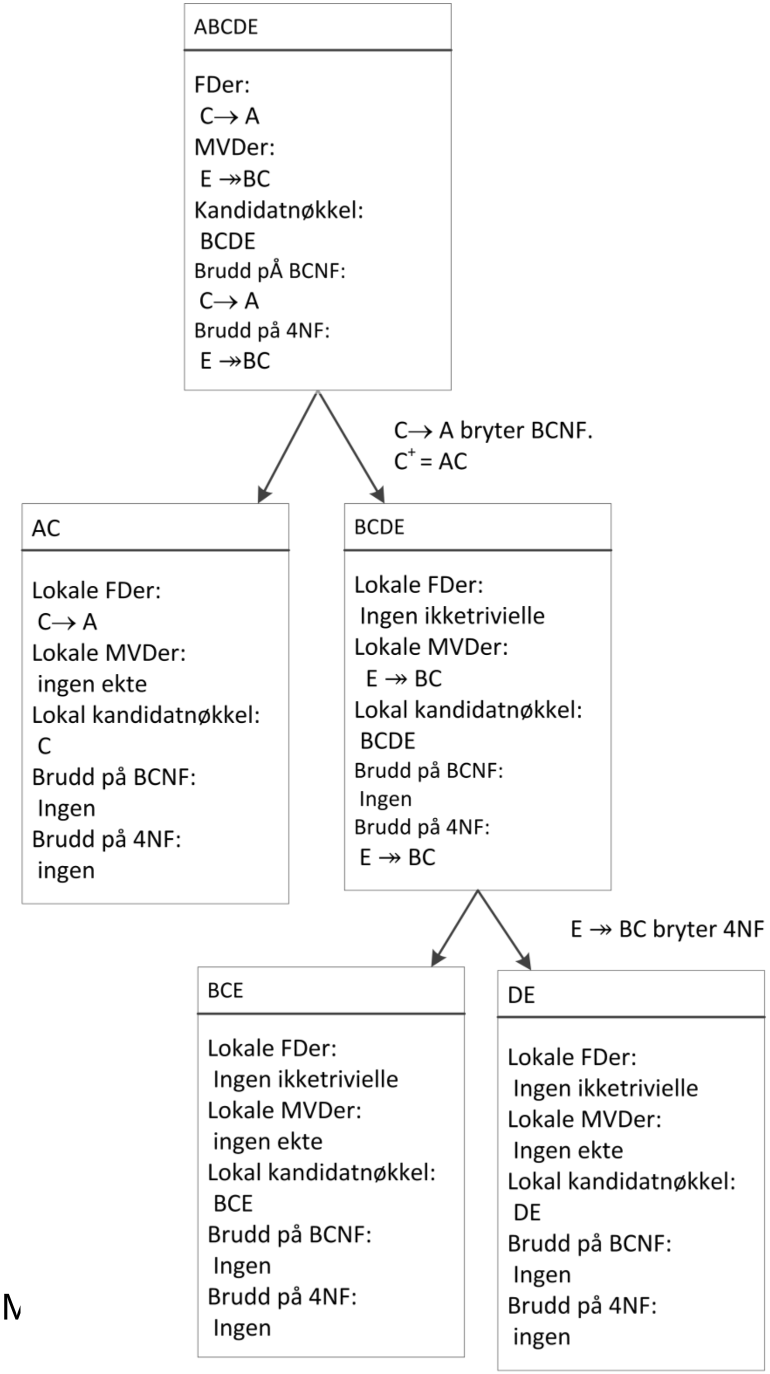
$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E)
$\mathcal{F}$ = $\{C \rightarrow A\}$
$\mathcal{M}$ = $\{E \twoheadrightarrow BC\}$

Dekomponer $\mathcal{R}$ tapsfritt til 4NF.

Kandidatnøkkel: BCDE.
C $\rightarrow$ A bryter BCNF.
MVDen E $\twoheadrightarrow$ BC er ekte.

1. Starter med FDer som bryter BCNF.
2. Deretter behandles ekte MVDer.

$\{$AC, BCE, DE$\}$ er en 4NF-dekomposisjon.



Eksempel 2

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E)
$\mathcal{F}$ = {C → A}
$\mathcal{M}$ = {E ↠ BC}

(Samme eksempelrelasjon som forrige side.)

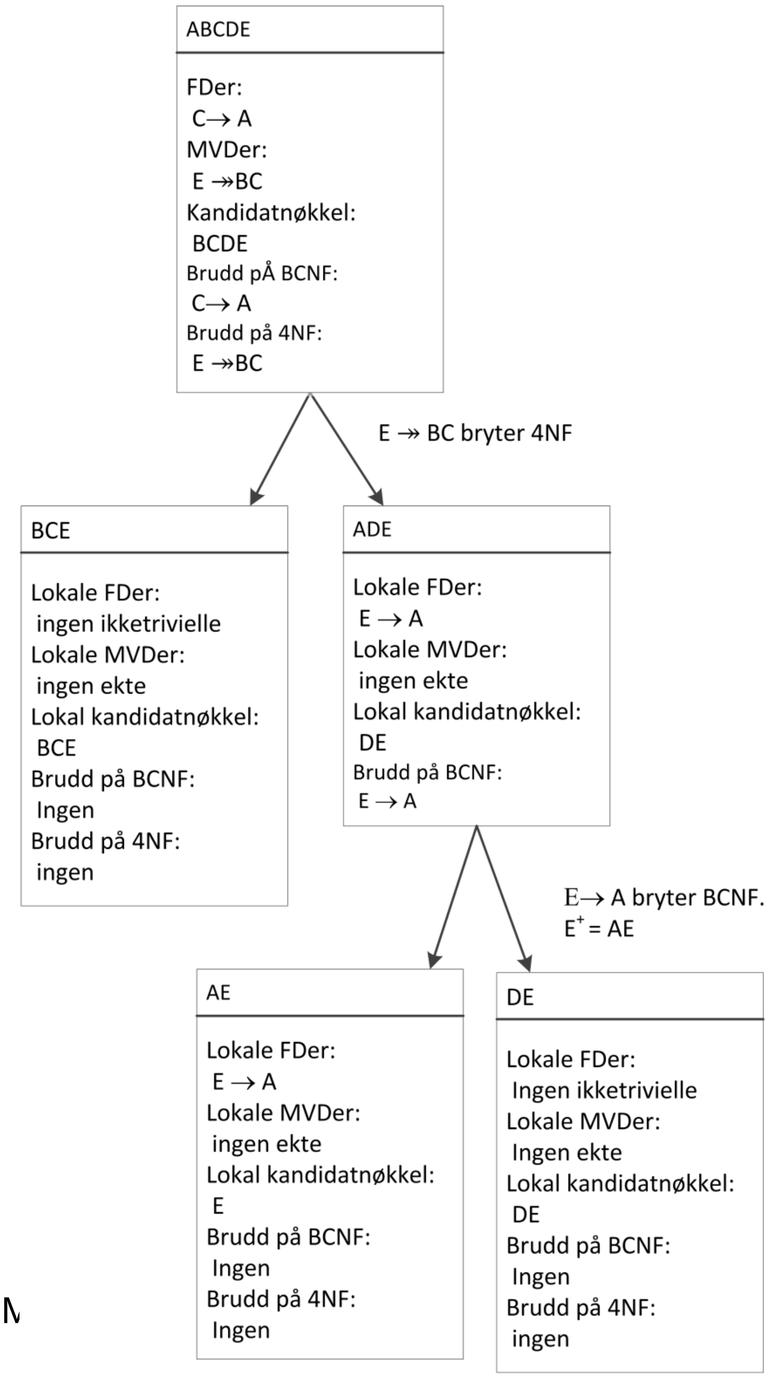
Dekomponer $\mathcal{R}$ tapsfritt til 4NF.

Kandidatnøkkel: BCDE.
C → A bryter BCNF.
MVDen E ↠ BC er ekte.

1. Starter med ekte MVDer.
2. Deretter tas FDer som bryter BCNF.

I tillegg til C → A har vi E → A (vises med chase); dette trenger vi underveis i dekomposisjonen.

{BCE, AE, DE} er en 4NF-dekomposisjon.



Hvordan finne ut om en dekomposisjon kan ha støyinstanser

Gitt en relasjon $\mathcal{R}$ med en mengde FDer $\mathcal{F}$. Gitt en tapsfri dekomposisjon av $\mathcal{R}$ til relasjonene $\mathcal{S}_1$, ..., $\mathcal{S}_k$.

1. Lag snittgrafen til dekomposisjonen:
   a. Lag én node for hver $\mathcal{S}_i$.
   b. Lag en kant mellom to noder $\mathcal{S}_i$ og $\mathcal{S}_j$ hvis $\mathcal{S}_i$ og $\mathcal{S}_j$ overlapper, dvs. har felles attributter.
2. Hvis grafen ikke har sykler, har ikke dekomposisjonen støyinstanser. Hvis grafen har sykler, kan det være at dekomposisjonen har støyinstanser.†

†Om en dekomposisjon med syklisk snittgraf har støyinstanser eller ikke, avhenger til syvende og sist av hvordan de enkelte relasjonene i dekomposisjonen rent faktisk overlapper og hvilke FDer $\mathcal{F}$ inneholder. Detaljene er ikke forelest og er ikke pensum.

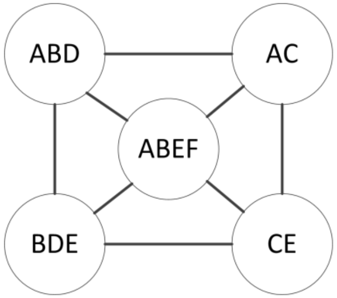
Eksempel

$\mathcal{R}$(A,B,C,D,E,F), $\mathcal{F} = \{AB \rightarrow DE,\ C \rightarrow A,\ BD \rightarrow E,\ AE \rightarrow BF\}$

Tapsfri, FD-bevarende dekomposisjon (se side 21): $\{$ABD, AC, BDE, ABEF, CE$\}$

Finn ut om dekomposisjonen kan ha støyinstanser.

Lager snittgrafen:



Grafen har sykler, så det kan være at dekomposisjonen kan ha støyinstanser.

Se på følgende eksempel:

A	B	D
a_1	b_1	d_1
a_2	b_2	d_2

A	C
a_1	c_1
a_2	c_2

B	D	E
b_1	d_1	e_1
b_2	d_2	e_2

A	B	E	F
a_1	b_1	e_1	f_1
a_2	b_2	e_2	f_2

C	E
c_1	e_2
c_2	e_1

Instansene oppfyller alle FDene og «stemmer overens», dvs. $\pi_A(ABD) = \pi_A(AC) = \{a_1, a_2\}$, $\pi_{BD}(ABD) = \pi_{BD}(BDE) = \{b_1d_1, b_2d_2\}$ osv. Samtidig er
ABD $\bowtie$ AC $\bowtie$ BDE $\bowtie$ ABEF $\bowtie$ CE = $\emptyset$, så dekomposisjonen har støyinstanser.

Relasjonsalgebra

- Notasjon
- Hvordan optimalisere relasjonsalgebrauttrykk
- Hvordan uttrykke integritetsregler i relasjonsalgebra

Notasjon

Bruk konsekvent **bag-tolkning** av alle operatorene under løsning av relasjonsalgebraoppgaver. Symboler:

- Bagunion: $R \cup S$
- Bagsnitt: $R \cap S$
- Bagdifferanse: $R - S$
- Kartesisk produkt: $R \times S$
- Seleksjon: $\sigma_C(R)$
- Projeksjon og utvidet projeksjon: $\pi_L(R)$
- Gruppering: $\gamma_L(R)$
- Naturlig join: $R \bowtie S$
- Theta-join: $R \underset{\theta}{\bowtie} S$
- Outerjoin: $R \overset{o}{\bowtie} S$, $R \overset{o}{\bowtie}_L S$, $R \overset{o}{\bowtie}_R S$
- Renavning: $\rho_S(R)$, $\rho_{S(A1,A2,...,An)}(R)$
- Duplikateliminasjon: $\delta(R)$
- Sortering: $\tau_L(R)$
- Divisjon: R div S eller R / S

Hvordan optimalisere relasjonsalgebrauttrykk

- De vanligste optimaliseringene er:
  - Dytt seleksjoner så langt ned som mulig.
    Hvis seleksjonsbetingelsen består av flere deler, splitt i flere seleksjoner og dytt hver enkelt så langt ned i treet som mulig.
  - Dytt (legg til) projeksjoner så langt ned som mulig.
    Projeksjoner kan legges til hvor som helst så lenge attributter over i treet er inkludert i projeksjonsbetingelsen.
  - Kombiner seleksjon og kartesisk produkt til en join av passende type
  - Duplikateliminasjoner kan fjernes hvis argumentet allerede er en mengde
- Men ikke ødelegg utnyttelse av indekser:
  - Dytting av projeksjon forbi en seleksjon kan ødelegge for bruk av indekser ved seleksjonen

Hvordan uttrykke integritetsregler i relasjonsalgebra

1. Hvis E er et relasjonsalgebrauttrykk, så er $E = \emptyset$ en integritetsregel som sier at E ikke har noen tupler.
2. Hvis E_1 og E_2 er to relasjonsalgebrauttrykk, så er $E_1 \subseteq E_2$ en integritetsregel som sier at ethvert tuppel i E_1 også skal være i E_2.

Eksempler

$\mathcal{R}$(A,B,C,D) med FDer $\{AB \rightarrow C, B \rightarrow AD\}$.
$\mathcal{S}$(E,F,G,H) med FDer $\{EF \rightarrow G, G \rightarrow H\}$.
CD i $\mathcal{R}$ er fremmednøkkel til EF i $\mathcal{S}$.

1. Uttrykk fremmednøkkelen i relasjonsalgebra.

   Idé: Mengden av tupler i CD er en delmengde av tuplene i EF.

   Resultat (når vi bruker bagvarianten av relasjonsalgebraen):
   $\delta(\pi_{CD}(\mathcal{R})) \subseteq \pi_{EF}(\mathcal{S})$

2. Uttrykk FDen $B \rightarrow AD$ i relasjonsalgebra.

   Idé: Det skal ikke finnes to tupler i $\mathcal{R}$ som er like i B, men ulike i A eller D.
   Lag to kopier av $\mathcal{R}$ og spleis alle tupler i den ene kopien med alle tupler i den andre. Ingen av de resulterende tuplene skal ha lik B og ulik A eller D.

   Resultat: $\sigma_{T.B = U.B \text{ and } (T.A \neq U.A \text{ or } T.D \neq U.D)} (\rho_T(\mathcal{R}) \times \rho_U(\mathcal{R})) = \emptyset$