INF3170 – Logikk

Forelesning 1: Introduksjon, mengdelære og utsagnslogikk

Christian Mahesh Hansen og Roger Antonsen

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo

23. januar 2006

Dagens plan

1. Praktisk informasjon
2. Mengdelære
3. Utsagnslogikk

- Forelesere:
  - Christian Mahesh Hansen (`chrisha@ifi.uio.no`)
  - Roger Antonsen (`rantonse@ifi.uio.no`)
  - Kontor 2403, 2. etasje, Ifi
- Nettside:
  - `http://www.ifi.uio.no/inf3170`
- Forelesning:
  - mandag 14:15 – 16:00
  - Lille auditorium
- Gruppeundervisning:
  - onsdag 12:15 - 14:00
  - grupperom 3A, Ifi
  - gruppelærer Martin G. Skjæveland (`martige@ifi.uio.no`)

Obliger og eksamen

Obliger

- Planlagt ca. 4 små (?) obliger.
- Se hjemmesiden for tidsfrister.
- Bedømmes til bestått/ikke bestått.
- Alle obligene må bestås for å kunne gå opp til eksamen.

Eksamen

- Ingen midttermineksamen.
- Avsluttende eksamen: muntlig *eller* skriftlig.
- Bokstavkarakterer – avsluttende eksamen teller 100%

Obliger og eksamen

Obliger

- Planlagt ca. 4 små (?) obliger.
- Se hjemmesiden for tidsfrister.
- Bedømmes til bestått/ikke bestått.
- Alle obligene må bestås for å kunne gå opp til eksamen.

Eksamen

- Ingen midttermineksamen.
- Avsluttende eksamen: muntlig *eller* skriftlig.
- Bokstavkarakterer – avsluttende eksamen teller 100%

Pensum

- Definert av det som gjennomgås på forelesning og gruppeundervisning.
- Foiler deles ut på forelesning og legges ut på nettsiden.
- Ingen lærebok, men...

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.
- Detaljerte henvisninger legges ut på nettsiden.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Mengdelære

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Mengdelære

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Mengdelære

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Mengdelære

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Mengdelære

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ (*mengdene er ulike*)

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte $\{\}$ eller $\emptyset$.*

Definisjon (Singletonmengde)

En singletonmengde er en mengde som har nøyaktig ett element.

Eksempel

Både $\{a\}$, $\{b\}$ og $\{b, b\}$ er singletonmengder.

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Definisjon (Singletonmengde)

En singletonmengde er en mengde som har nøyaktig ett element.

Eksempel

Både $\{a\}$, $\{b\}$ *og* $\{b, b\}$ *er singletonmengder.*

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Definisjon (Singletonmengde)

En singletonmengde er en mengde som har nøyaktig ett element.

Eksempel

Både $\{a\}$, $\{b\}$ *og* $\{b, b\}$ *er singletonmengder.*

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Definisjon (Singletonmengde)

En singletonmengde er en mengde som har nøyaktig ett element.

Eksempel

Både $\{a\}$, $\{b\}$ *og* $\{b, b\}$ *er singletonmengder.*

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er* *unionen* *av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er* unionen *av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er* *unionen* *av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er unionen av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er unionen av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er unionen av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er* unionen *av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Hvis S og T er mengder, så er* unionen *av S og T mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset = \{1, 2, 3\}$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* snittet *mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* snittet *mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* snittet *mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – finne felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset = \emptyset$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er* mengdedifferansen *mellom S og T, eller S* minus *T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er* *mengdedifferansen* *mellom S og T, eller S* *minus* *T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er* mengdedifferansen *mellom S og T, eller S* minus *T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er* mengdedifferansen *mellom S og T, eller S* minus *T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er* mengdedifferansen *mellom S og T, eller S* minus *T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} = \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde* S *er en* ***delmengde*** *av en mengde* T *hvis alle elementer i* S *også er elementer i* T.
- *Skrives ofte* $S \subseteq T$.

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t \rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* *kryssproduktet* *av S og T mengden av alle* *par* $\langle s, t \rangle$ *slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} =$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t \rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle\}$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle\}$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t \rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle\}$
- $\{a\} \times \{1, 2\} = \{\langle a, 1 \rangle, \langle a, 2 \rangle\}$

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.
- *Generalisert:* $\underbrace{S \times S \times \ldots \times S}_{n}$ *skrives* S^n.

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.
- *Generalisert:* $\underbrace{S \times S \times \ldots \times S}_{n}$ *skrives* S^n.

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.
- *Generalisert:* $\underbrace{S \times S \times \ldots \times S}_{n}$ *skrives* S^n.

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.
- *Generalisert:* $\underbrace{S \times S \times \ldots \times S}_{n}$ *skrives* S^n.

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er partall }\}$ *definerer mengden av alle partall.*
- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er oddetall }\}$ *definerer mengden av alle oddetall.*

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er partall}\}$ *definerer mengden av alle partall.*
- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er oddetall}\}$ *definerer mengden av alle oddetall.*

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er partall }\}$ *definerer mengden av alle partall.*
- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er oddetall }\}$ *definerer mengden av alle oddetall.*

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er partall }\}$ *definerer mengden av alle partall.*
- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er oddetall }\}$ *definerer mengden av alle oddetall.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*
- *Hvis $n = 2$ sier vi at relasjonen er binær.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon over S og T.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*
- *Hvis $n = 2$ sier vi at relasjonen er binær.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon over S og T.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*
- *Hvis $n = 2$ sier vi at relasjonen er binær.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon over S og T.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*
- *Hvis $n = 2$ sier vi at relasjonen er binær.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon over S og T.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*
- *Hvis $n = 2$ sier vi at relasjonen er binær.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon over S og T.*

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.
- $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *er også en binær relasjon over* S.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.
- $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *er også en binær relasjon over* S.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.
- $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *er også en binær relasjon over* S.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.
- $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *er også en binær relasjon over* S.

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er **refleksiv** *hvis $\langle x, x \rangle \in R$ for alle $x \in S$.*

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle\}$ refleksiv?*
- *Hva med $R_2 = \{\langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle\}$?*

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x\rangle \in R$ for alle $x \in S$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle\}$ *refleksiv?*
- *Hva med* $R_2 = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,3\rangle\}$*?*

Definisjon (Refleksiv)

*En binær relasjon R over mengden S er **refleksiv** hvis $\langle x, x \rangle \in R$ for alle $x \in S$.*

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ refleksiv?*
- *Hva med $R_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$?*

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x\rangle \in R$ for alle $x \in S$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$ *refleksiv?*
- *Hva med* $R_2 = \{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$*?*

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er ***symmetrisk*** *hvis $\langle x, y \rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x \rangle \in R$.*

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ symmetrisk?*
- *Hva med $R_2 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$?*

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y \rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x \rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,2 \rangle, \langle 2,3 \rangle\}$ symmetrisk?*
- *Hva med $R_2 = \{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle\}$?*

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y\rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x\rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *symmetrisk?*
- *Hva med* $R_2 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$*?*

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y\rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x\rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *symmetrisk?*
- *Hva med* $R_2 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$*?*

Definisjon (Transitiv)

En binær relasjon R er transitiv hvis $\langle x, y\rangle \in R$ og $\langle y, z\rangle \in R$ impliserer at $\langle x, z\rangle \in R$.

Definisjon (Ekvivalensrelasjon)

En binær relasjon over mengden S er en ekvivalensrelasjon hvis den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.

Definisjon (Transitiv)

En binær relasjon R er transitiv hvis $\langle x, y \rangle \in R$ og $\langle y, z \rangle \in R$ impliserer at $\langle x, z \rangle \in R$.

Definisjon (Ekvivalensrelasjon)

En binær relasjon over mengden S er en ekvivalensrelasjon hvis den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

En funksjon fra en mengde S til en mengde T er en relasjon f over S og T slik at for alle $x \in S$ så finnes en unik $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n + 1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Operator

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n + 1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

Utsagnslogikk

Studie av de utsagnslogiske konnektivene.

- Vi starter med en mengde atomære utsagn, f.eks.
  - *"parkeringsplassen er stengt"*
  - *"IFI2 bygges"*
- Den interne strukturen til atomære utsagn blir ikke analysert.
- Atomære utsagn er enten sanne eller usanne.

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Sammensatte utsagn bygges opp fra de atomære utsagnene ved hjelp av de logiske konnektivene: *og*, *eller*, *ikke*, *hvis . . . så . . .*
- Eksempel: *"IFI2 bygges og parkeringsplassen er stengt"*
- Hvordan avhenger sannhetsverdien til et sammensatt utsagn av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene det er bygget opp av?
- Hvilke utsagn er sanne *uavhengig* av sannhetsverdiene til de atomære utsagnene?
- Slike utsagn kalles tautologier.
- Eksempel: *"IFI2 bygges eller IFI2 bygges ikke"*

- Syntaks: et presist definert symbolspråk for å representere utsagnslogiske utsagn.
- Semantikk: en presist definert tolkning av uttrykk i symbolspråket til sannhetsverdiene *sann* og *usann*.
- Kalkyle: syntaktisk manipulasjon av uttrykk i symbolspråket for å finne bevisbare uttrykk.
- Sunnhet: alle bevisbare uttrykk er tautologier — korrekthet av kalkylen.
- Kompletthet: alle tautologier er bevisbare — kalkylen sterk nok til å fange inn *alle* interessante uttrykk.

- Syntaks: et presist definert symbolspråk for å representere utsagnslogiske utsagn.
- Semantikk: en presist definert tolkning av uttrykk i symbolspråket til sannhetsverdiene *sann* og *usann*.
- Kalkyle: syntaktisk manipulasjon av uttrykk i symbolspråket for å finne bevisbare uttrykk.
- Sunnhet: alle bevisbare uttrykk er tautologier — korrekthet av kalkylen.
- Kompletthet: alle tautologier er bevisbare — kalkylen sterk nok til å fange inn *alle* interessante uttrykk.

- Syntaks: et presist definert symbolspråk for å representere utsagnslogiske utsagn.
- Semantikk: en presist definert tolkning av uttrykk i symbolspråket til sannhetsverdiene *sann* og *usann*.
- Kalkyle: syntaktisk manipulasjon av uttrykk i symbolspråket for å finne bevisbare uttrykk.
- Sunnhet: alle bevisbare uttrykk er tautologier — korrekthet av kalkylen.
- Kompletthet: alle tautologier er bevisbare — kalkylen sterk nok til å fange inn *alle* interessante uttrykk.

- Syntaks: et presist definert symbolspråk for å representere utsagnslogiske utsagn.
- Semantikk: en presist definert tolkning av uttrykk i symbolspråket til sannhetsverdiene *sann* og *usann*.
- Kalkyle: syntaktisk manipulasjon av uttrykk i symbolspråket for å finne bevisbare uttrykk.
- Sunnhet: alle bevisbare uttrykk er tautologier — korrekthet av kalkylen.
- Kompletthet: alle tautologier er bevisbare — kalkylen sterk nok til å fange inn *alle* interessante uttrykk.

- Syntaks: et presist definert symbolspråk for å representere utsagnslogiske utsagn.
- Semantikk: en presist definert tolkning av uttrykk i symbolspråket til sannhetsverdiene *sann* og *usann*.
- Kalkyle: syntaktisk manipulasjon av uttrykk i symbolspråket for å finne bevisbare uttrykk.
- Sunnhet: alle bevisbare uttrykk er tautologier — korrekthet av kalkylen.
- Kompletthet: alle tautologier er bevisbare — kalkylen sterk nok til å fange inn *alle* interessante uttrykk.

Syntaks

Definisjon (Utsagnsvariable)

Mengden av utsagnsvariable er en tellbart uendelig mengde $\mathcal{V}_u = \{P_1, P_2, P_3, \ldots\}$.

- Utsagnsvariable representerer atomære utsagn, f.eks.
  - *"IFI2 bygges"*
  - *"Forskningsparken er yngre enn IFI1"*
  - *"logikk er gøy"*

Notasjon

Vi skriver ofte utsagnsvariable som $P, Q, R, \ldots$

Syntaks

Definisjon (Utsagnsvariable)

Mengden av utsagnsvariable er en tellbart uendelig mengde $\mathcal{V}_u = \{P_1, P_2, P_3, \ldots\}$.

- Utsagnsvariable representerer atomære utsagn, f.eks.
  - *"IFI2 bygges"*
  - *"Forskningsparken er yngre enn IFI1"*
  - *"logikk er gøy"*

Notasjon

Vi skriver ofte utsagnsvariable som $P, Q, R, \ldots$

Syntaks

Definisjon (Utsagnsvariable)

Mengden av utsagnsvariable er en tellbart uendelig mengde $\mathcal{V}_u = \{P_1, P_2, P_3, \ldots\}$.

- Utsagnsvariable representerer atomære utsagn, f.eks.
  - *"IFI2 bygges"*
  - *"Forskningsparken er yngre enn IFI1"*
  - *"logikk er gøy"*

Notasjon

Vi skriver ofte utsagnsvariable som $P, Q, R, \ldots$

For å fange inn sammensatte utsagn, f.eks.

"hvis IFI2 bygges, så er parkeringsplassen stengt,"

trengs flere symboler i språket:

Definisjon (Utsagnslogisk alfabet)

Det utsagnslogiske alfabet består av:

- *Utsagnsvariablene i* $\mathcal{V}_u$.
- *De logiske konnektivene* $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ *og* $\neg$.
- *Hjelpesymbolene '(' og ')'.*

Intuisjon:

$\neg$ skal bety *"ikke"*	$\wedge$ skal bety *"og"*
$\vee$ skal bety *"eller"*	$\rightarrow$ skal bety *"impliserer"*

For å fange inn sammensatte utsagn, f.eks.

"hvis IFI2 bygges, så er parkeringsplassen stengt,"

trengs flere symboler i språket:

Definisjon (Utsagnslogisk alfabet)

Det utsagnslogiske alfabet består av:

- *Utsagnsvariablene i* $\mathcal{V}_u$.
- *De logiske konnektivene* $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ *og* $\neg$.
- *Hjelpesymbolene '(' og ')'.*

Intuisjon: $\neg$ skal bety *"ikke"* $\wedge$ skal bety *"og"*
$\vee$ skal bety *"eller"* $\rightarrow$ skal bety *"impliserer"*

For å fange inn sammensatte utsagn, f.eks.

"hvis IFI2 bygges, så er parkeringsplassen stengt,"

trengs flere symboler i språket:

Definisjon (Utsagnslogisk alfabet)

Det utsagnslogiske alfabet består av:

- *Utsagnsvariablene i* $\mathcal{V}_u$.
- *De logiske konnektivene* $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ *og* $\neg$.
- *Hjelpesymbolene '(' og ')'.*

Intuisjon:

$\neg$ skal bety *"ikke"*	$\wedge$ skal bety *"og"*
$\vee$ skal bety *"eller"*	$\rightarrow$ skal bety *"impliserer"*

Utsagnslogiske formler

Definisjon (Atomær formel)

Enhver utsagnsvariabel er en atomær formel.

Definisjon (Utsagnslogisk formel)

Mengden av utsagnslogiske formler er den minste mengden $\mathcal{F}_u$ slik at:

1. *$\mathcal{F}_u$ inneholder alle atomære formler.*
2. *Hvis $A \in \mathcal{F}_u$, så er $\neg A \in \mathcal{F}_u$.*
3. *Hvis $A, B \in \mathcal{F}_u$, så er $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ og $(A \rightarrow B)$ med i $\mathcal{F}_u$.*

Utsagnslogiske formler

Definisjon (Atomær formel)

Enhver utsagnsvariabel er en atomær formel.

Definisjon (Utsagnslogisk formel)

Mengden av utsagnslogiske formler er den minste mengden $\mathcal{F}_u$ slik at:

1. $\mathcal{F}_u$ *inneholder alle atomære formler.*
2. *Hvis* $A \in \mathcal{F}_u$, *så er* $\neg A \in \mathcal{F}_u$.
3. *Hvis* $A, B \in \mathcal{F}_u$, *så er* $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ *og* $(A \rightarrow B)$ *med i* $\mathcal{F}_u$.

Utsagnslogiske formler

Definisjon (Atomær formel)

Enhver utsagnsvariabel er en atomær formel.

Definisjon (Utsagnslogisk formel)

Mengden av utsagnslogiske formler er den minste mengden $\mathcal{F}_u$ slik at:

1. *$\mathcal{F}_u$ inneholder alle atomære formler.*
2. *Hvis $A \in \mathcal{F}_u$, så er $\neg A \in \mathcal{F}_u$.*
3. *Hvis $A, B \in \mathcal{F}_u$, så er $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ og $(A \rightarrow B)$ med i $\mathcal{F}_u$.*

Utsagnslogiske formler

Definisjon (Atomær formel)

Enhver utsagnsvariabel er en atomær formel.

Definisjon (Utsagnslogisk formel)

Mengden av utsagnslogiske formler er den minste mengden $\mathcal{F}_u$ slik at:

1. $\mathcal{F}_u$ *inneholder alle atomære formler.*
2. *Hvis* $A \in \mathcal{F}_u$, *så er* $\neg A \in \mathcal{F}_u$.
3. *Hvis* $A, B \in \mathcal{F}_u$, *så er* $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ *og* $(A \rightarrow B)$ *med i* $\mathcal{F}_u$.

Utsagnslogiske formler

Definisjon (Atomær formel)

Enhver utsagnsvariabel er en atomær formel.

Definisjon (Utsagnslogisk formel)

Mengden av utsagnslogiske formler er den minste mengden $\mathcal{F}_u$ slik at:

1. $\mathcal{F}_u$ *inneholder alle atomære formler.*
2. *Hvis* $A \in \mathcal{F}_u$*, så er* $\neg A \in \mathcal{F}_u$.
3. *Hvis* $A, B \in \mathcal{F}_u$*, så er* $(A \land B)$, $(A \lor B)$ *og* $(A \to B)$ *med i* $\mathcal{F}_u$.