INF3170 – Logikk

Forelesning 14: Automatisk bevissøk IV — matriser og koblingskalkyle

Christian Mahesh Hansen

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo

22. mai 2006

Dagens plan

1. Automatisk bevissøk IV
    - Introduksjon
    - Matriser
    - Koblingskalkyle

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
    - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
    - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
    - ensidig sekventkalkyle,
    - grunn LK og

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,
  - grunn LK og
  - fri-variabel LK for *klassisk førsteordens logikk*.

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,
  - grunn LK og
  - fri-variabel LK for *klassisk førsteordens logikk*.
- Alle disse kalkylene har to svakheter når de skal implementeres med en automatisk søkealgoritme:

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,
  - grunn LK og
  - fri-variabel LK for *klassisk førsteordens logikk*.
- Alle disse kalkylene har to svakheter når de skal implementeres med en automatisk søkealgoritme:
  - Redundans – gjennom formelkopiering kan vi få mange forekomster av én og samme formel.

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,
  - grunn LK og
  - fri-variabel LK for *klassisk førsteordens logikk*.
- Alle disse kalkylene har to svakheter når de skal implementeres med en automatisk søkealgoritme:
  - Redundans – gjennom formelkopiering kan vi få mange forekomster av én og samme formel.
  - Ingen relevanssjekk – siden det kun tas hensyn til toppkonnektiv ved formelanalyse kan vi risikere å utvide formler som ikke er relevante for å lukke utledningen.

Bevissøk med koblinger

- Vi har til nå sett på forskjellige varianter av sekventkalkyle:
  - LK for *klassisk utsagnslogikk*,
  - LJ for *intuisjonistisk utsagnslogikk*,
  - ensidig sekventkalkyle,
  - grunn LK og
  - fri-variabel LK for *klassisk førsteordens logikk*.
- Alle disse kalkylene har to svakheter når de skal implementeres med en automatisk søkealgoritme:
  - Redundans – gjennom formelkopiering kan vi få mange forekomster av én og samme formel.
  - Ingen relevanssjekk – siden det kun tas hensyn til toppkonnektiv ved formelanalyse kan vi risikere å utvide formler som ikke er relevante for å lukke utledningen.
- Vi skal i denne forelesningen se på koblingskalkylen, som ikke har disse problemene.

Redundans i LK-utledninger

$$P \to Q, Q \to R \vdash P \to R$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger.

Redundans i LK-utledninger

$$P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.

Redundans i LK-utledninger

$$\frac{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2 \qquad Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.

Redundans i LK-utledninger

$$\dfrac{\dfrac{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2} \qquad Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, {\color{red}P_2} \vdash R_2, {\color{red}P_1}}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2} \qquad Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse.

Redundans i LK-utledninger

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2} \qquad \dfrac{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2 \qquad Q_1, R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse.

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{Q_2 \to R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \to R_1 \vdash P_1, P_2 \to R_2} \qquad \dfrac{\overset{\color{red}\times}{{\color{red}Q_1} \vdash {\color{red}Q_2}, P_2 \to R_2} \qquad Q_1, R_1 \vdash P_2 \to R_2}{Q_2 \to R_1, Q_1 \vdash P_2 \to R_2}}{P_1 \to Q_1, Q_2 \to R_1 \vdash P_2 \to R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.

Redundans i LK-utledninger

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2} \qquad \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2} \quad \dfrac{Q_1, R_1, {\color{red}P_2} \vdash {\color{red}R_2}}{Q_1, R_1 \vdash {\color{red}P_2 \rightarrow R_2}}}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.

Redundans i LK-utledninger

$$\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\times\\ Q_2 \to R_1, P_2 \vdash R_2, P_1\end{array}}{Q_2 \to R_1 \vdash P_1, P_2 \to R_2} \qquad \dfrac{\begin{array}{c}\times\\ Q_1 \vdash Q_2, P_2 \to R_2\end{array} \qquad \dfrac{\begin{array}{c}\times\\ Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2\end{array}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \to R_2}}{Q_2 \to R_1, Q_1 \vdash P_2 \to R_2}}{P_1 \to Q_1, Q_2 \to R_1 \vdash P_2 \to R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2}
\qquad
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2} \quad \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over:

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{
  \dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2}
  \qquad
  \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2}
  \quad
  \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over: 3 kopier av $Q_2 \rightarrow R_1$

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \to R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \to R_1 \vdash P_1, P_2 \to R_2}
\qquad
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \to R_2} \quad \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \to R_2}}{Q_2 \to R_1, Q_1 \vdash P_2 \to R_2}
}{P_1 \to Q_1, Q_2 \to R_1 \vdash P_2 \to R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over: 3 kopier av $Q_2 \to R_1$, 4 kopier av $P_2 \to R_2$

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, \color{red}{P_1}}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash \color{red}{P_1}, P_2 \rightarrow R_2}
\qquad
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2} \quad \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
}{\color{red}{P_1} \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over: 3 kopier av $Q_2 \rightarrow R_1$, 4 kopier av $P_2 \rightarrow R_2$, 2 kopier av P_1

Redundans i LK-utledninger

$$\dfrac{\dfrac{\genfrac{}{}{0pt}{}{\times}{Q_2 \to R_1, \color{red}{P_2} \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \to R_1 \vdash P_1, \color{red}{P_2} \to R_2} \qquad \dfrac{\genfrac{}{}{0pt}{}{\times}{Q_1 \vdash Q_2, \color{red}{P_2} \to R_2} \qquad \dfrac{\genfrac{}{}{0pt}{}{\times}{Q_1, R_1, \color{red}{P_2} \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash \color{red}{P_2} \to R_2}}{Q_2 \to R_1, Q_1 \vdash \color{red}{P_2} \to R_2}}{P_1 \to Q_1, Q_2 \to R_1 \vdash \color{red}{P_2} \to R_2}$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over: 3 kopier av $Q_2 \to R_1$, 4 kopier av $P_2 \to R_2$, 2 kopier av P_1, 6 kopier av P_2, osv.

Redundans i LK-utledninger

$$
\dfrac{
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_2 \rightarrow R_1, P_2 \vdash R_2, P_1}}{Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_1, P_2 \rightarrow R_2}
\qquad
\dfrac{\dfrac{\times}{Q_1 \vdash Q_2, P_2 \rightarrow R_2} \quad \dfrac{\dfrac{\times}{Q_1, R_1, P_2 \vdash R_2}}{Q_1, R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}}{Q_2 \rightarrow R_1, Q_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
}{P_1 \rightarrow Q_1, Q_2 \rightarrow R_1 \vdash P_2 \rightarrow R_2}
$$

- I rotsekventen forekommer både P, Q og R to ganger. Vi bruker $_1$ og $_2$ til å skille forekomstene fra hverandre.
- Siden P_2 og P_1 i venstre løvsekvent er forekomster av P, kan vi lukke med disse. Tilsvarende for de andre løvsekventene.
- En LK-utledning kan inneholde mange kopier av en (del)formel i rotsekventen. I utledningen over: 3 kopier av $Q_2 \rightarrow R_1$, 4 kopier av $P_2 \rightarrow R_2$, 2 kopier av P_1
- Vi har derfor redundans i LK-utledninger.

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \lor (R \to Q), P \lor P \vdash P$$

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \lor (R \to Q), P \lor P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse:

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \vee (R \to Q), P \vee P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \vee (R \to Q)$

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \vee (R \to Q), P \vee P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \vee (R \to Q)$ eller $P \vee P$

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \lor (R \to Q), P \lor P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \lor (R \to Q)$ eller $P \lor P$
  - Hvis vi velger $(Q \to R) \lor (R \to Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.

Ingen relevanssjekk

$$(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q), P \vee P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q)$ eller $P \vee P$
  - Hvis vi velger $(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.
  - Velger vi derimot $P \vee P$, vil vi kunne lukke direkte.

Ingen relevanssjekk

$$\dfrac{\overset{\times}{(Q \to R) \vee (R \to Q), P \vdash P} \qquad \overset{\times}{(Q \to R) \vee (R \to Q), P \vdash P}}{(Q \to R) \vee (R \to Q), P \vee P \vdash P}$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \vee (R \to Q)$ eller $P \vee P$
  - Hvis vi velger $(Q \to R) \vee (R \to Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.
  - Velger vi derimot $P \vee P$, vil vi kunne lukke direkte.

Ingen relevanssjekk

$$(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q), P \vee P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q)$ eller $P \vee P$
  - Hvis vi velger $(Q \rightarrow R) \vee (R \rightarrow Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.
  - Velger vi derimot $P \vee P$, vil vi kunne lukke direkte.
- Det er de *atomære delformlene* til en formel som er med på å lukke løvsekventene.

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \lor (R \to Q), P \lor P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \lor (R \to Q)$ eller $P \lor P$
  - Hvis vi velger $(Q \to R) \lor (R \to Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.
  - Velger vi derimot $P \lor P$, vil vi kunne lukke direkte.
- Det er de *atomære delformlene* til en formel som er med på å lukke løvsekventene.
- I sekventkalkyle ser vi imidlertid kun på *toppkonnektivene* for å velge hvilken formel vi skal utvide.

Ingen relevanssjekk

$$(Q \to R) \lor (R \to Q), P \lor P \vdash P$$

- I rotsekventen over er det to muligheter for utvidelse: $(Q \to R) \lor (R \to Q)$ eller $P \lor P$
  - Hvis vi velger $(Q \to R) \lor (R \to Q)$, vil vi gjøre (en eller flere) utvidelser som ikke bidrar til å lukke løvsekventene.
  - Velger vi derimot $P \lor P$, vil vi kunne lukke direkte.
- Det er de *atomære delformlene* til en formel som er med på å lukke løvsekventene.
- I sekventkalkyle ser vi imidlertid kun på *toppkonnektivene* for å velge hvilken formel vi skal utvide.
- Vi kan derfor risikere å utvide formler som er irrelevante m.h.p. å lukke utledningen.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
  - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
  - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.
  - Gyldighet defineres så som en egenskap ved stiene gjennom matrisen.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
  - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.
  - Gyldighet defineres så som en egenskap ved stiene gjennom matrisen.
  - Hver sti må inneholde et komplementært par av atomer – kalt en kobling.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
  - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.
  - Gyldighet defineres så som en egenskap ved stiene gjennom matrisen.
  - Hver sti må inneholde et komplementært par av atomer – kalt en kobling.
- Koblingskalkyle er basert på matrisekarakteristikken av gyldighet og utnytter at samme kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
  - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.
  - Gyldighet defineres så som en egenskap ved stiene gjennom matrisen.
  - Hver sti må inneholde et komplementært par av atomer – kalt en kobling.
- Koblingskalkyle er basert på matrisekarakteristikken av gyldighet og utnytter at samme kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.
- Vi skal begrense oss til å se på koblingskalkyle for utsagnslogikk i disjunktiv normalform.

Matriser og koblingskalkyle

- Bevisbarhet av en formel kan defineres som en egenskap ved formelen direkte, istedenfor via utledninger som i sekventkalkyle.
    - Vi kan representere en formel todimensjonalt ved en matrise bestående av de atomære delformlene.
    - Gyldighet defineres så som en egenskap ved stiene gjennom matrisen.
    - Hver sti må inneholde et komplementært par av atomer – kalt en kobling.
- Koblingskalkyle er basert på matrisekarakteristikken av gyldighet og utnytter at samme kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.
- Vi skal begrense oss til å se på koblingskalkyle for utsagnslogikk i disjunktiv normalform.
- Koblingskalkyle er imidlertid ikke begrenset til normalform, og finnes for mange forskjellige logikker – inkludert de vi har sett på i kurset.

1. Automatisk bevissøk IV
   - Introduksjon
   - Matriser
   - Koblingskalkyle

Disjunktiv normalform

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n)$

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \dots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \dots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.
- En generalisert disjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \vee \dots \vee \varphi_n)$

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.
- En generalisert disjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.
- En generalisert disjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \vee \ldots \vee \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.

Definisjon (Disjunktiv normalform)

Disjunktiv normalform

- I ukeoppgavene har vi sett på normalformer.
- En literal er en atomær formel eller negasjonen av en atomær formel:
  - $P, Q, R, \ldots$ er positive literaler og $\neg P, \neg Q, \neg R, \ldots$ er negative literaler.
- En generalisert konjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \land \ldots \land \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.
- En generalisert disjunksjon er en formel på formen $(\varphi_1 \lor \ldots \lor \varphi_n)$ der hver φ_i er en formel.

Definisjon (Disjunktiv normalform)

En formel er på disjunktiv normalform (DNF) hvis den er en (generalisert) disjunksjon av en eller flere (generaliserte) konjunksjoner av en eller flere literaler.

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \vee Q$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \vee Q$ $\surd$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\quad\surd$
- $P \vee Q$ $\quad\surd$
- $(P \vee Q) \wedge R$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\checkmark$
- $P \vee Q$ $\checkmark$
- $(P \vee Q) \wedge R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge P)$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\surd$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \lor Q \lor \neg P$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\quad\surd$
- $P \vee Q$ $\quad\surd$
- $(P \vee Q) \wedge R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge P)$ $\quad\surd$
- $(P \to Q) \vee Q \vee \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \lor Q \lor \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \land Q) \lor R \lor (\neg R \land P) \lor (\neg P \land Q \land \neg R)$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \lor Q \lor \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \land Q) \lor R \lor (\neg R \land P) \lor (\neg P \land Q \land \neg R)$ $\surd$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \vee Q$ $\surd$
- $(P \vee Q) \wedge R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \vee Q \vee \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee R \vee (\neg R \wedge P) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R)$ $\surd$
- $\neg P \wedge Q \wedge \neg R$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \vee Q$ $\surd$
- $(P \vee Q) \wedge R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \vee Q \vee \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee R \vee (\neg R \wedge P) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R)$ $\surd$
- $\neg P \wedge Q \wedge \neg R$ $\surd$

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \vee Q$ $\surd$
- $(P \vee Q) \wedge R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee (\neg Q \wedge P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \vee Q \vee \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \wedge Q) \vee R \vee (\neg R \wedge P) \vee (\neg P \wedge Q \wedge \neg R)$ $\surd$
- $\neg P \wedge Q \wedge \neg R$ $\surd$

- Enhver literal er på DNF.

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\checkmark$
- $P \lor Q$ $\checkmark$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\checkmark$
- $(P \rightarrow Q) \lor Q \lor \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \land Q) \lor R \lor (\neg R \land P) \lor (\neg P \land Q \land \neg R)$ $\checkmark$
- $\neg P \land Q \land \neg R$ $\checkmark$

- Enhver literal er på DNF.
- Enhver disjunksjon av literaler er på DNF.

Disjunktiv normalform

Hvilke formler er på DNF?

- P $\surd$
- $P \lor Q$ $\surd$
- $(P \lor Q) \land R$ Nei, venstre konjunkt er en disjunksjon.
- $(\neg P \land Q) \lor (\neg Q \land P)$ $\surd$
- $(P \rightarrow Q) \lor Q \lor \neg P$ Nei, venstre konjunkt er en implikasjon.
- $(\neg P \land Q) \lor R \lor (\neg R \land P) \lor (\neg P \land Q \land \neg R)$ $\surd$
- $\neg P \land Q \land \neg R$ $\surd$

- Enhver literal er på DNF.
- Enhver disjunksjon av literaler er på DNF.
- Enhver konjunksjon av literaler er på DNF.

Transformasjon til DNF

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:
$$(P \land (P \to Q)) \to Q$$

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:

$$(P \land (P \to Q)) \to Q \Leftrightarrow \neg(P \land (P \to Q)) \lor Q$$

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:

$$
\begin{aligned}
(P \land (P \to Q)) \to Q &\Leftrightarrow \neg(P \land (P \to Q)) \lor Q \\
&\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(P \to Q) \lor Q
\end{aligned}
$$

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:

$$\begin{aligned}(P \land (P \to Q)) \to Q &\Leftrightarrow \neg(P \land (P \to Q)) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(P \to Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(\neg P \lor Q) \lor Q\end{aligned}$$

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:

$$\begin{aligned}(P \land (P \to Q)) \to Q &\Leftrightarrow \neg(P \land (P \to Q)) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(P \to Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(\neg P \lor Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor (\neg\neg P \land \neg Q) \lor Q\end{aligned}$$

Transformasjon til DNF

- Vi har i ukeoppgavene sett at enhver utsagnslogisk formel kan transformeres til en *ekvivalent* formel på DNF.
- Husk: to formler er ekvivalente hvis de oppfylles av nøyaktig de samme valuasjonene/modellene.
- Eksempel:

$$\begin{aligned}(P \land (P \to Q)) \to Q &\Leftrightarrow \neg(P \land (P \to Q)) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(P \to Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor \neg(\neg P \lor Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor (\neg\neg P \land \neg Q) \lor Q \\ &\Leftrightarrow \neg P \lor (P \land \neg Q) \lor Q\end{aligned}$$

Matriser

Matriser

Definisjon (Matrise)

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$
- $\{\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$
- $\{\}$
- $\{\{\}\}$

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$
- $\{\}$
- $\{\{\}\}$

- En klausul er

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En klausul er en endelig mengde literaler.*
- *En matrise er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$
- $\{\}$
- $\{\{\}\}$

- En klausul er
  - positiv hvis den bare inneholder positive literaler, og

Matriser

Definisjon (Matrise)

- *En* *klausul* *er en endelig mengde literaler.*
- *En* *matrise* *er en endelig mengde klausuler.*

Eksempel (klausuler):

- $\{P\}$
- $\{P, \neg P, Q\}$
- $\{\neg Q, R, P\}$
- $\{\}$

Eksempel (matriser):

- $\{\{P\}, \{\neg P\}\}$
- $\{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$
- $\{\}$
- $\{\{\}\}$

- En klausul er
  - positiv hvis den bare inneholder positive literaler, og
  - negativ hvis den bare inneholder negative literaler.

Grafisk matrisenotasjon

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.
- Klausulene skrives ved siden av hverandre horisontalt som søyler.

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.
- Klausulene skrives ved siden av hverandre horisontalt som søyler.
- Matrisen $\{\{\neg P\}, \{P, \neg Q\}, \{Q\}\}$ skrives

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.
- Klausulene skrives ved siden av hverandre horisontalt som søyler.
- Matrisen $\{\{\neg P\}, \{P, \neg Q\}, \{Q\}\}$ skrives

$$\left| \begin{array}{ccc} & & \\ \neg P & & \\ & & \end{array} \right|$$

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.
- Klausulene skrives ved siden av hverandre horisontalt som søyler.
- Matrisen $\{\{\neg P\}, \{P, \neg Q\}, \{Q\}\}$ skrives

$$\left| \begin{array}{ccc} & P & \\ \neg P & \neg Q & \end{array} \right|$$

Grafisk matrisenotasjon

- Matriser blir lettere å lese med grafisk notasjon.
- Literalene i en klausul skrives vertikalt under hverandre.
- Klausulene skrives ved siden av hverandre horisontalt som søyler.
- Matrisen $\{\{\neg P\}, \{P, \neg Q\}, \{Q\}\}$ skrives

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

Matriser

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler: $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ hvis og bare hvis $v \models L_i$ for alle L_i.*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$?

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$?

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$? *Nei, v oppfyller ingen klausuler.*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$? *Nei, v oppfyller ingen klausuler.*
- $v \models \{\}$ *der* $\{\}$ *er en tom matrise?*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$? *Nei, v oppfyller ingen klausuler.*
- $v \models \{\}$ *der* $\{\}$ *er en tom matrise?* *Nei, v oppfyller ingen klausuler i* $\{\}$.

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$? *Nei, v oppfyller ingen klausuler.*
- $v \models \{\}$ *der* $\{\}$ *er en tom matrise?* *Nei, v oppfyller ingen klausuler i* $\{\}$.
- $v \models \{\{\}\}$ *(matrisen som kun inneholder en tom klausul)?*

Matriser

Definisjon (Semantikk for matriser)

La v være en boolsk valuasjon.

- *For klausuler:* $v \models \{L_1, \ldots, L_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models L_i$ *for alle* L_i.
- *For matriser:* $v \models \{K_1, \ldots, K_n\}$ *hvis og bare hvis* $v \models K_i$ *for en* K_i.

Eksempel

La v være slik at $v \models P$, $v \not\models Q$ *og* $v \models R$.

- $v \models \{\{P\}, \{\neg P\}\}$? $\surd$
- $v \models \{\{Q\}, \{\neg P, R\}, \{\neg R, P, \neg Q\}\}$? *Nei, v oppfyller ingen klausuler.*
- $v \models \{\}$ *der* $\{\}$ *er en tom matrise?* *Nei, v oppfyller ingen klausuler i* $\{\}$.
- $v \models \{\{\}\}$ *(matrisen som kun inneholder en tom klausul)?* $\surd$
  ($v \models \{\} \in \{\{\}\}$ *siden alle valuasjon oppfyller en tom klausul.*)

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller		

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller		

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \dots, K_n\}$	$K = \{L_1, \dots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer		

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer		

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

- En boolsk valuasjon v falsifiserer

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

- En boolsk valuasjon v falsifiserer
  - en klausul i M hvis v falsifiserer en av literalene i klausulen

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

- En boolsk valuasjon v falsifiserer
  - en klausul i M hvis v falsifiserer en av literalene i klausulen
  - alle klausulene i M hvis v falsifiserer en literal i hver klausul

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \dots, K_n\}$	$K = \{L_1, \dots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

- En boolsk valuasjon v falsifiserer
  - en klausul i M hvis v falsifiserer en av literalene i klausulen
  - alle klausulene i M hvis v falsifiserer en literal i hver klausul
- For hver klausul K_i har vi $|K_i|$ valg av literaler å falsifisere.

Falsifiserbarhet av matriser

v	$M = \{K_1, \ldots, K_n\}$	$K = \{L_1, \ldots, L_m\}$
oppfyller	$v \models K_i$ for en K_i	$v \models L_i$ for alle L_i
falsifiserer	$v \not\models K_i$ for alle K_i	$v \not\models L_i$ for en L_i

- En boolsk valuasjon v falsifiserer
  - en klausul i M hvis v falsifiserer en av literalene i klausulen
  - alle klausulene i M hvis v falsifiserer en literal i hver klausul
- For hver klausul K_i har vi $|K_i|$ valg av literaler å falsifisere.
- Vi får maksimalt $|K_1| \times \ldots \times |K_n|$ måter å falsifisere M på.

DNF-formler som matriser

DNF-formler som matriser

- En formel på DNF kan sees på som en matrise der klausulene tilsvarer disjunktene i formelen.

DNF-formler som matriser

- En formel på DNF kan sees på som en matrise der klausulene tilsvarer disjunktene i formelen.
- Eksempel: formelen

$$\neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee Q$$

DNF-formler som matriser

- En formel på DNF kan sees på som en matrise der klausulene tilsvarer disjunktene i formelen.
- Eksempel: formelen

$$\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor Q$$

tilsvarer matrisen

$$\{\{\neg P\}, \{P, \neg Q\}, \{Q\}\}.$$

Stier

Definisjon (Sti)

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* ***sti*** *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* *sti* *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er* *partiell* *hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:*

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- Stier: $\{\neg P, P, Q\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\begin{vmatrix} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{vmatrix}$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:*

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* *sti* *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er* *partiell* *hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\begin{vmatrix} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{vmatrix}$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$, $\{P, Q\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* *sti* *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er* *partiell* *hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$, $\{P, Q\}$, $\{Q\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En sti gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er partiell hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$, $\{P, Q\}$, $\{Q\}$, $\{Q, \neg Q\}$

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* *sti* *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er* *partiell* *hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$, $\{P, Q\}$, $\{Q\}$, $\{Q, \neg Q\}$ *og* $\{Q, \neg P\}$.

Stier

Definisjon (Sti)

La M være en matrise.

- *En* sti *gjennom M er en mengde som inneholder nøyaktig én literal fra hver klausul i M.*
- *En sti gjennom M er* partiell *hvis den mangler literaler fra én eller flere klausuler i M.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Stier:* $\{\neg P, P, Q\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, Q\}$.
- *Partieller stier:* $\{\neg P\}$, $\{\neg P, P\}$, $\{\neg P, \neg Q\}$, $\{P\}$, $\{P, Q\}$, $\{Q\}$, $\{Q, \neg Q\}$ *og* $\{Q, \neg P\}$.

Hver sti gjennom en matrise representerer en mulig falsifikasjon!

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise.

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En kobling i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En *kobling* *i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$ der A er en atomær formel.*

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En kobling *i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$ der A er en atomær formel.*

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En kobling i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$ der A er en atomær formel.

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

- *Koblinger:*

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En kobling i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$ der A er en atomær formel.

Eksempel

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

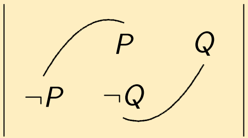
- *Koblinger:* $\{\neg P, P\}$

Koblinger

Definisjon (Koblinger)

La M være en matrise. En ***kobling*** *i M er en partiell sti gjennom M på formen $\{A, \neg A\}$ der A er en atomær formel.*

Eksempel



- *Koblinger: $\{\neg P, P\}$ og $\{\neg Q, Q\}$.*
- *Vi markerer sammenkoblede literaler med en bue i den grafiske matrisenotasjonen.*

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!
- Derfor vil en sti som inneholder en kobling, ikke være falsifiserbar.

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!
- Derfor vil en sti som inneholder en kobling, ikke være falsifiserbar.
- Dersom alle stiene gjennom en matrise inneholder en kobling, vil matrisen ikke være falsifiserbar – og dermed må formelen den representerer være gyldig.

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!
- Derfor vil en sti som inneholder en kobling, ikke være falsifiserbar.
- Dersom alle stiene gjennom en matrise inneholder en kobling, vil matrisen ikke være falsifiserbar – og dermed må formelen den representerer være gyldig.
- Vi sier at en (partiell) sti i en matrise er

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!
- Derfor vil en sti som inneholder en kobling, ikke være falsifiserbar.
- Dersom alle stiene gjennom en matrise inneholder en kobling, vil matrisen ikke være falsifiserbar – og dermed må formelen den representerer være gyldig.
- Vi sier at en (partiell) sti i en matrise er
  - åpen hvis den *ikke* inneholder noen kobling, og

Åpne og lukkede stier

- En kobling $\{P, \neg P\}$ er ikke falsifiserbar:
  - en boolsk valuasjon kan ikke falsifisere både P og $\neg P$ samtidig!
- Derfor vil en sti som inneholder en kobling, ikke være falsifiserbar.
- Dersom alle stiene gjennom en matrise inneholder en kobling, vil matrisen ikke være falsifiserbar – og dermed må formelen den representerer være gyldig.
- Vi sier at en (partiell) sti i en matrise er
  - åpen hvis den *ikke* inneholder noen kobling, og
  - lukket hvis den inneholder en kobling.

Matriser vs. LK-utledninger

Matriser vs. LK-utledninger

- Stiene gjennom matrisen til en formel F tilsvarer løvsekventene vi får hvis vi gjør en *maksimal* LK-utledning for sekventen $\vdash F$:

Matriser vs. LK-utledninger

- Stiene gjennom matrisen til en formel F tilsvarer løvsekventene vi får hvis vi gjør en *maksimal* LK-utledning for sekventen $\vdash F$:
  - Negative literaler er antecedentformler

Matriser vs. LK-utledninger

- Stiene gjennom matrisen til en formel F tilsvarer løvsekventene vi får hvis vi gjør en *maksimal* LK-utledning for sekventen $\vdash F$:
  - Negative literaler er antecedentformler, og
  - positive literaler er succedentformler.

Matriser vs. LK-utledninger

- Stiene gjennom matrisen til en formel F tilsvarer løvsekventene vi får hvis vi gjør en *maksimal* LK-utledning for sekventen $\vdash F$:
  - Negative literaler er antecedentformler, og
  - positive literaler er succedentformler.

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right|$$

$$\dfrac{\dfrac{P \vdash P, Q \qquad \dfrac{P, Q \vdash Q}{P \vdash \neg Q, Q}}{P \vdash P \wedge \neg Q, Q}}{\vdash \neg P, P \wedge \neg Q, Q}$$

Matriser vs. LK-utledninger

- Stiene gjennom matrisen til en formel F tilsvarer løvsekventene vi får hvis vi gjør en *maksimal* LK-utledning for sekventen $\vdash F$:
  - Negative literaler er antecedentformler, og
  - positive literaler er succedentformler.

$$\left|\begin{array}{ccc} & P & Q \\ \neg P & \neg Q & \end{array}\right| \qquad \dfrac{\dfrac{P \vdash P, Q \qquad \dfrac{P, Q \vdash Q}{P \vdash \neg Q, Q}}{P \vdash P \land \neg Q, Q}}{\vdash \neg P, P \land \neg Q, Q}$$

- Lukkede stier gjennom matriser tilsvarer aksiomer i LK-utledninger.

Matrisekarakterisering av gyldighet

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \wedge (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow R$ *er gyldig.*

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \wedge (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg R) \vee R$.

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger:

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left| \begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array} \right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \wedge (P \to Q) \wedge (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg R) \vee R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \rightarrow Q) \land (Q \rightarrow R)) \rightarrow R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier:

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \wedge (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg R) \vee R$.

$$\left| \begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array} \right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier: $\{\neg P, P, Q, R\}$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier: $\{\neg P, P, Q, R\}$, $\{\neg P, P, \neg R, R\}$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier: $\{\neg P, P, Q, R\}$, $\{\neg P, P, \neg R, R\}$, $\{\neg P, \neg Q, Q, R\}$

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \land (P \to Q) \land (Q \to R)) \to R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \lor (P \land \neg Q) \lor (Q \land \neg R) \lor R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier: $\{\neg P, P, Q, R\}$, $\{\neg P, P, \neg R, R\}$, $\{\neg P, \neg Q, Q, R\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, \neg R, R\}$.

Matrisekarakterisering av gyldighet

Teorem

En formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Eksempel

- *Formelen* $(P \wedge (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \rightarrow R$ *er gyldig.*
- *På DNF får vi formelen* $\neg P \vee (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg R) \vee R$.

$$\left|\begin{array}{cccc} & P & Q & R \\ \neg P & \neg Q & \neg R & \end{array}\right|$$

Koblinger: $\{\neg P, P\}$, $\{\neg Q, Q\}$ *og* $\{\neg R, R\}$.

Stier: $\{\neg P, P, Q, R\}$, $\{\neg P, P, \neg R, R\}$, $\{\neg P, \neg Q, Q, R\}$ *og* $\{\neg P, \neg Q, \neg R, R\}$.

- *Alle stiene inneholder en kobling.*

1. Automatisk bevissøk IV
   - Introduksjon
   - Matriser
   - Koblingskalkyle

Koblingskalkyle

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.
- Det er imidlertid slik at én kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.
- Det er imidlertid slik at én kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Eksempel

$$\left| \quad M_1 \quad P \quad \neg P \quad M_2 \quad \right|$$

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.
- Det er imidlertid slik at én kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Eksempel

$$\left|\; M_1 \qquad P \qquad \neg P \qquad M_2 \;\right|$$

Uansett hvordan M_1 og M_2 ser ut vil enhver sti gå gjennom koblingen $\{P, \neg P\}$.

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.
- Det er imidlertid slik at én kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Eksempel

$$\left|\quad M_1 \qquad P \qquad \neg P \qquad M_2 \quad\right|$$

Uansett hvordan M_1 og M_2 ser ut vil enhver sti gå gjennom koblingen $\{P, \neg P\}$.

- Det er derfor en god idé å fokusere på *koblinger* istedenfor *stier*.

Koblingskalkyle

- Matrisekarakteriseringen av gyldighet gir oss muligheten til å avgjøre bevisbarhet ved å sjekke at alle stier inneholder en kobling.
- En første tilnærming vil være å liste opp alle stiene gjennom en matrise og sjekke hver av dem for koblinger.
- Det er imidlertid slik at én kobling kan forekomme på flere stier gjennom en matrise.

Eksempel

$$\left| \quad M_1 \qquad P \qquad \neg P \qquad M_2 \quad \right|$$

Uansett hvordan M_1 og M_2 ser ut vil enhver sti gå gjennom koblingen $\{P, \neg P\}$.

- Det er derfor en god idé å fokusere på *koblinger* istedenfor *stier*.
- Vi skal vise grunnidéene i koblingskalkylen ved et eksempel.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul:

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & \color{red}{R} \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.
- Vi velger $\{P\}$ og markerer denne med $\uparrow$ under klausulen

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.
- Vi velger $\{P\}$ og markerer denne med $\uparrow$ under klausulen

Startsteget

$$
\left|\begin{array}{cccc}
 & \neg P & \neg Q & \\
P & Q & \neg P & R \\
\uparrow & & &
\end{array}\right|
$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.
- Vi velger $\{P\}$ og markerer denne med $\uparrow$ under klausulen, og markerer alle literalene i startklausulen med $\nearrow$.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.
- Vi velger $\{P\}$ og markerer denne med $\uparrow$ under klausulen, og markerer alle literalene i startklausulen med $\nearrow$.

Startsteget

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\,\uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi starter med å velge en startklausul. Denne velges alltid blant de *positive* klausulene, som rettferdiggjøres av følgende lemma:

Lemma

En matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv klausul.

- Vi har to valg av startklausul: $\{P\}$ og $\{R\}$.
- Vi velger $\{P\}$ og markerer denne med $\uparrow$ under klausulen, og markerer alle literalene i startklausulen med $\nearrow$.
- Senere kommer vi tilbake til hva som skjer hvis vi velger $\{R\}$.

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ {}^{\nearrow}\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.

Utvidelsesssteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ {}^{\nearrow}\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.
- I dette tilfellet har vi bare ett valg: P.

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.
- I dette tilfellet har vi bare ett valg: P.
- Vi markerer P med en ramme for å indikere at literalen er en del av den stien vi for øyeblikket undersøker – den aktive stien.

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.
- I dette tilfellet har vi bare ett valg: P.
- Vi markerer P med en ramme for å indikere at literalen er en del av den stien vi for øyeblikket undersøker – den aktive stien.

Utvidelsessteget I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.
- I dette tilfellet har vi bare ett valg: P.
- Vi markerer P med en ramme for å indikere at literalen er en del av den stien vi for øyeblikket undersøker – den aktive stien.
- Samtidig fjerner vi $\nearrow$-symbolet fra P.

Utvidelsesstegetet I

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi kaller klausulen som er markert med $\uparrow$, for aktiv klausul.
- Hvis en literal i aktiv klausul er markert med $\nearrow$ må vi sjekke alle stier som inneholder literalen.
- I dette tilfellet har vi bare ett valg: P.
- Vi markerer P med en ramme for å indikere at literalen er en del av den stien vi for øyeblikket undersøker – den aktive stien.
- Samtidig fjerner vi $\nearrow$-symbolet fra P.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg:

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.

Utvidelsessteget II

$$
\left|\begin{array}{cccc}
 & \neg P & \neg Q & \\
\boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\
\uparrow & & &
\end{array}\right|
$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
    - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
    - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
  - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$. Dette markeres med '.' etter $\neg P$.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
  - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$. Dette markeres med '.' etter $\neg P$.
- Den sammenkoblede klausulen settes aktiv

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \uparrow & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
    - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$. Dette markeres med '.' etter $\neg P$.
- Den sammenkoblede klausulen settes aktiv

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \uparrow & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
  - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$. Dette markeres med '.' etter $\neg P$.
- Den sammenkoblede klausulen settes aktiv og de resterende literalene på den markeres med $\nearrow$.

Utvidelsessteget II

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

- Vi utvider den aktive stien ved å koble P med en komplementær literal i en av de andre klausulene.
- Vi har to valg: $\{\neg P, Q\}$ og $\{\neg Q, \neg P\}$.
- Vi velger den første klausulen og markerer de sammenkoblede literalene med en bue.
  - Det kan hende vi må tilbake for å sjekke det andre alternativet senere!
- Alle stier som springer ut fra den sammenkoblede $\neg P$ vil være lukkede på grunn av koblingen $\{P, \neg P\}$. Dette markeres med '.' etter $\neg P$.
- Den sammenkoblede klausulen settes aktiv og de resterende literalene på den markeres med $\nearrow$.

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\uparrow & & \end{array}\right|$$

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\uparrow & & & \end{array}\right| \leadsto \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.

Utvidelsessteget – oppsummering

$$
\left|\begin{array}{cccc}
 & \neg P & \neg Q & \\
P & Q & \neg P & R \\
\nearrow\ \uparrow & & &
\end{array}\right|
\quad\rightsquigarrow\quad
\left|\begin{array}{cccc}
 & \neg P. & \neg Q & \\
\boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\
 & \nearrow\ \uparrow & &
\end{array}\right|
$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.
2. Bytt ut $\nearrow$ med en boks rundt L. Velg en L-kobling.

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.
2. Bytt ut $\nearrow$ med en boks rundt L. Velg en L-kobling.
   - Hvis det er flere alternativer, ta vare på dem.

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.
2. Bytt ut $\nearrow$ med en boks rundt L. Velg en L-kobling.
   - Hvis det er flere alternativer, ta vare på dem.
3. Marker den koblede literalen med '.'

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\uparrow & & & \end{array}\right| \rightsquigarrow \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.
2. Bytt ut $\nearrow$ med en boks rundt L. Velg en L-kobling.
   - Hvis det er flere alternativer, ta vare på dem.
3. Marker den koblede literalen med '.'
4. Marker de resterende literalene i den koblede klausulen med $\nearrow$.

Utvidelsessteget – oppsummering

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ \nearrow\,\uparrow & & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\,\uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Velg en literal L markert med $\nearrow$ i den aktive klausulen.
2. Bytt ut $\nearrow$ med en boks rundt L. Velg en L-kobling.
   - Hvis det er flere alternativer, ta vare på dem.
3. Marker den koblede literalen med '.'
4. Marker de resterende literalene i den koblede klausulen med $\nearrow$.
5. Flytt $\uparrow$ til den sammenkoblede klausulen.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathsf{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathsf{P}} & \mathsf{Q} & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \mathrm{Q} & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \mathrm{Q} & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \leadsto \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P & R \\ & \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \leadsto \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P & R \\ & \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

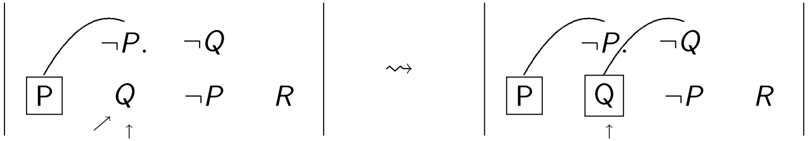
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling:

Vi foretar nok et utvidelsessteg



↑ markerer aktiv klausul

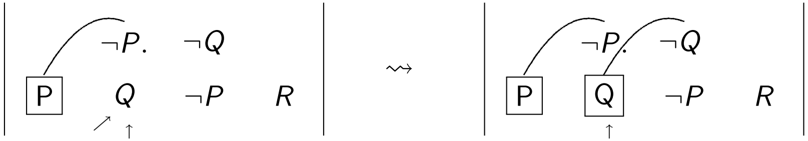
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut ↗ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.

Vi foretar nok et utvidelsessteg



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \rightsquigarrow \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P & R \\ & \uparrow & & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

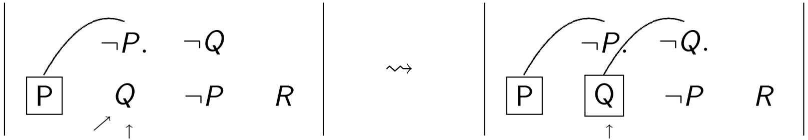
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'

Vi foretar nok et utvidelsessteg



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

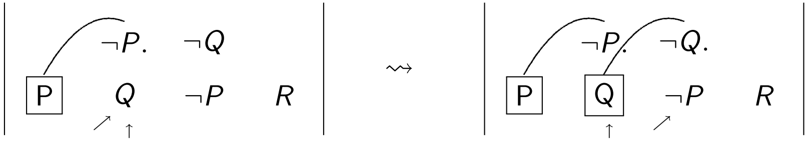
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'
4. Markerer de resterende literalene i den koblede klausulen med $\nearrow$.

Vi foretar nok et utvidelsessteg



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'
4. Markerer de resterende literalene i den koblede klausulen med $\nearrow$.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

↑ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut ↗ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'
4. Markerer de resterende literalene i den koblede klausulen med ↗.
5. Flytt ↑ til den sammenkoblede klausulen.

Vi foretar nok et utvidelsessteg

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q & \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & \nearrow\ \uparrow & & \end{array}\right| \quad \rightsquigarrow \quad \left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P & R \\ & & \nearrow\ \uparrow & \end{array}\right|$$

$\uparrow$ markerer aktiv klausul

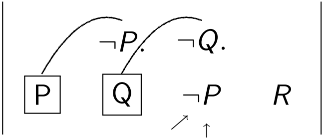
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

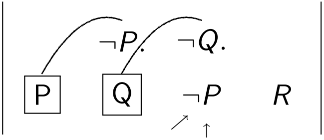
$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

1. Vi velger literalen Q i den aktive klausulen.
2. Vi bytter ut $\nearrow$ med en boks rundt Q. Vi har bare ett alternativ til kobling: $\neg Q$.
3. Markerer den koblede literalen med '.'
4. Markerer de resterende literalene i den koblede klausulen med $\nearrow$.
5. Flytt $\uparrow$ til den sammenkoblede klausulen.

Reduksjonssteget



Reduksjonssteget



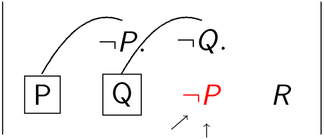
↑ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

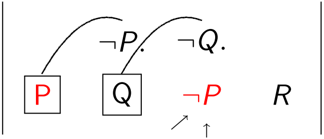
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

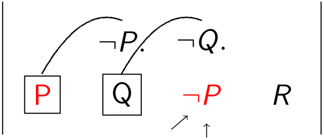
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.

Reduksjonssteget



↑ markerer aktiv klausul

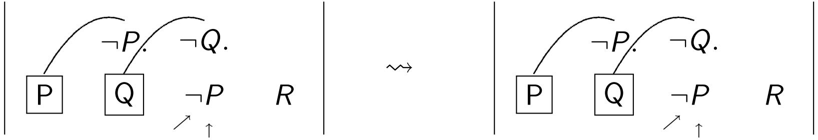
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

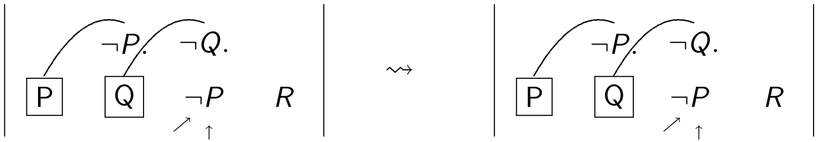
$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

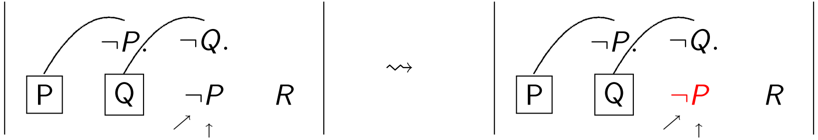
. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med $\nearrow$ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.

Reduksjonssteget



↑ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

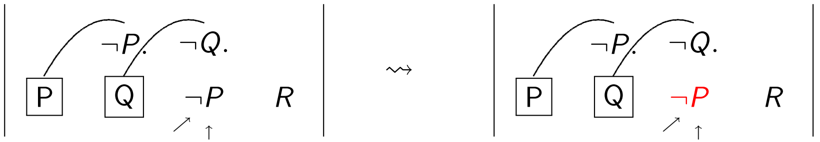
. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med ↗ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.

Reduksjonssteget



↑ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

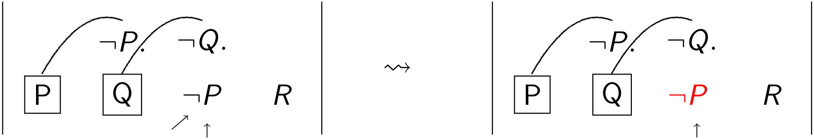
. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med ↗ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.
2. Fjern ↗ fra L

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

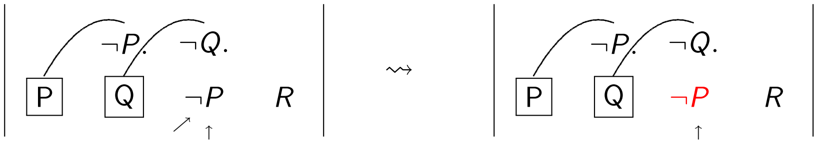
. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med $\nearrow$ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.
2. Fjern $\nearrow$ fra L

Reduksjonssteget



↑ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

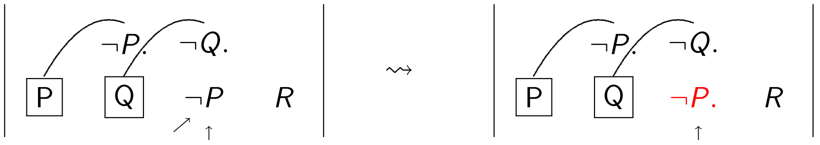
. markerer lukkede partielle stier

↗ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med ↗ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.
2. Fjern ↗ fra L og marker den med '.'

Reduksjonssteget



$\uparrow$ markerer aktiv klausul

$\boxed{L}$ markerer literaler på den aktive stien

. markerer lukkede partielle stier

$\nearrow$ markerer literaler i åpne partielle stier

- I situasjonen til venstre finnes det ingen literaler å koble $\neg P$ med.
- Det finnes imidlertid en komplementær literal i den aktive stien: P.
- Vi kan derfor foreta et reduksjonssteg:

1. Blant literalene som er merket med $\nearrow$ i den aktive klausulen, velg en L som er komplementær med en literal på den aktive stien.
2. Fjern $\nearrow$ fra L og marker den med '.'

Fullført søk – suksess

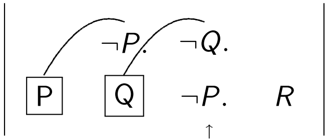
$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array}\right|$$

Fullført søk – suksess

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array}\right|$$

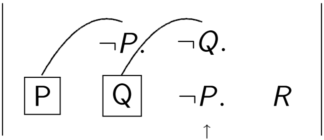
- I situasjonen over er alle literaler i aktiv klausul markert med '.'

Fullført søk – suksess



- I situasjonen over er alle literaler i aktiv klausul markert med '.', dvs. at alle stier som fortsetter ut fra denne klausulen inneholder koblinger.

Fullført søk – suksess



- I situasjonen over er alle literaler i aktiv klausul markert med '.', dvs. at alle stier som fortsetter ut fra denne klausulen inneholder koblinger.
- I tillegg er ingen literaler i klausuler på den aktive stien merket med $\nearrow$

Fullført søk – suksess

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- I situasjonen over er alle literaler i aktiv klausul markert med '.', dvs. at alle stier som fortsetter ut fra denne klausulen inneholder koblinger.
- I tillegg er ingen literaler i klausuler på den aktive stien merket med $\nearrow$, dvs. at vi ikke har noen partielle åpne stier igjen å sjekke.

Fullført søk – suksess

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- I situasjonen over er alle literaler i aktiv klausul markert med '.', dvs. at alle stier som fortsetter ut fra denne klausulen inneholder koblinger.
- I tillegg er ingen literaler i klausuler på den aktive stien merket med $\nearrow$, dvs. at vi ikke har noen partielle åpne stier igjen å sjekke.
- Tilstanden er et vitne på at søket er fullført med suksess – alle stier gjennom matrisen inneholder koblinger.

Kalkyle vs. søkealgoritme

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.
- Reglene definerer et sett stisjekkingstilstander.

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.
- Reglene definerer et sett stisjekkingstilstander.
- I tillegg har vi en beskrivelse av hvilke tilstander som representerer suksess i stisjekkingen.

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.
- Reglene definerer et sett stisjekkingstilstander.
- I tillegg har vi en beskrivelse av hvilke tilstander som representerer suksess i stisjekkingen.
- En søkealgoritme for koblingskalkylen må spesifisere en *rekkefølge* å gjøre reglene i.

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.
- Reglene definerer et sett stisjekkingstilstander.
- I tillegg har vi en beskrivelse av hvilke tilstander som representerer suksess i stisjekkingen.
- En søkealgoritme for koblingskalkylen må spesifisere en *rekkefølge* å gjøre reglene i.
- Vi skal nøye oss med å presentere noen viktige poenger m.h.p. implementasjon av en søkealgoritme.

Kalkyle vs. søkealgoritme

- Koblingskalkylen består av reglene start, utvidelse og reduksjon.
- Reglene definerer et sett stisjekkingstilstander.
- I tillegg har vi en beskrivelse av hvilke tilstander som representerer suksess i stisjekkingen.
- En søkealgoritme for koblingskalkylen må spesifisere en *rekkefølge* å gjøre reglene i.
- Vi skal nøye oss med å presentere noen viktige poenger m.h.p. implementasjon av en søkealgoritme.
- Til slutt skal vi ta en titt på en Prolog-implementasjon av koblingskalkylen.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{\mathrm{P}} & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left| \begin{array}{cccc} & \neg P. & \neg Q. & \\ \boxed{P} & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ & & \uparrow & \end{array} \right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{\mathrm{P}} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{\mathrm{P}} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{P} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{\mathsf{P}} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{\mathsf{Q}} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.
- Tilstanden over er ikke en suksesstilstand, siden vi har en partiell åpen sti:

Sjekke alle åpne partielle stier

$$
\left|\begin{array}{cccc}
\boxed{P} & \neg P. & \neg Q. & \\
R & \boxed{Q} & \neg P. & R \\
\nearrow & & \uparrow &
\end{array}\right|
$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.
- Tilstanden over er ikke en suksesstilstand, siden vi har en partiell åpen sti: den nye literalen R er merket med $\nearrow$.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{\mathrm{P}} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{\mathrm{Q}} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.
- Tilstanden over er ikke en suksesstilstand, siden vi har en partiell åpen sti: den nye literalen R er merket med $\nearrow$.
- Vi må gå tilbake og se hva som skjer hvis vi velger R som del av den aktive stien istedenfor P i venstre klausul.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{P} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.
- Tilstanden over er ikke en suksesstilstand, siden vi har en partiell åpen sti: den nye literalen R er merket med $\nearrow$.
- Vi må gå tilbake og se hva som skjer hvis vi velger R som del av den aktive stien istedenfor P i venstre klausul.
- Vi får en låst tilstand, siden R ikke kan kobles med noen literaler i matrisen.

Sjekke alle åpne partielle stier

$$\left|\begin{array}{cccc} \boxed{P} & \neg P. & \neg Q. & \\ R & \boxed{Q} & \neg P. & R \\ \nearrow & & \uparrow & \end{array}\right|$$

- Vi ser på suksesstilstanden med matrisen fra eksempelet, men legger til R i første klausul. Den nye matrisen inneholder flere stier uten koblinger, f.eks. $\{R, Q, \neg P, R\}$.
- Tilstanden over er ikke en suksesstilstand, siden vi har en partiell åpen sti: den nye literalen R er merket med $\nearrow$.
- Vi må gå tilbake og se hva som skjer hvis vi velger R som del av den aktive stien istedenfor P i venstre klausul.
- Vi får en låst tilstand, siden R ikke kan kobles med noen literaler i matrisen.
- Vi må altså sjekke alle åpne partielle stier (literaler merket med $\nearrow$) før vi kan konludere med suksess.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ & & & \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.
- De andre klausulene inneholder ikke literaler som er komplementære med R, så vi kan ikke utføre utvidelsessteg.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \color{red}{P} & Q & \neg P & R \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.
- De andre klausulene inneholder ikke literaler som er komplementære med R, så vi kan ikke utføre utvidelsessteg.
- Den aktive stien er tom, så vi kan ikke utføre reduksjonssteg.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.
- De andre klausulene inneholder ikke literaler som er komplementære med R, så vi kan ikke utføre utvidelsessteg.
- Den aktive stien er tom, så vi kan ikke utføre reduksjonssteg.
- Vi har literaler merket med $\nearrow$, dvs. at vi fremdeles har åpne partielle stier igjen å sjekke.

Backtracking over valg av startklausul

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ P & Q & \neg P & R \\ & & & {\nearrow}\ {\uparrow} \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi velger $\{R\}$ som startklausul istedenfor $\{P\}$.
- De andre klausulene inneholder ikke literaler som er komplementære med R, så vi kan ikke utføre utvidelsessteg.
- Den aktive stien er tom, så vi kan ikke utføre reduksjonssteg.
- Vi har literaler merket med $\nearrow$, dvs. at vi fremdeles har åpne partielle stier igjen å sjekke.
- Eksempelet viser at vi må backtracke over valg av startklausul for å få en komplett søkealgoritme.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P \\ \mathrm{P} & Q & \neg P & R \\ \nearrow\ \uparrow & & & \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P. \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P. \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.
- Vi har igjen kommet til en låst tilstand:

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P. \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & & \nearrow & \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.
- Vi har igjen kommet til en låst tilstand: vi har åpne partielle stier

Backtracking over valg av kobling

$$\left| \begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P. \\ \boxed{\mathrm{P}} & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array} \right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.
- Vi har igjen kommet til en låst tilstand: vi har åpne partielle stier, men hverken utvidelse eller reduksjon kan utføres siden R ikke kan kobles med noen annen literal i matrisen.

Backtracking over valg av kobling

$$\left|\begin{array}{cccc} & \neg P & \neg Q & \neg P. \\ \boxed{P} & Q & \neg P & R \\ & & & \nearrow\ \uparrow \end{array}\right|$$

- La oss anta at vi legger til $\neg P$ i den høyre klausulen i matrisen fra eksempelet.
- Alle stier i den nye matrisen er lukkede. (Sjekk!)
- Vi gjør utvidelsessteg ved å koble P i startklausulen med den nye $\neg P$.
- Vi har igjen kommet til en låst tilstand: vi har åpne partielle stier, men hverken utvidelse eller reduksjon kan utføres siden R ikke kan kobles med noen annen literal i matrisen.
- Eksempelet viser at vi må backtracke over valg av kobling i utvidelsessteget for å få en komplett søkealgoritme.

Implementasjon i Prolog – leanCoP

Implementasjon i Prolog – leanCoP

```
prove(Mat) :-
  append(MatA,[Cla|MatB],Mat), append(MatA,MatB,Mat1),
  \+member(-_,Cla), prove(Cla,Mat1,[]).
prove([],_,_).
prove([Lit|Cla],Mat,Path) :-
  (-NegLit=Lit;-NegLit\=Lit,-Lit=NegLit),
   ( member(NegLit,Path); append(MatA,[Cla1|MatB],Mat),
     append(MatA,MatB,Mat1), append(ClaA,[NegLit|ClaB],Cla1),
     append(ClaA,ClaB,Cla3), prove(Cla3,Mat1,[Lit|Path])
   ), prove(Cla,Mat,Path).
```

Implementasjon i Prolog – leanCoP

```
prove(Mat) :-
  append(MatA,[Cla|MatB],Mat), append(MatA,MatB,Mat1),
  \+member(-_,Cla), prove(Cla,Mat1,[]).
prove([],_,_).
prove([Lit|Cla],Mat,Path) :-
  (-NegLit=Lit;-NegLit\=Lit,-Lit=NegLit),
   ( member(NegLit,Path); append(MatA,[Cla1|MatB],Mat),
     append(MatA,MatB,Mat1), append(ClaA,[NegLit|ClaB],Cla1),
     append(ClaA,ClaB,Cla3), prove(Cla3,Mat1,[Lit|Path])
   ), prove(Cla,Mat,Path).
```

- leanCoP er en elegant Prolog-implementasjon av koblingskalkylen for klassisk logikk i normalform.

Implementasjon i Prolog – leanCoP

```
prove(Mat) :-
  append(MatA,[Cla|MatB],Mat), append(MatA,MatB,Mat1),
  \+member(-_,Cla), prove(Cla,Mat1,[]).
prove([],_,_).
prove([Lit|Cla],Mat,Path) :-
  (-NegLit=Lit;-NegLit\=Lit,-Lit=NegLit),
   ( member(NegLit,Path); append(MatA,[Cla1|MatB],Mat),
     append(MatA,MatB,Mat1), append(ClaA,[NegLit|ClaB],Cla1),
     append(ClaA,ClaB,Cla3), prove(Cla3,Mat1,[Lit|Path])
   ), prove(Cla,Mat,Path).
```

- leanCoP er en elegant Prolog-implementasjon av koblingskalkylen for klassisk logikk i normalform.
- Utviklet av Jens Otten ved Universitetet i Potsdam utenfor Berlin.

Implementasjon i Prolog – leanCoP

```
prove(Mat) :-
  append(MatA,[Cla|MatB],Mat), append(MatA,MatB,Mat1),
  \+member(-_,Cla), prove(Cla,Mat1,[]).
prove([],_,_).
prove([Lit|Cla],Mat,Path) :-
  (-NegLit=Lit;-NegLit\=Lit,-Lit=NegLit),
   ( member(NegLit,Path); append(MatA,[Cla1|MatB],Mat),
     append(MatA,MatB,Mat1), append(ClaA,[NegLit|ClaB],Cla1),
     append(ClaA,ClaB,Cla3), prove(Cla3,Mat1,[Lit|Path])
   ), prove(Cla,Mat,Path).
```

- leanCoP er en elegant Prolog-implementasjon av koblingskalkylen for klassisk logikk i normalform.
- Utviklet av Jens Otten ved Universitetet i Potsdam utenfor Berlin.
- Utnytter Prologs innebygde unifikasjon og backtracking.

Implementasjon i Prolog – leanCoP

```
prove(Mat) :-
  append(MatA,[Cla|MatB],Mat), append(MatA,MatB,Mat1),
  \+member(-_,Cla), prove(Cla,Mat1,[]).
prove([],_,_).
prove([Lit|Cla],Mat,Path) :-
  (-NegLit=Lit;-NegLit\=Lit,-Lit=NegLit),
   ( member(NegLit,Path); append(MatA,[Cla1|MatB],Mat),
     append(MatA,MatB,Mat1), append(ClaA,[NegLit|ClaB],Cla1),
     append(ClaA,ClaB,Cla3), prove(Cla3,Mat1,[Lit|Path])
   ), prove(Cla,Mat,Path).
```

- leanCoP er en elegant Prolog-implementasjon av koblingskalkylen for klassisk logikk i normalform.
- Utviklet av Jens Otten ved Universitetet i Potsdam utenfor Berlin.
- Utnytter Prologs innebygde unifikasjon og backtracking.
- For mer info: `http://www.leancop.de/`