

INF3170 – Logikk

Obligatorisk oppgave 2

Oppgave 1 (Avledede regler) En *avledet LK-regel* er en regel hvor regelens konklusjon er bevisbar fra regelens premisser ved å bruke reglene fra LK, vanligvis i flere steg. (I denne oppgaven regner vi **Snitt** og de strukturelle reglene **LW**, **RW**, **LCog** **RC** som **LK-regler**.) Et eksempel er sekventkalkylevarianten av *reductio ad absurdum*. Den avledede regelen er skrevet til venstre; dens begrunnelse i LK er skrevet til høyre:

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \Delta, A} (*) \qquad \frac{\frac{\frac{\Gamma, A \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, A, \Delta} \text{R}\neg}{\Gamma \vdash A, \Delta} \text{Snitt}}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \text{RW}$$

Legg merke til bruken av snitt og strukturelle regler. *LK-utledningen til høyre samsvarer med den avledede regelen m.h.p. alle løvnoder som ikke er lukket.* Dermed er den avledede regelen tillatt.

Vis at følgende regler er avledede:

$$\frac{\Gamma \vdash \neg A, \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta} (1) \qquad \frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} (2) \qquad \frac{\Gamma \vdash \neg A, \neg B, \Delta}{\Gamma \vdash \neg(A \wedge B), \Delta} (3) \qquad \frac{\Gamma, \neg A \vee B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} (4)$$