INF3170 – Logikk

Ukeoppgaver – oppgavesett 4

Intuisjonistisk logikk

Oppgave 1 (LJ-bevis) Gi LJ-bevis for følgende sekventer.

1. $\neg P \land \neg Q \vdash \neg(P \lor Q)$
2. $\neg(P \lor Q) \vdash \neg P \land \neg Q$
3. $\neg P \lor \neg Q \vdash \neg(P \land Q)$
4. $P \to Q \vdash (P \to (Q \to R)) \to (P \to R)$
5. $P \to Q \vdash (P \to \neg Q) \to \neg P$
6. $P \to R \vdash (Q \to R) \to ((P \lor Q) \to R)$
7. $\neg\neg(P \land Q) \vdash \neg\neg P \land \neg\neg Q$
8. $\neg\neg P \land \neg\neg Q \vdash \neg\neg(P \land Q)$

Oppgave 2 (Motmodeller) Gi Kripke-modeller som er motmodeller for følgende sekventer:

1. $P \vdash \neg P$
2. $\neg P \vdash P$
3. $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$
4. $\neg(P \land Q) \vdash \neg P \lor \neg Q$
5. $P \to Q \vdash \neg P \lor Q$

Oppgave 3 (Peirce's lov) La φ være $((P \to Q) \to P) \to P$. Formelen φ kalles "Peirce's lov".

1. Gi et LJ-bevis for $\vdash \neg\neg\varphi$.
2. Fins et LJ-bevis for $\vdash \varphi$? Hvis ja, gi beviset. Hvis nei, finn en motmodell.

Oppgave 4 Vis at $x \Vdash \neg\neg A$ hvis og bare hvis for alle y slik at $x \leq y$ det fins en z slik at $y \leq z$ og $z \Vdash A$.

Andre oppgaver

Oppgave 5 Lag en regel slik at LK blir usunn når denne regelen legges til.

Oppgave 6 (Konger, damer og tigre) En konge gir sin fange valget mellom to rom. I hvert rom er det enten en dame eller en tiger, men ikke begge deler. På utsiden av dørene står det følgende:

(1)	(2)
I MINST ETT AV DISSE ROMMENE ER DET EN DAME	I DET ANDRE ROMMET ER DET EN TIGER

Kongen sier så: "Enten så er begge påstandene sanne, eller så er begge usanne!"

Hvilken dør bør fangen velge?

(Oppgaven er hentet fra *The lady or the tiger?*, Raymond Smullyan, 1982)

Oppgave 7 (Tre søsken) Tre søsken, A, B og C, er i et hus, og må rette seg etter følgende regler:

i) Hvis A går ut, så må B gå ut.

ii) Hvis C går ut, så, hvis A går ut, så må B være inne.

(1) Formaliser påstandene ved hjelp av utsagnslogikk.

(2) Sjekk om det er mulig at C kan gå ut. Begrunn svaret.

(3) Gitt et språk med bare tre atomære utsagn; hvor mange ikke-ekvivalente utsagn kan du lage fra disse? Begrunn svaret skikkelig eller lag en liste over alle mulige slike utsagn.

(4) Hva er det mulig for A, B og C å gjøre?