INF3170 – Logikk

Ukeoppgaver – oppgavesett 12

Oppgave 1 Finn bevis i ensidig sekventkalkyle for de gyldige sekventene fra oppgave 2 i oppgavesett 8.

Oppgave 2 Vis at Tynning er en *enkel avledet regel* (jfr. forelesning 12 om snitteliminasjon).

Oppgave 3 La F være en førsteordens formel. Anta at F har lengde $\leq g$ og anta $\vdash \Gamma, F[g^-, h]$ og $\vdash \Gamma, \neg F[g^-, h]$. Vis at $\vdash \Gamma[g, 2h]$.

Oppgave 4 Anta at D er et bevis med grad 5 og høyde 10. Hvor mange ganger må Hovedlemmaet anvendes for å få et snittfritt bevis? Hva er en øvre grense for høyden til det snittfrie beviset?

Oppgave 5 Finn bevis i fri-variabel LK eller finn motmodeller for følgende sekventer.

1. $\vdash \exists x(Px \to \forall x Px)$
2. $\vdash \exists x((Px \to \forall x Px) \land (Qx \to \forall x Qx))$
3. $\forall x(Px \lor Qx) \vdash \exists x Px \lor \forall x Qx$
4. $\forall x(Px \to Qx) \vdash (Pa \to Qa) \land (Qb \to Qb)$

Oppgave 6 Vis hvordan inkrementelt bevissøk gir bevisene fra oppgaven over.

Lemma 0.1 (Beregning av $\mathsf{New}_c(s)$)**.** *For et nytt komplementært par c kan $\mathsf{New}_c(s)$ beregnes på følgende måte. La l være løvsekventen som inneholder c, og la G være grenen med løvsekvent l.*

- *For sekventer s som ikke forekommer på G, så er $\mathsf{New}_c(s) = \emptyset$.*
- *For løvsekventen l så er $\mathsf{New}_c(l) = \mathsf{Unif}(c) \setminus \mathsf{Cl}_0(l)$.*
- *For sekventer s på G som er konklusjon i en α-, γ- eller δ-slutning med premiss s', så er $\mathsf{New}_c(s) = \mathsf{New}_c(s')$*
- *For sekventer s på G som er konklusjon i en β-slutning med premisser s' og s'' slik at s' er på G, så er $\mathsf{New}_c(s) = \mathsf{New}_c(s') \cap \mathsf{Cl}_0(s'')$*

Oppgave 7 Vis lemmaet for beregning av $\mathsf{New}_c(s)$.

Oppgave 8 Vis at en formel F på DNF er gyldig hvis og bare hvis enhver sti gjennom matrisen til F inneholder en kobling.

Oppgave 9 Vis at en matrise for en gyldig formel inneholder minst én positiv og minst én negativ klausul.

Oppgave 10 Vis at en endelig mengde formler Γ er oppfyllbar hvis og bare hvis den er konsistent.