

# INF3170 – Logikk

## Ukeoppgaver – oppgavesett 1

### Mengdelære

Husk at  $\mathbb{N}$  er mengden av de naturlige tall (altså  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ), og at  $\mathbb{Z}$  er mengden av heltall (altså  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ ). La  $d, n \in \mathbb{N}$ . Vi sier at  $d$  *deler*  $n$ , og skriver  $d \mid n$ , hvis det finnes  $m \in \mathbb{N}$  slik at  $n = dm$ .

**Oppgave 1** La  $A = \{2, 3, 4\}$  og  $B = \{6, 8, 10\}$ . Vi definerer en binær relasjon  $R$  fra  $A$  til  $B$  som følger:

$$\langle x, y \rangle \in R \text{ hvis og bare hvis } x \mid y$$

- Er  $\langle 4, 6 \rangle \in R$ ? Er  $\langle 4, 8 \rangle \in R$ ? Er  $\langle 3, 8 \rangle \in R$ ? Er  $\langle 2, 10 \rangle \in R$ ?
- Skriv  $R$  som en mengde ordnede par.

**Oppgave 2** Vi definerer *kongruens modulo 2*-relasjonen  $K$  fra  $\mathbb{Z}$  til  $\mathbb{Z}$  slik:

$$\langle m, n \rangle \in K \text{ hvis og bare hvis } m - n \text{ er et partall}$$

- Er  $\langle 0, 0 \rangle \in K$ ? Er  $\langle 5, 2 \rangle \in K$ ? Er  $\langle 6, 6 \rangle \in K$ ? Er  $\langle -1, 7 \rangle \in K$ ?
- Vis at for alle partall  $n \in \mathbb{Z}$  så er  $\langle n, 0 \rangle \in K$ .

**Oppgave 3** Nedenfor listes åtte binære relasjoner over mengden  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . For hver relasjon, finn ut hvilke av egenskapene *refleksiv*, *symmetrisk* og *transitiv* den har. *Hint*: Det kan være lurt å tegne graphen til relasjonen som et hjelpemiddel.

- $R_1 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$
- $R_2 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$
- $R_3 = \{\langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$
- $R_4 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$
- $R_5 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle\}$
- $R_6 = \{\langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle\}$
- $R_7 = \{\langle 0, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$

h.  $R_8 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle\}$

**Oppgave 4** La  $A$  være en ikke-tom mengde, og la  $\mathcal{P}(A)$  være potensmengden til  $A$ , dvs. mengden av alle delmengder av  $A$ . Finn ut hvorvidt relasjonene nedenfor har egenskapene *refleksiv*, *symmetrisk* eller *transitiv*. Begrunn svaret ditt.

a. Delmengde-relasjonen  $D$  på  $\mathcal{P}(A)$ :

$$\langle X, Y \rangle \in D \Leftrightarrow X \subseteq Y$$

b. Ulikhets-relasjonen  $U$  på  $\mathcal{P}(A)$ :

$$\langle X, Y \rangle \in U \Leftrightarrow X \neq Y$$

c. Relativ komplement-relasjonen  $K$  på  $\mathcal{P}(A)$ :

$$\langle X, Y \rangle \in K \Leftrightarrow Y = A \setminus X$$

## Utsagnslogikk

**Oppgave 5** Skriv opp fem utsagnslogiske formler som har mer enn tre utsagnslogiske konnektiver.

**Oppgave 6** Hvilke av de følgende uttrykkene er utsagnslogiske formler?

a.  $P$

b.  $(P$

c.  $((P \rightarrow Q) \vee (R \vee P)) \wedge \neg Q$

d.  $((P \rightarrow Q) \vee (R \vee P)) \wedge \neg Q$

e.  $(P \rightarrow Q)$

f. "parkeringsplassen er stengt"