

## DFT II

- Ukeoppgavene skal leveres som selvstendige arbeider. Det forventes at alle har satt seg inn i instituttets krav til innleverte oppgaver:
  - Norsk versjon: <http://www.mn.uio.no/ifi/studier/admin/obliger>
- Krav til godkjenning av innleverte oppgaver er beskrevet på hjemmesiden til INF3470:
  - [http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF3470/h13/oppgaver\\_krav.html](http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF3470/h13/oppgaver_krav.html)

Totalt er det mer enn 10 poeng på dette oppgavesettet. Det er likevel ikke mulig å oppnå mer enn 10 poeng.

### Oppgave 1

**Vekt:2**

Gitt et signal  $x[n] = \cos(\omega_1 n) + \cos(\omega_2 n)$ , og en rektangulær vindusfunksjon

$$\omega_L[n] = \begin{cases} 1/L, & \text{for } 0 \leq n < L \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Disse kombineres for å lage et utgangssignal  $y[n] = x[n]\omega_L[n]$ .

- a) Finn DTFTen  $Y(\omega)$  uttrykt ved DTFTen  $W(\omega)$ .
- b) Finn minste avstand  $|\omega_1 - \omega_2|$  uttrykt ved  $L$  hvis man ønsker å kunne adskille de to frekvenskomponentene i DTFTen  $Y(\omega)$ . (Kravet for å kunne adskille komponentene er at hovedlobene ikke overlapper).

a) tips:  $W$  trenger ikke regnes ut

b) mellom svar  $|W(\omega)| = \left| \frac{\sin(\omega L/2)}{L \sin(\omega/2)} \right|$

### Oppgave 2

**Vekt:1**

Betrakt den 64 punkt lange sekvensen

$$x[n] = A \cos(2\pi f_1 n/64) + B \cos(2\pi f_2 n/64), \quad 0 \leq n \leq 63.$$

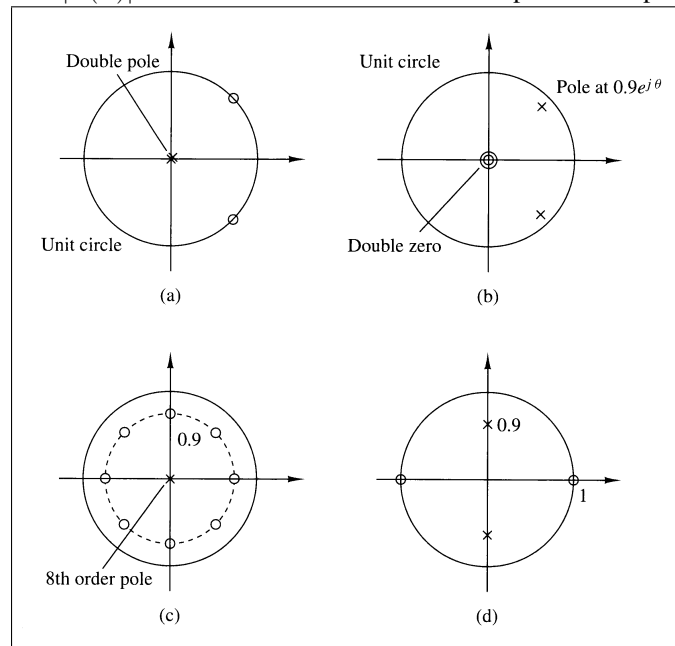
Det er kjent at dens 64-punkts DFT  $X[k]$  har verdi null for alle verdier av  $k$  med unntak av  $k = 15, 27, 37$  og  $49$ . Hvis  $|X[15]| = 32$  og  $|X[27]| = 16$ , bestem da det eksakte uttrykket for  $x[n]$  uten å regne ut IDFT. Er svaret entydig? Hvis ikke, avgjør hvor mange andre sekvenser som har den samme DFT'en og eventuelt eksakte uttrykk for disse.

hint: Finn sammenhengen mellom  $f_1$  og  $k$ , og  $f_2$  og  $k$  ut fra definisjonen av IDFT.

### Oppgave 3

Vekt:1

Skisser grovt magnituderesponsen  $|X(w)|$  av Fouriertransformene som korresponderer til pol-nullpunkt plottene gitt under.



### Oppgave 4 — Oppgave 8.17 fra læreboka: DFT konsept

Vekt: 1

- a) 180 Hz b) 24 c) tips: verdier på  $k = 15, 18, 54$  og  $57$  d) Ingen lekkasje (hvorfor?)

### Oppgave 5 — Oppgave 8.19 fra læreboka: DFT konsept

Vekt: 1

- a)  $X_{DFT}[k] = 0.5 \frac{1 - e^{j2\pi N(F_0 - k/N)}}{1 - e^{j2\pi(F_0 - k/N)}} + 0.5 \frac{1 - e^{-j2\pi N(F_0 + k/N)}}{1 - e^{-j2\pi(F_0 + k/N)}}$   
 b) Lekkasje hvis  $\frac{N}{S} \neq KT$  (er ikke et helt antall perioder)  
 c) Ingen lekkasje.  $X_{DFT}[k] = \{0, 0, 4, 0, 0, 0, 4, 0, 0\}$   
 d) samme som c) (hvorfor?)  
 e) Lekkasje.  $X_{DFT}[k] = \{-0.31, -0.64 + j0.49, 3.69 - j2.51, 0.9 - j0.37, 0.71 - j0.09, \dots \text{konjugerte} \dots\}$

### Oppgave 6 — Oppgave 8.22 fra læreboka: Frekvensoppløsning

Vekt: 1

- a)  $k_1 = 3.125, k_2 = 12.5$  b)  $k_1 = 4, k_2 = 16$

### Oppgave 7 — Oppgave 8.24 fra læreboka: Frekvensoppløsning

Vekt: 1

- a)  $f = 21.0938\text{Hz}$  b)  $N = 200$ , padding zeros: 72,  $k = 42$

### Oppgave 8 — Oppgave 8.26 fra læreboka: Sampl.frekvens og oppløsning Vekt: 1

a)  $X(f) = \frac{1}{1 + j2\pi f}, D = 1.4979, N \approx 48$

b)  $N \approx 31$

**Oppgave 9 — Oppgave 8.28 fra læreboka: Samplingsrate og DFT**

**Vekt: 1**

tips: Nyquist-frekvensen regnes ikke som en harmonisk komponent

**Oppgave 10 — Oppgave 8.29 fra læreboka: Frekvensoppløsning**

**Vekt: 1**

Rettelser av hint i boka: b)  $\Delta f = \frac{KS}{N}$  hvor  $K = 2$  d)  $N = \frac{KS}{\Delta f}$

Se ellers faktoren  $W_M$  i tabell 8.4.