

## z-TRANSFORMASJONEN

- Ukeoppgavene skal leveres som selvstendige arbeider. Det forventes at alle har satt seg inn i instituttets krav til innleverte oppgaver:
  - Norsk versjon: <http://www.mn.uio.no/ifi/studier/admin/obliger>
- Krav til godkjenning av innleverte oppgaver er beskrevet på hjemmesiden til INF3470:
  - [http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF3470/h12/oppgaver\\_krav.html](http://www.uio.no/studier/emner/matnat/ifi/INF3470/h12/oppgaver_krav.html)

### Oppgave 1 — Oppgave 4.8 fra læreboka: Poler, nullpunkter og ROC Vekt:1

a), b), c) inngår.  
d), e) er overkurs.

$$y[n] + A_1y[n-1] + A_2y[n-2] + \dots + A_Ny[n-N] = B_0x[n] + B_1x[n-1] + B_2x[n-2] + \dots + B_Mx[n-M] \Leftrightarrow H(z) = \frac{B_0 + B_1z^{-1} + B_2z^{-2} + \dots + B_Mz^{-M}}{1 + A_0 + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + \dots + A_Nz^{-N}}$$

	zeros	poles
a) stable	anywhere	not on the unit circle, ROC must include the unit circle
b) causal + stable	anywhere	inside (and exclude) the unit circle, # poles $\geq$ # zeros
c) FIR w/ real coeffs.	Anywhere	FIR: only poles at origin
d) Linear-phase FIR, real coeffs	conjugate reciprocal symmetry: if $z_0$ is zero $\Rightarrow z_0^H, 1/z_0, 1/z_0^H$ are also zeros	FIR: only poles at origin
e) Causal, linear-phase FIR, real coeffs	conjugate reciprocal symmetry	only at origin. # poles $\geq$ # zeros

### Oppgave 2 — Oppgave 4.9 fra læreboka: z-transf. og ROC Vekt:1

Løs ikke a), b), c); besvar i steden: For hvilket område i det komplekse planet er  $X(z)$  en gyldig z-transform?

$$|\alpha| < |z| < |\beta|$$

### Oppgave 3 — Oppgave 4.11 fra læreboka: z-transf. og ROC Vekt:1

[Note the misprint in the book, when the  $|$  signs are lacking around  $\alpha$ : The initial text of the exercise should say: "The causal signal  $x[n] = \alpha^n u[n]$  has the transform  $X(z)$  whose ROC is  $|z| > |\alpha|$ . Find the ROC of the z-transform of the following:

:

- a)  $|z| > |\alpha|$ , b)  $|z| > |\alpha|$ , c)  $|z| < 1/|\alpha|$ , d)  $|z| > |\alpha|$ , e)  $|z| > |\alpha^2|$ .

### Oppgave 4 — Oppgave 4.18 fra læreboka: Egenskaper, z-transf. Vekt:1

- a)  $f[n] = (-2)^n u[n]$ , b)  $g[n] = 2^{-n} u[-n]$ , c)  $h[n] = -n(-2)^n u[n]$ .

## Oppgave 5 — Oppgave 4.24 fra læreboka: Realiseringer

Vekt:1

a)  $y[n] - 2y[n-1] = 4x[n] + 3x[n-1], H(z) = \frac{4z+3}{z-2}$ , b)  $y[n] + 2y[n-2] = 4x[n] + 3x[n-1], H(z) = \frac{4z^2+3z}{z^2+2}$

## Oppgave 6 (tidl. eks. oppg.)

Vekt:2

a)

$z$ -transformen er kjent for å ha følgende egenskap ("tids skift"):

Hvis

$$x(n) \xrightarrow{z} X(z)$$

så er

$$x(n-k) \xrightarrow{z} z^{-k}X(z).$$

Vis denne egenskapen.

b)

Bestem  $z$ -transformen til signalet

$$x_1(n) = \alpha^n u(n) = \begin{cases} \alpha^n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Er  $x_1(n)$  et effekt-signal (power-signal) eller et energi-signal? Begrunn svaret!

See Chapter 2 in Ambardar.

c)

Bestem  $z$ -transformen til signalet

$$x_2(n) = u(n) - u(n-N).$$

Er  $x_2(n)$  et effekt-signal (power-signal) eller et energi-signal? Begrunn svaret!

See Chapter 2 in Ambardar.

## Oppgave 7 (tidl. eks. oppg.)

Vekt:2

Gitt et IIR filter definer ved differenslikningen

$$y[n] = -\frac{1}{2}y[n-1] + x[n].$$

a) Bestem systemfunksjonen  $H(z)$  og dens poler og nullpunkter.  $H(z) = \frac{z}{z+1/2}$

b) Bestem utgangssignalet  $y[n]$  når input til systemet er

$$x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2].$$

Anta at  $y[n]$  er lik null for  $n < 0$ .  $h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n (\delta[n] - \delta[n-1] + 3u[n-2])$

# Oppgave 8 (tidl. eks. oppg.)

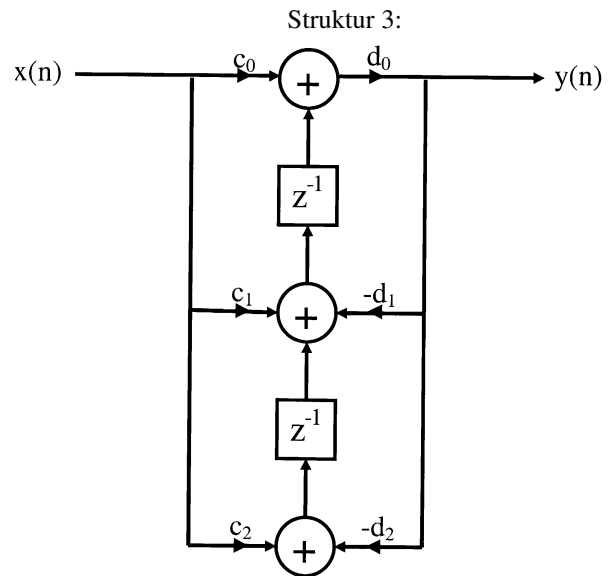
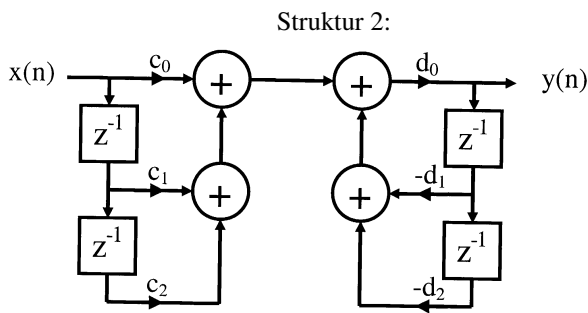
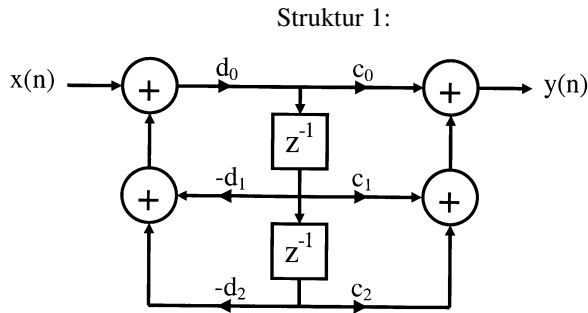
Vekt:1

To systemfunksjoner,  $G(z)$  og  $H(z)$ , er gitt som følger:

$$G(z) = \frac{c_0 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2}}{1/d_0 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2}}$$

og

$$H(z) = \frac{1/d_0 + d_1z^{-1} + d_2z^{-2}}{c_0 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2}}.$$



Figuren over viser 3 forskjellige filterstrukturer. For filterstruktur 1-3, avgjør om strukturen implementerer filteret beskrevet av systemfunksjon  $G(z)$ ,  $H(z)$  eller eventuelt et annet filter.