



ifj

# Korrelasjon og GPS

Sverre Holm



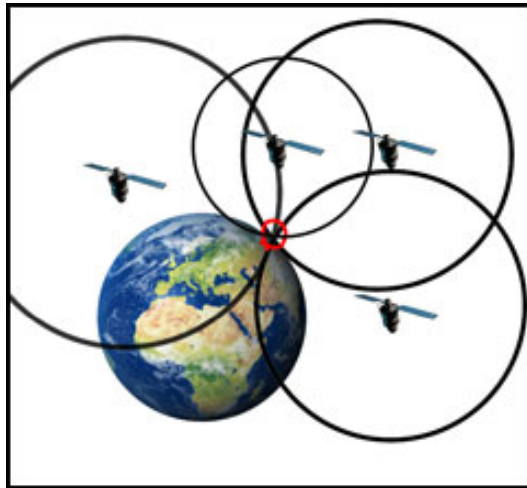
UNIVERSITETET  
I OSLO

## 3.16 Korrelasjon

- Et mål på likhet mellom signaler
- Ligner konvolusjon
- En viktig anvendelse: GPS

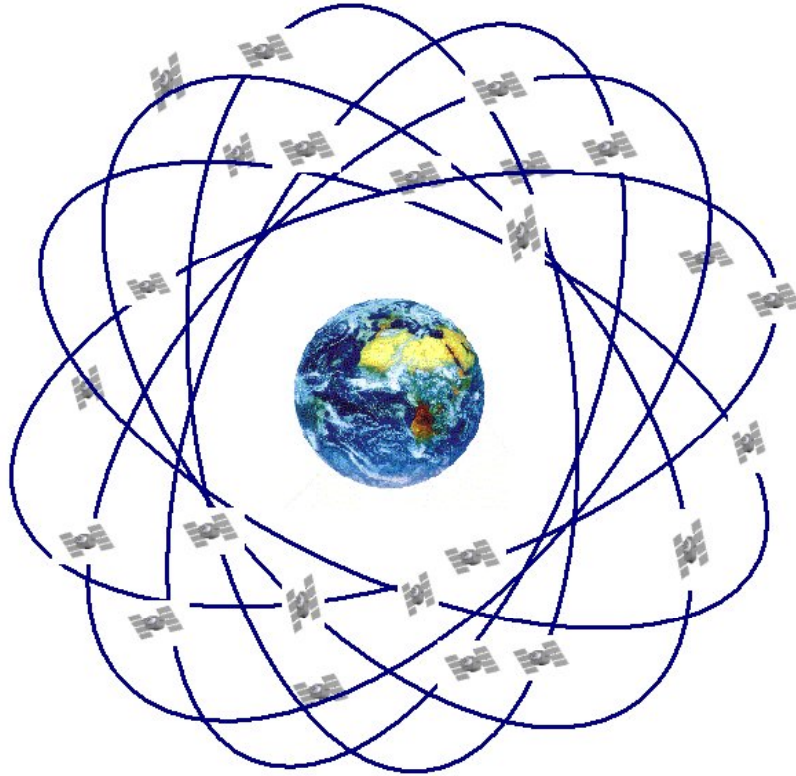


# GPS: Avstand til hver satellitt



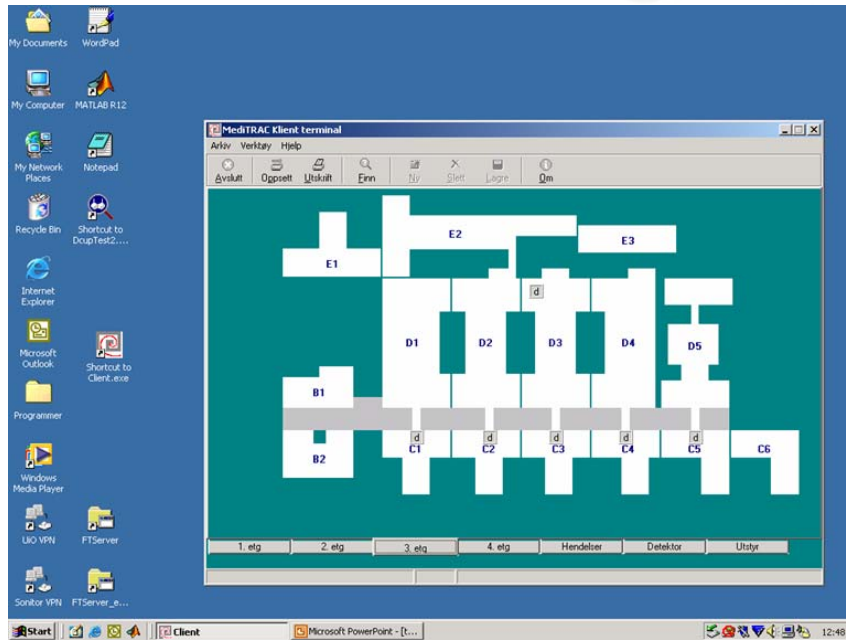
- Vet posisjonen og avstanden til satellittene, kan regne seg frem til en posisjon.
  - <http://www.vg.no/teknologi/artikkel.php?artid=546072>
- Atomklokke i hver satellitt
  - Må korrigere for relativistiske effekter pga banehastighet og lavere gravitasjon
  - <http://kollokvium.no/2012/03/29/husk-a-sjekke-relativitetsteorien-i-paskefjellet/>

# Systembetragtning



- To typer posisjoneringssystemer:
  1. Brukerbasert (private)
  2. Nettverksbasert
- Kjenner NSA og Pentagon posisjonen til alle som bruker GPS?

# Innendørs posisjonering



Panel debate: Where is indoor positioning heading? Sydney Nov 2012

<http://blogg.uio.no/mn/ifi/innovasjonsteknologi/content/panel-debate-where-is-indoor-positioning-heading>

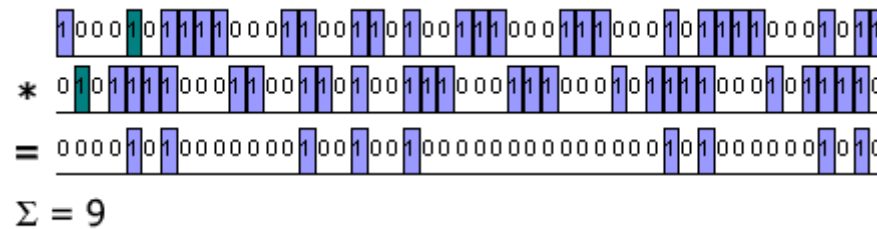
[www.sonitor.com](http://www.sonitor.com), [www.aeroscout.com](http://www.aeroscout.com)

4. september 2013

5

# GPS

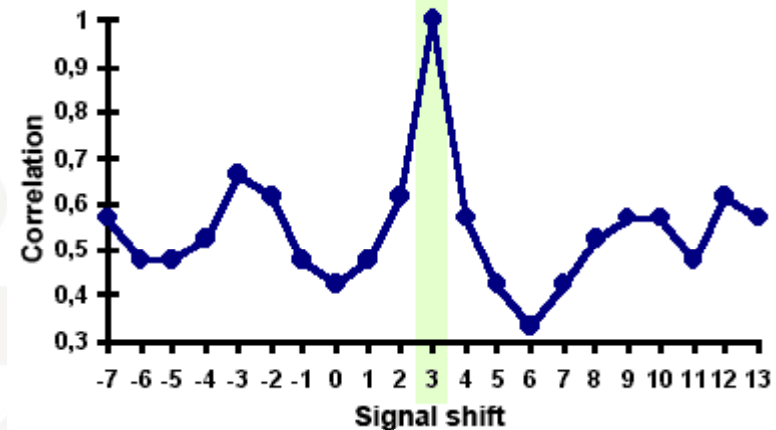
- Hver satellitt sender en pseudo tilfeldig kode (PRN) som er kjent for mottakeren.
- Mottakeren sammenligner mottatt signal med referansen ved å flytte fram og tilbake i tid til full overlapp



- [http://www.kowoma.de/en/gps/signals\\_runtime.htm](http://www.kowoma.de/en/gps/signals_runtime.htm)

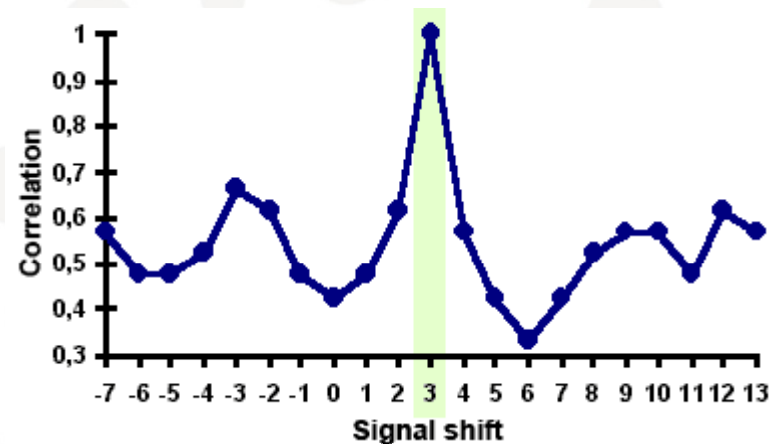
# GPS - korrelasjon

- Signal skift fra -7 til 13
- Maks for skift på 3
- Normalisert til 1 i maksimum
- Posisjonen til maks-verdien  $\Leftrightarrow$  tidsforsinkelse for signal  $\Leftrightarrow$  avstand til satellitt



# GPS - korrelasjon

- C/A-koden (coarse acquisition): 1023 chips
- Gjentas hvert millisekund  $\Leftrightarrow 1 \text{ ms} \cdot c = 1e-3 \cdot 3e8 \text{ m/s} = 3e5 = 300 \text{ km}$
- Hvert skift  $\Leftrightarrow$  en chip i GPS-signalet  $\Leftrightarrow 300\text{km}/1023 \approx 0.3 \text{ km}$ .
- Hvordan kan GPS være mer presis?
  - Moderne GPS-mottakere finner skift med 1% av en chip  $\Leftrightarrow 3 \text{ m}$
- Alle avstander til de synlige satellittene settes inn i et ligningssystem, gjerne overbestemt, mange satellitter
  - Løsning: lengde-, breddegrad, høyde, tid





## 3.16 Korrelasjon

- Et mål på likhet mellom signaler:

$$r_{xh}[n] = x[n]**h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[k-n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k+n]h[k]$$

- Flytter h forbi x
- Ligner konvolusjon:

$$y[n] = x[k]*h[k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k]h[k]$$

- Snur ikke indekseringen
- $x[n]**h[n] = x[n]*h[-n]$
- Tegnet \*\* for korrelasjon er ikke så universelt som \*

# Matchet filtrering – sonar, radar, ...

- Viktige anvendelser av korrelasjon:
  - Avstand til mål i sonar, ultralyd, radar, GPS
  - Finne sinus i støy
- Radar, sonar:
  - Send  $x[n]$ , motta etter refleksjon:  $s[n]=\alpha x[n-D]+p[n]$ 
    - Dempet, forsinket, additiv støy
  - Anta at støyen er ukorrelert med signalet, dvs  $r_{xp} \approx 0$
  - $r_{xs}$  har maks ved  $n=D$ 
    - Avstand til målet er da  $d=0.5c D/S$
    - $c$  lyd/lys-hastighet,  $D$  sample rate
    - Korrelasjonsmottaker
    - Matched filter  $\Leftrightarrow$  filtrering med  $h[n]=x[-n]$  – matchet til utsendt signal

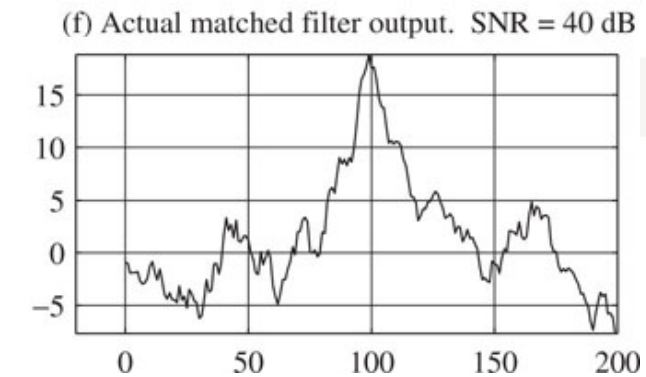
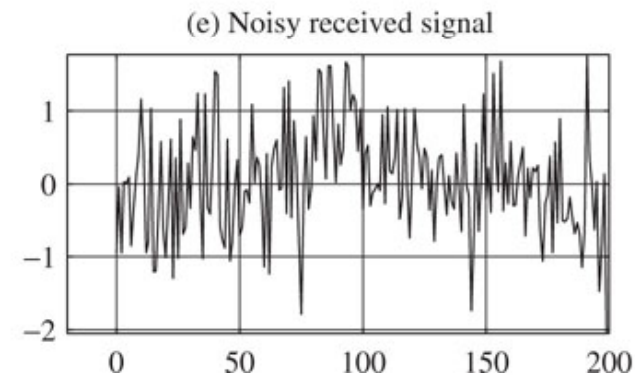
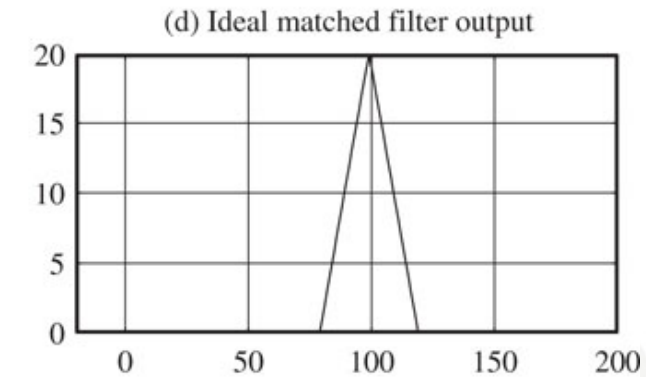
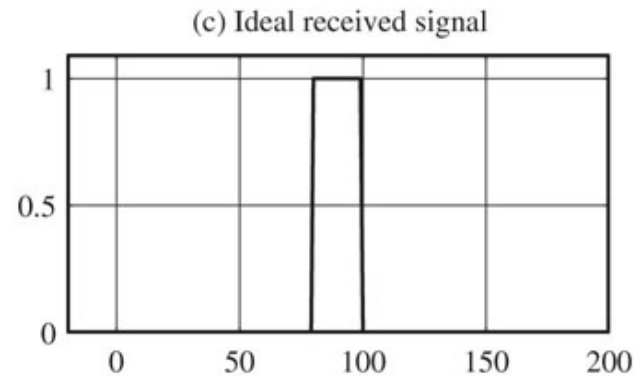
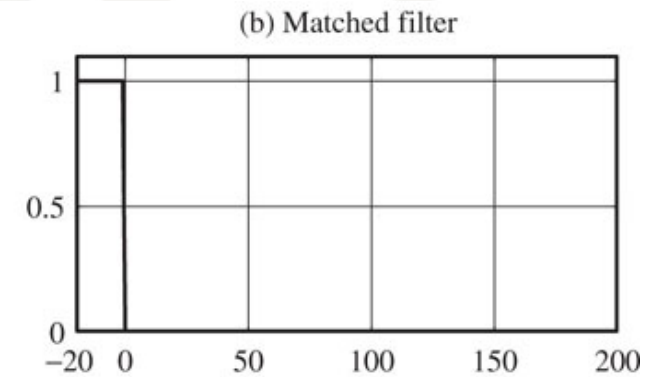
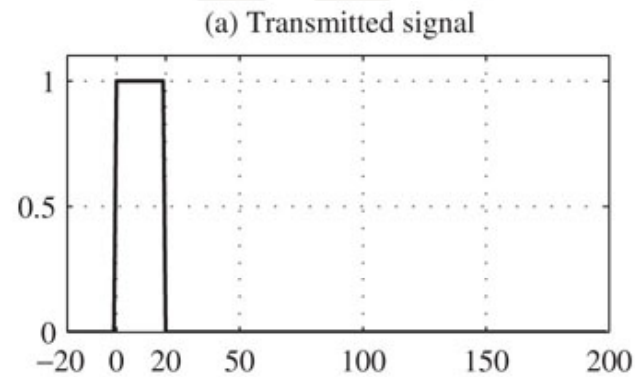
## Eks 3.33a

- $x[n]=\{2,5,0,4\}$ ,  $h[n]=\{3,1,4\}$
- Legger over hverandre, maks korrelasjon:
  - $r_{xh}[0] = 5*3+0*1+4*4 = 31$
- Negative indekser
  - $r_{xh}[-3] = 2*4 = 8$
  - $r_{xh}[-2] = 2*1+5*4 = 22$
  - $r_{xh}[-1] = 2*3+5*1+4*0 = 11$
- Positive
  - $r_{xh}[1] = 0*3+4*1 = 4$
  - $r_{xh}[2] = 4*3 = 12$

## Eks 3.33b) Autokorrelasjon

- Hvor likt er et signal med seg selv?  $r_{xx}[n]$ ,  $x[n]=\{3,1,-4\}$
- $x[0] = 3^2+1^2+(-4)^2=26$ : maks korrelasjon
- $x[1] = 1*3+(-4)*1=-1$
- $x[2] = 3*(-4)=-12$
- Symmetri om  $n=0$
- $r_{xx}[n] = \{-12,-1,26,-1,-12\}$ 
  - Lengde  $3+3-1=5$
  - $r_{xx}[-n]=r_{xx}[n]$
  - $|r_{xx}[n]| \leq |r_{xx}[0]|$

**FIGURE 3.10** The concept of matched filtering and target ranging. The output of the matched filter is the correlation of the transmitted and received signals. It exhibits a sharp peak even when the received signal is contaminated by noise. The time of the peak corresponds to the round-trip time. The target distance can be calculated from this value



# Å finne periodiske signaler i støy

- $s[n] = x[n] + p[n]$ 
  - Anta at støyen er ukorrelert med signalet, dvs  $r_{xp} \approx 0$
- Gjør korrelasjon  $r_{ss}$ , finn perioden  $N$
- Gjør så en korrelasjon (periodisk) med impulstoget,  $i[n] = \delta[n - kN]$ 
  - Resultatet er et estimat av  $x[n]$
- Eks neste slide

**FIGURE 3.11**

Extraction of a periodic signal buried in noise. The periodic autocorrelation of a long stretch of the noisy signal reveals the period of the buried periodic signal in panel(c) as  $N = 20$ . The cross-correlation of the noisy signal with a periodic impulse train with period  $N = 20$  extracts the buried periodic signal

