

Solution for INF3480 exam spring 2012

June 26, 2012

Exercise 1

Only in Norwegian

- a) Hvis du har en robot hvor ikke den dynamiske modellen er kjent eller spesielt vanskelig å utlede eksakt, kan en metode liknende den som er vist på figuren benyttes til å trene opp et nettverk av noder og forbindelser mellom disse og finne de vekt faktorer som passer i hvert knutepunkt (node) slik at kjente input gir kjente output (treningsdata). Når disse vekt faktorene er funnet, kan det trenede nettverket representere den ukjente dynamikken og benyttes selv om du ikke har kjente outputverdier lenger.
- b) Når man jobber med mobile roboter må man skille mellom interne sensorer (ledd posisjon, krefter, hastigheter etc.) og eksterne sensorer som videokamera, laser, radar etc. som senser omgivelsene. Det som i hovedsak gjør mobile roboter annerledes enn de stasjonære, er at de hele tiden under autonom navigasjon (beveger seg rundt i ukjente omgivelser), må sense og oppdatere sin omgivelsesmodell, slik at den kan bevege seg fra A til B uten å kollideres. Mobile roboter har ofte større potensielle feilkilder enn stasjonære roboter. Dersom robotens hjulrotasjon brukes til å måle bevegelse vil hjul som spinner på f.eks sand eller is gi feil data.
- c) Robot studio er et modellerings/simuleringsprogram spesielt laget for ABB's robotceller. Det kan benyttes til å simulere et bestemt oppsett av en robot i en celle for å optimalisere effektivitet i produksjonsøyemed. Men, Robotstudio kan også benyttes i utvikling av robotsystemer ved å teste ut ulike konfigurasjoner, motorer og ledd etc. for å optimalisere design og ytelse.
- d) Med semi-autonome roboter menes det i denne sammenheng et robotsystem som kombinerer tele-manipulatorens (fjernstyrt robot) fleksibilitet hvor operatøren har all makt med den sensorstyrte robotens presisjon. På denne måten kan den semi-autonome roboten utføre kompliserte koordinerende bevegelser over lang tid med høy presisjon og repetert kvalitet, mens operatøren kan overstyre prosessen hvis noe går galt eller hvor det er behov for en liten korleksjon underveis. Et semi-autonomt system kan også dele frihetsgrader mellom seg og operatøren, for eksempel en kirurgisk robot, hvor for eksempel det å følge en rett linje for en vevsprøve kan veiledes med korrigerende krefter, mens det faktisk er operatøren som styrer nålen til målet. Systemet er i kirurgisk sammenheng også viktig hvis en fjernstyrt robot skal bevege seg i et komplisert område i kroppen, hvor det kan være lagt inn no-go zones som gir motstand i joy-stick'en til operatøren hvis han forsøker å bevege seg – f.eks i nærheten av større blodårer.

Exercise 2

- a) It is a PPR-robot. See Figure 1 for the workspace
- b) DH-parameters

i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	d_1^*	0	0	-90°
2	d_2^*	0	l_1	60°
3	0	θ_3^*	l_2	0

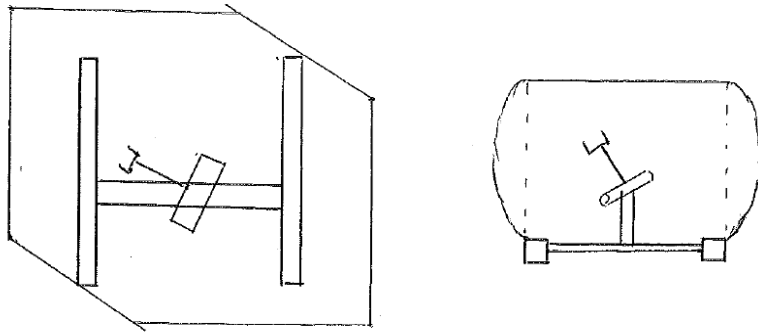


Figure 1: Workspace of the robot

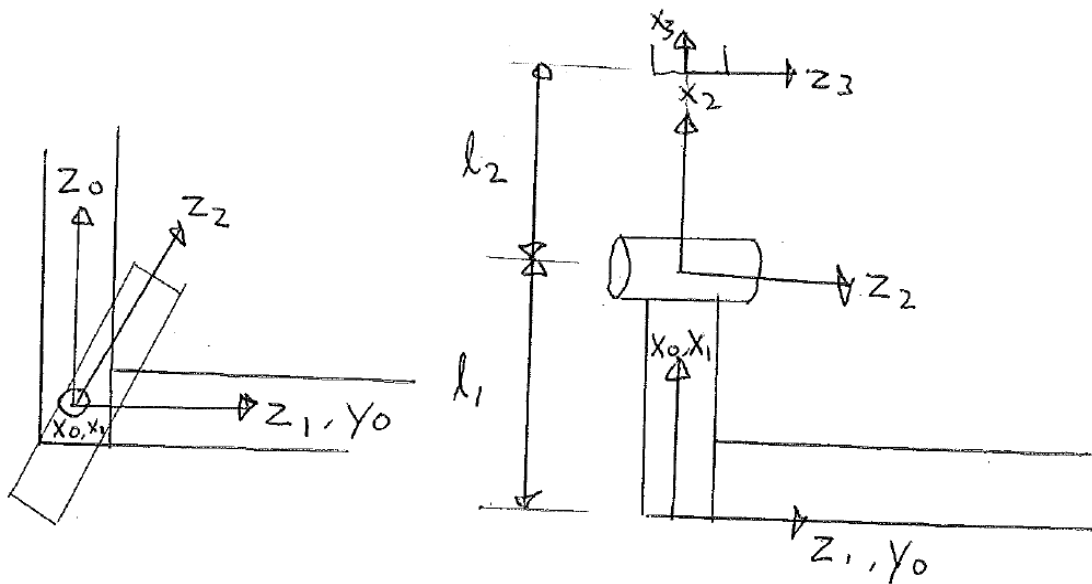


Figure 2: Definition of coordinate systems

See also Figure 2 for the definition of the coordinate systems. Note that the tool is positioned pointing upwards, not sideways as in the exam. This is done to get an easier set of DH-parameters.

c) Transformation matrices from the DH-parameters

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_1^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & d_2^* \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 & c_3 l_2 \\ -s_3 & c_3 & 0 & s_3 l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Finding \mathbf{T}_T^0

$$\mathbf{T}_2^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} & d_2 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{T}_3^0 = \mathbf{T}_2^0 \mathbf{T}_3^2 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & c_3 l_2 + l_1 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3}s_3 & \frac{1}{2}\sqrt{3}c_3 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3}l_2 s_3 + d_2 \\ -\frac{1}{2}s_3 & -\frac{1}{2}c_3 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}l_2 s_3 + d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

d) Using the equations on page 133 in Spong to find the Jacobian

$$\mathbf{J}_{v_1} = \mathbf{z}_0 \quad (5)$$

$$\mathbf{J}_{v_2} = \mathbf{z}_1 \quad (6)$$

$$\mathbf{J}_{v_3} = \mathbf{z}_2 \times (\mathbf{o}_3 - \mathbf{o}_2) \quad (7)$$

$$\mathbf{J}_{\omega_1} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\mathbf{J}_{\omega_2} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\mathbf{J}_{\omega_3} = \mathbf{z}_2 \quad (10)$$

Only \mathbf{J}_{v_3} needs to be calculated, because the rest can be read from the forward kinematics.

$$\mathbf{o}_3 - \mathbf{o}_2 = \begin{bmatrix} c_3 l_2 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3}l_2 s_3 \\ -\frac{1}{2}l_2 s_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{J}_{v_3} = \begin{bmatrix} -s_3 l_2 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3}l_2 c_3 \\ -\frac{1}{2}l_2 c_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

This gives the Jacobian

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -s_3 l_2 \\ 0 & 1 & \frac{1}{2}\sqrt{3}l_2 c_3 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2}l_2 c_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

e) Two possible methods exist for finding the inverse kinematics, analytically and geometrically. Here we find the analytic solution. First we find the unknown θ_3 by using the following equation from the forward kinematics

$$c_3 l_2 + l_1 = p_x \quad (14)$$

Solving for c_3 yields

$$c_3 = \frac{p_x - l_1}{l_2} \quad (15)$$

The solution to the above problem is given in Appendix C in Craig and shown below

$$\cos \theta = b \quad (16)$$

$$\theta = \text{atan2}(b, \pm\sqrt{1 - b^2}) \quad (17)$$

With this result we get the solution

$$\theta_3 = \text{atan2}\left(\frac{p_x - l_1}{l_2}, \pm\sqrt{1 - \frac{(p_x - l_1)^2}{l_2^2}}\right) \quad (18)$$

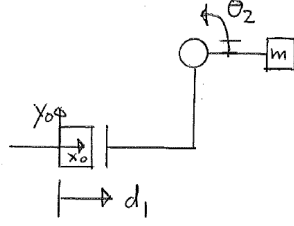


Figure 3: Definition of coordinate frame

Alternatively one can use arccos

$$\theta_3 = \arccos \frac{p_x - l_1}{l_2} \quad (19)$$

but the using `atan2` is preferred since this gives the two solutions directly. To find the solution for d_2 we use the equation for the tool position in the y -axis (p_y), given below

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}l_2s_3 + d_2 = p_y \quad (20)$$

The solution is given below

$$d_2 = p_y - \frac{1}{2}\sqrt{3}l_2s_3 \quad (21)$$

For the last unknown we use the equation for p_z , given below

$$-\frac{1}{2}l_2s_3 + d_1 = p_z \quad (22)$$

The solution is

$$d_1 = p_z + \frac{1}{2}l_2s_3 \quad (23)$$

Exercise 3

- a) See Figure 1 for the definition of a coordinate frame. First we need to find the position and velocity of the mass.

$$p_x = lc_2 + l_{off1} + d_1 \quad (24)$$

$$p_y = l_{off2} + ls_2 \quad (25)$$

Taking the derivative of the positions yields the velocities

$$v_x = -s_2l\dot{\theta}_2 + \dot{d}_1 \quad (26)$$

$$v_y = c_2l\dot{\theta}_2 \quad (27)$$

We can now find the kinetic and potential energy.

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2 \quad (28)$$

$$= \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) \quad (29)$$

$$= \frac{1}{2}m(s_2^2l^2\dot{\theta}_2^2 + c_2^2l^2\dot{\theta}_2^2 + \dot{d}_1^2 - 2s_2l\dot{\theta}_2\dot{d}_1) \quad (30)$$

$$= \frac{1}{2}m(l^2\dot{\theta}_2^2 + \dot{d}_1^2 - 2s_2l\dot{\theta}_2\dot{d}_1) \quad (31)$$

$$\mathcal{P} = mgh \quad (32)$$

$$= mgp_y \quad (33)$$

$$= mg(l_{off2} + s_2l) \quad (34)$$

We can now find the terms in the *Euler-Lagrange* equations

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{d}_1} = m \left(\dot{d}_1 - s_2 l \dot{\theta}_2 \right) \quad (35)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\theta}_2} = m \left(l^2 \dot{\theta}_2 - s_2 l \dot{d}_1 \right) \quad (36)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{d}_1} = m \left(\ddot{d}_1 - s_2 l \ddot{\theta}_2 - c_2 l \dot{\theta}_2^2 \right) \quad (37)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\theta}_2} = m \left(l^2 \ddot{\theta}_2 - s_2 l \ddot{d}_1 - c_2 l \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 \right) \quad (38)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta d_1} = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \theta_2} = -m c_2 l \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 - m g l c_2 \quad (40)$$

This yields the two equations

$$m \left(\ddot{d}_1 - s_2 l \ddot{\theta}_2 - c_2 l \dot{\theta}_2^2 \right) = \tau_1 \quad (41)$$

$$m \left(l^2 \ddot{\theta}_2 - s_2 l \ddot{d}_1 - c_2 l \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 \right) + m c_2 l \dot{d}_1 \dot{\theta}_2 + m g l c_2 = \tau_2 \quad (42)$$

$$m \left(l^2 \ddot{\theta}_2 - s_2 l \ddot{d}_1 \right) + m g l c_2 = \tau_2 \quad (43)$$

b) Inserting the two equations into the equation given in the exam yields

$$\begin{bmatrix} m & -m l s_2 \\ -m l s_2 & m l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{d}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -m l c_2 \dot{\theta}_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m g l c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

c) The Laplace transform of the equation is

$$J s^2 \Theta(s) + b s \Theta(s) + k \Theta(s) = F(s) \quad (45)$$

The block diagram is shown in Figure 3. The block diagram can be drawn in several ways, and the diagram is just a suggested solution.

d) A PD-controller is given by the equation

$$F(s) = K_p (\Theta_d(s) - \Theta(s)) - K_d s \Theta(s) \quad (46)$$

Inserting the control law into the equation of motion yields

$$J s^2 \Theta(s) + b s \Theta(s) + k \Theta(s) = K_p (\Theta_d(s) - \Theta(s)) - K_d s \Theta(s) \quad (47)$$

Rearranging the above equation yields

$$\Theta(s) = \frac{K_p}{J s^2 + (b + K_d) s + k + K_p} \Theta_d \quad (48)$$

Using $\Theta_d = \frac{D}{s}$ and inserting into the final value theorem yields

$$\lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = s \Theta_d(s) - s \Theta \quad (49)$$

$$= s \frac{D}{s} - s \frac{K_p}{J s^2 + (b + K_d) s + k + K_p} \frac{D}{s} \quad (50)$$

$$= D - \frac{K_p}{J s^2 + (b + K_d) s + k + K_p} D \quad (51)$$

$$= D - \frac{K_p}{k + K_p} \quad (52)$$

$$= \frac{k}{k + K_p} D \quad (53)$$

To remove the steady state error one could use a PID-controller. The integration term will remove the steady state error.

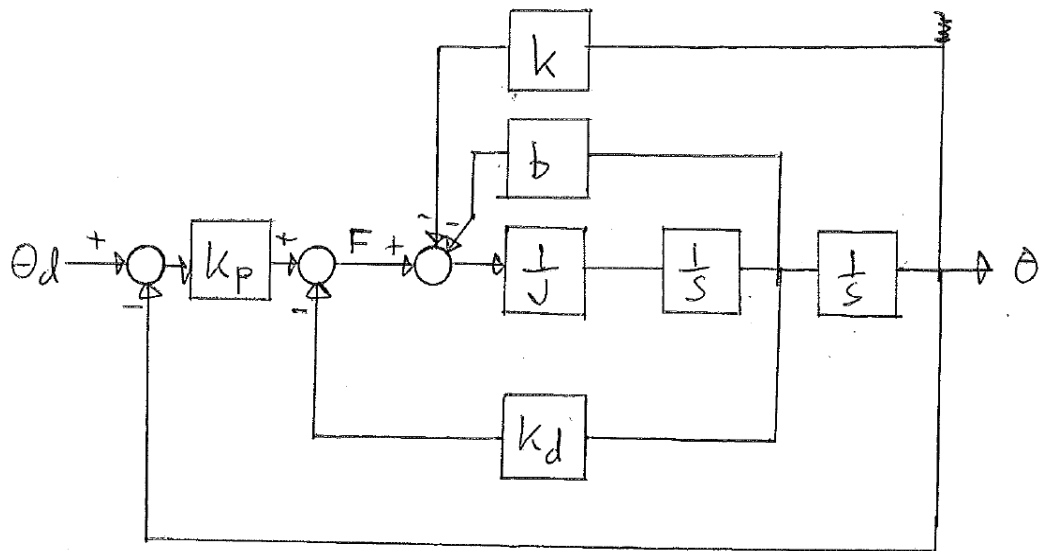


Figure 4: Definition of coordinate frame