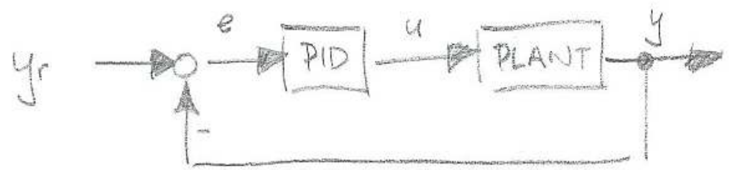
Løsningsforslag INF3480 Vår 2010

Edvard Marum 13/6-10

Oppgave 1

a)



En PID-regulator har som oppgave å få utgangen y av et system 'PLANT' til å følge et referansesignal y_r. Referansen kan være konstant eller tidsvarierende. PID-reguleringen skjer ved at differansen mellom referansen y_r og utgangen y, definert som $e = y_r - y$, sendes til PID-regulatoren. Utgangen av regulatoren kalles u, og sendes som pådrag til systemet. En PID-regulator består av følgende 3 deler:

- P (proporsjonalvirkning): feilsignalet e blir multiplisert med en konstant K_P
- I (integralvirkning): feilsignalet e blir integrert og multiplisert med en konstant K_I
- D (derivatvirkning): feilsignalet e blir derivert og multiplisert med en konstant K_D

Utgangen u er summen av proporsjonal-, integral- og derivatvirkningene.

b), c), d) Se mail fra Ole Jakob.

1b)
- Solutions to a problem is represented as individuals in a population (individuals may e.g. be bit-strings)
- Pick the best individuals from the population
- Perform Recombination/Crossover
- Perform Mutation
- New population

In a robot, a walking pattern can be represented as bit-strings. For instance, an actuator in extended configuration can have value 1, and in contracted configuration it can have value 0. An array of such leg-configurations will represent a walking pattern. The robot uses a genetic algorithm to explore different walking patterns, until it finds a pattern that makes it go forward.

1c)
Haptics. The surgeon does not feel what is goin on in the other end. The DaVinci system has stereovision, which provides depth to the image, but since the surgeon does not feel, it is more difficult to know how hard he is pushing towards the tissue when operating.

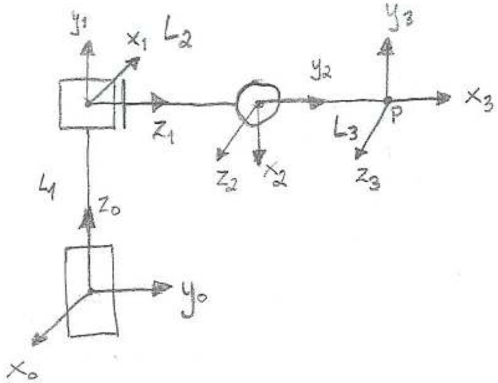
This can be solved by
- Using force sensors (which are currently too large and too expensive)
- Estimating the forces using data from the joints (current research)

1d)
Sensing the world:
Camera / Stereo camera
Contact sensors
Sonar
GPS
Compass
(Where is the robot in the world, and are there any obstacles in the way)

Sensing itself:
Potentiometers
Accelerometers
Gyroscopes
Thermometers
(How fast is it moving?, How's the battery status? How are the joints configured?)

Oppgave 2

a)



b) DH-tabell:

	a_i	α_i	d_i	q_i
1	0	$\frac{\pi}{2}$	L_1	$\pi + q_1^*$
2	0	$\frac{\pi}{2}$	$L_2 + d_2^*$	$-\frac{\pi}{2}$
3	L_3	0	0	$\frac{\pi}{2} + q_3^*$

c) Regner først ut transformasjonsmatrisene A_1, A_2 og A_3:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\pi+q_1) & -\sin(\pi+q_1)\cos(\frac{\pi}{2}) & \sin(\pi+q_1)\sin(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ \sin(\pi+q_1) & \cos(\pi+q_1)\cos(\frac{\pi}{2}) & -\cos(\pi+q_1)\sin(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & \sin(\frac{\pi}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2}) & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(q_1) & 0 & -\sin(q_1) & 0 \\ -\sin(q_1) & 0 & \cos(q_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos(-\frac{\pi}{2}) & -\sin(-\frac{\pi}{2})\cos(\frac{\pi}{2}) & \sin(-\frac{\pi}{2})\sin(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ \sin(-\frac{\pi}{2}) & \cos(-\frac{\pi}{2})\cos(\frac{\pi}{2}) & -\cos(-\frac{\pi}{2})\sin(\frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & \sin(\frac{\pi}{2}) & \cos(\frac{\pi}{2}) & L_2 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_2 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

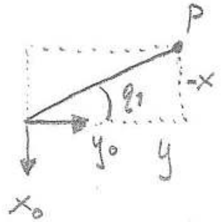
$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}+q_3) & -\sin(\frac{\pi}{2}+q_3)\cos(0) & \sin(\frac{\pi}{2}+q_3)\sin(0) & L_3\cos(\frac{\pi}{2}+q_3) \\ \sin(\frac{\pi}{2}+q_3) & \cos(\frac{\pi}{2}+q_3)\cos(0) & -\cos(\frac{\pi}{2}+q_3)\sin(0) & L_3\sin(\frac{\pi}{2}+q_3) \\ 0 & \sin(0) & \cos(0) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(q_3) & -\cos(q_3) & 0 & -L_3\sin(q_3) \\ \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & L_3\cos(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Total framoverkinematikk:

$$T_3^0 = A_1A_2A_3 = \begin{bmatrix} -\sin(q_1)\cos(q_3) & \sin(q_1)\sin(q_3) & \cos(q_1) & -\sin(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] \\ \cos(q_1)\cos(q_3) & -\cos(q_1)\sin(q_3) & \sin(q_1) & \cos(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & L_1+L_3\sin(q_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

d) La posisjonen til end-effektoren være $p=[x,y,z]^T = \begin{bmatrix} -\sin(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] \\ \cos(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] \\ L_1+L_3\sin(q_1) \end{bmatrix}$.

For å finne q_1 projiserer vi roboten ned i x_0-y_0-planet:



$$q_1 = \text{atan2}(-x, y)$$

Vi kan finne q_3 fra z:

$$q_3 = \sin^{-1}\left(\frac{z-L_1}{L_3}\right)$$

Til slutt kan vi finne d_2 ved å bruke enten x eller y:

Med x: $$d_2 = -\frac{x}{\sin(q_1)} - L_2 - L_3\cos(q_3)$$

Med y: $$d_2 = \frac{y}{\cos(q_1)} - L_2 - L_3\cos(q_3)$$

e) Jacobi-matrisen er definert som

$$\underline{J = [J_1, J_2, J_3]}$$

hvor

$$J_1 = \begin{bmatrix} Z_0 \times (O_3 - O_0) \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

$$Z_0 = [0, 0, 1]^T$$

$$O_3 = [-\sin(q_1)[L_2 + d_2 + L_3\cos(q_3)], \cos(q_1)[L_2 + d_2 + L_3\cos(q_3)], L_1 + L_3\sin(q_3)]^T$$

$$O_0 = [0, 0, 0]^T$$

$$\Rightarrow \quad \underline{J_1 = \begin{bmatrix} -\cos(q_1)[L_2 + d_2 + L_3\cos(q_3)] \\ -\sin(q_1)[L_2 + d_2 + L_3\cos(q_3)] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} Z_1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad Z_1 = [-\sin(q_1), \cos(q_1), 0]^T$$

$$\Rightarrow \quad \underline{J_2 = \begin{bmatrix} -\sin(q_1) \\ \cos(q_1) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} Z_2 \times (O_3 - O_2) \\ Z_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = [\cos(q_1), \sin(q_1), 0]^T$$

$$O_2 = [-\sin(q_1)[L_2 + d_2], \cos(q_1)[L_2 + d_2], L_1]^T$$

$$\Rightarrow \quad \underline{J_3 = \begin{bmatrix} L_3\sin(q_1)\sin(q_3) \\ -L_3\cos(q_1)\sin(q_3) \\ L_3\cos(q_3) \\ \cos(q_1) \\ \sin(q_1) \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Singulariteter oppstår når Jacobi-matrisen mister rang.
Dette skjer for $q_3 = \pm\frac{\pi}{2}$.

Matematisk kan man finne singularitetene ved å løse $\det(J_{11}) = 0$, hvor

$$J_{11} = \begin{bmatrix} -\cos(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] & -\sin(q_1) & L_3\sin(q_1)\sin(q_3) \\ -\sin(q_1)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] & \cos(q_1) & -L_3\cos(q_1)\sin(q_3) \\ 0 & 0 & L_3\cos(q_3) \end{bmatrix}$$

Det gir

$$\det(J_{11}) = -L_3\cos(q_3)[L_2+d_2+L_3\cos(q_3)] = 0$$

$$\Rightarrow L_3\cos(q_3) = 0 \Rightarrow q_3 = \pm\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow L_2+d_2+L_3\cos(q_3) = 0 \Rightarrow d_2 = -L_2 - L_3\cos(q_3)$$

(Dette tilsvarer alle konfigurasjoner hvor end-effektoren p befinner seg langs z_0-aksen. Da er bevegelse inn/ut av papiret umulig.)

Oppgave 3

Først må vi finne transformasjonsmatrisen T_c^U fra U til C.
Frame C relativ til Frame U framkommer i 3 steg, gitt at Frames U og C er sammenfallende i utgangspunktet:

1) Translasjon fra origo av Frame U til (1,3,2) (T_1)
2) Rotasjon 180° om nye z_c (T_2)
3) Rotasjon $\varphi = -\arctan\left(\frac{2}{3}\right)$ om nye x_c (T_3)

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} \cos\pi & -\sin\pi & 0 & 0 \\ \sin\pi & \cos\pi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.83 & 0.55 & 0 \\ 0 & -0.55 & 0.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_c^U = T_1 T_2 T_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.83 & -0.55 & 3 \\ 0 & -0.55 & 0.83 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $T^{c}_{c_1}$: rotasjon 30° om z_c

$T^{U}_{c_1} = T^{U}_{c} T^{c}_{c_1}$, hvor $T^{c}_{c_1} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6} & 0 & 0 \\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $T^{c_1}_{c_2}$: translasjon med en vektor $(1,2,3)$ i Frame C

$T^{U}_{c_2} = T^{U}_{c_1} T^{c_1}_{c_2}$, hvor $T^{c_1}_{c_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

c) $T^{c_2}_{c_3}$: rotasjon 45° om x_M

$T^{U}_{c_3} = T^{U}_{c_2} T^{c_2}_{c_3}$

$T^{c_2}_{c_3}$ finnes i 3 steg:

1) transformasjon fra Frame C til Frame M : $T^{c}_{M} = (T^{M}_{c})^{-1} = (T^{U}_{c})^{-1}$

2) rotasjon 45° om x_M : $T_{45} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\frac{\pi}{4} & -\sin\frac{\pi}{4} & 0 \\ 0 & \sin\frac{\pi}{4} & \cos\frac{\pi}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3) transformasjon fra Frame M til Frame C : T^{M}_{c}

Det vil si : $T^{c_2}_{c_3} = (T^{U}_{c})^{-1} T_{45} T^{U}_{c}$

d) T_{60} : rotasjon 60° om y_U

$T^{U}_{c_4} = T_{60} T^{U}_{c_3}$, hvor

$T_{60} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{3} & 0 & \sin\frac{\pi}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\frac{\pi}{3} & 0 & \cos\frac{\pi}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e) $T^{U}_{M_4} = T^{U}_{c_4} (T^{U}_{c})^{-1}$

Oppgave 4

Roboten har følgende konfigurasjon:

$$T_E^U = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 10 \\ 0.612 & 0.436 & -0.660 & 5 \\ -0.61 & 0.789 & -0.047 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

For å finne konfigurasjonen T_{COM}^U fra Frame U til massesenteret til loddet på end-effektoren, multipliserer vi T_E^U med T_{COM}^E, hvor

$$T_{COM}^E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Det gir

$$T_{COM}^U = T_E^U T_{COM}^E = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 10 \\ 0.612 & 0.436 & -0.660 & 4.967 \\ -0.61 & 0.789 & -0.047 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

P_{UCOM}

Kraften som må utlignes i Frame U er $F_{COM} = [0, 0, -9.8 \cdot 20, 0, 0, 0]^T$, hvis vi ser bort fra rotasjonen mellom Frame U og COM (det er kun avstanden som teller her). Da er den ekvivalente kraften F_U, som måles av sensoren, gitt ved

$$F_U = Ad_{T_{COM}^U}^T F_{COM} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \hat{p}_{UCOM} & I \end{bmatrix} F_{COM} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 4.967 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & -10 & 0 & 1 & 0 \\ -4.967 & 10 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -196 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -196 \\ -974 \\ 1960 \\ 0 \end{bmatrix}}}$$

(Dette er den tungvinne måten å gjøre det på...)

Oppgave 5

1. Link 1 : Kinetisk energi : $K_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{d}_1^2$

Potensiell energi : $P_1 = m_1 g d_1$

Link 2 : Kinetisk energi : $K_2 = \frac{1}{2} m_2 \|\dot{p}\|^2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2 + \sqrt{2}\, \dot{d}_1 \dot{d}_2 \right)$

Potensiell energi : $P_2 = m_2 g \left(d_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, d_2 \right)$

$$p = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}\, d_2 \\ d_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, d_2 \end{bmatrix}$$

$$\|\dot{p}\|^2 = \dot{p}^T \dot{p} = \left[\tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, \dot{d}_2 \,,\ \dot{d}_1 + \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\, \dot{d}_2 \right] \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}\, \dot{d}_2 \\ \dot{d}_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, \dot{d}_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \dot{d}_2^2 + \dot{d}_1^2 + \sqrt{2}\, \dot{d}_1 \dot{d}_2 + \frac{1}{2} \dot{d}_2^2$$

$$= \dot{d}_1^2 + \dot{d}_2^2 + \sqrt{2}\, \dot{d}_1 \dot{d}_2$$

2. Lagrange-funksjonen er gitt ved

$$L = K_1 + K_2 - P_1 - P_2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \dot{d}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{d}_2^2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \dot{d}_1 \dot{d}_2 - (m_1 + m_2) g d_1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 g d_2$$

Den dynamiske ligningen er gitt ved

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i$$

Det gir

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_1} = (m_1 + m_2) \dot{d}_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \dot{d}_2 \ , \ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{d}_1} = (m_1 + m_2) \ddot{d}_1 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \ddot{d}_2 \ , \ \frac{\partial L}{\partial d_1} = -(m_1 + m_2) g$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{d}_2} = m_2 \dot{d}_2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \dot{d}_1 \ , \ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{d}_2} = m_2 \ddot{d}_2 + \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \ddot{d}_1 \ , \ \frac{\partial L}{\partial d_2} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 g$$

$$\Rightarrow D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \ , \ D = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 & m_2 \end{bmatrix} , \ C = 0 \ , \ G = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) g \\ \frac{1}{2}\sqrt{2}\, m_2 g \end{bmatrix}$$