

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: INF4380 - Introduksjon til Robotteknologi

Eksamensdag: 31 mai, 2017

Tid for eksamen: 14:30, 4 timer

Oppgavesettet er på 7 sider + 3 sider appendiks

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler:

- Spong, Hutchinson and Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*, 2005
- Karl Rottman, *Matematisk formelsamling* (alle utgaver)
- Godkjent kalkulator

*Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.*

Oppgave 1 (20 %)

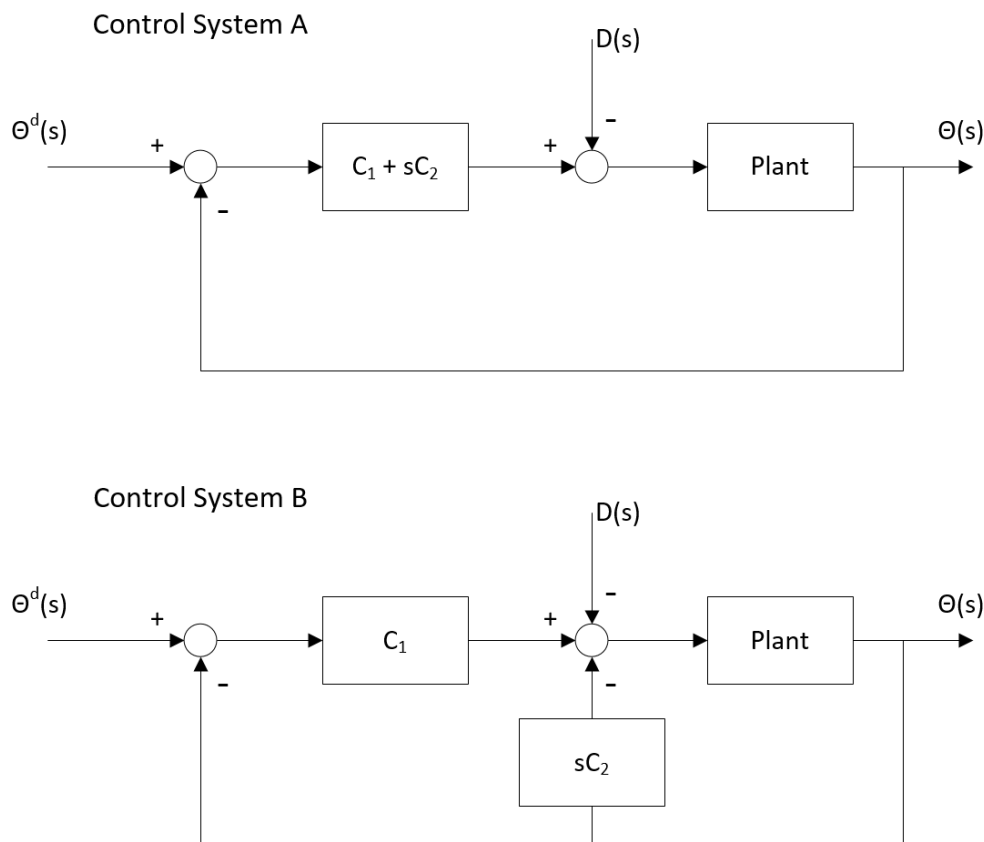


Figure 1: Control Systems

- a) (5 %) Figur 1 viser to "set-point tracking" kontrollsystemer, som i praksis gjør det samme. Finn transferfunksjonen (overføringsfunksjonen) til regulatoren $U_a(s)$ i styresystemet A, og $U_b(s)$ i styresystem B, og bruk disse til å vise at det er mulig å tegne opp regulatorene på begge måter. Bruk kunnskapen du har om de ulike komponentene av en PID regulator til å trekke en logisk konklusjon basert på ditt algebraiske resultat.
- b) (5 %) For et kamera med fokallengde $\lambda=10$, finn koordinatene i bildeplanet for følgende fysiske 3D punkter $P(x,y,z)$ gitt i kameraets koordinatsystem:
1. (25, 25, 50)
 2. (-25, -25, 50)
 3. (20, 5, -50)
 4. (15, 10, 25)
 5. (0,0,50)
 6. (0,0,100)

Tegn opp en illustrasjon av "Perspective projection", og indiker om noen av 3D punktene over ikke vil vises i det fysiske kameraet. Vis og forklar hvorfor utifra illustrasjonen.

- c) (5 %) Hva menes med et kameras "Extrinsic" og "Intrinsic" parameter? Forklar den fundamentale forskjellen mellom disse to settene av parametere. Hva kalles prosessen som utføres for å finne disse parameterene til et kamera?
- d) (5 %) Hva er "first- and second order moments" til et object? Hvorfor er disse parameterene nyttige hvis du skal lage et "visual servo" system hvor roboten skal manipulere objektene?

Oppgave 2 (45 %)

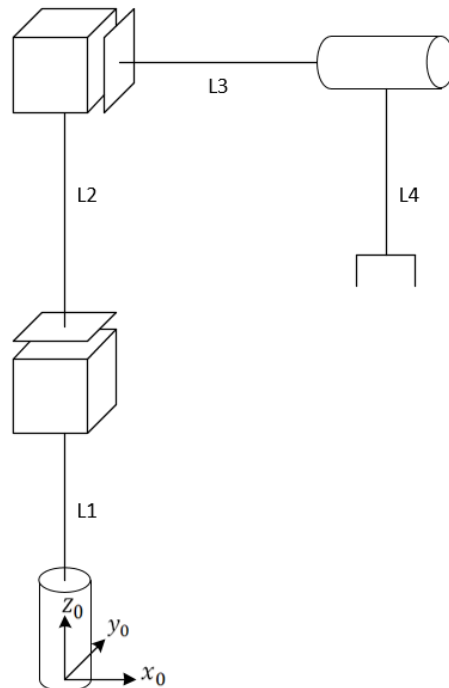


Figure 2: Robot

Figur 2 viser robotkonfigurasjonen som skal benyttes i oppgaven. I utgangsposisjon, vist i Figur 2, roterer det første rotasjonsleddet omkring Z_0 akse, det første prismaticke leddet beveger seg langs Z_0 akse og det andre prismaticke leddet beveger seg vinkelrett på Z_0 akse (langs X_0), det andre rotasjonsleddet (ledd 4) roterer omkring en akse som er parallel med X_0 i denne utgangsposisjonen. L_1 , L_2 , L_3 and L_4 er gitte lengder. Det første rotasjonsleddet er plassert i basen til roboten med nullposisjon som vist i figuren.

- (10 %) Angi koordinatsystemene på roboten i figur 2 ved å bruke Denavit-Hertenberg konvensjonen. Sett opp Denavit-Hertenberg parametrene til dette systemet i en tabell.
- (5 %) Utled foroverkinematikken til roboten fra basekoordinatsystemet til verktøykoordinatsystemet i enden av roboten.
- (10 %) Utled Jacobian (hastighetskinematikken) for roboten.
- (10 %) Forutsett at du kjenner leddvinkelen til første rotasjonsledd. Utled inverskinematikken for roboten, ved å bruke det faktum at du allerede kjenner vinkelen til det første rotasjonsleddet.
- (5 %) Hvordan vil du gå frem for å finne de singulære punktene til roboten? Hva er forskjellen mellom "work space" og "joint space" singulariteter? Nevn ulike konsekvenser ved hver av dem.

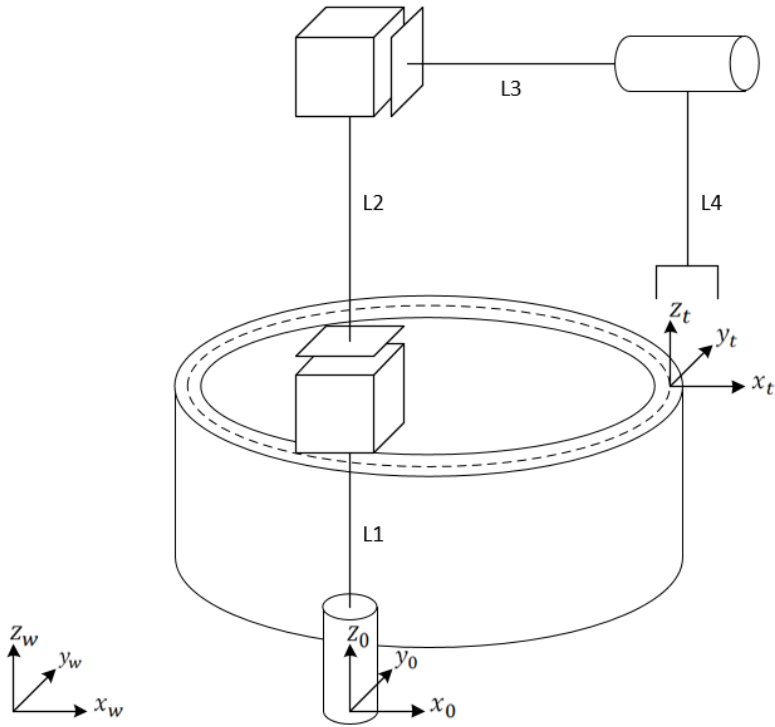


Figure 3: Robot in a welding station

- f) (5 %) Vi skal nå anvende roboten vår i en virkelig anvendelse. Omgivelsene som roboten skal operere i er vist i figur 3. Et sveiseverktøy er festet til endestykket til roboten, og roboten skal sveise sammen to rør ved å starte i $(0,0,0)$ i "target" (t) koordinatsystemet. Target koordinatsystemet er lokalisert i $P_t^W = (x,y,z)$. Robotens basekoordinatsystem er lokalisert i $P_b^W = (x,y,z)$. Finn leddkonfigurasjonen som plasserer arbeidspunktet på sveiseverktøyet TCP (Tool Center Point, i enden av verktøyet/"end effector") i $(0,0,0)$ i "target" koordinatsystemet. Beskriv fremgangsmåten din grundig.

Oppgave 3 (15 %)

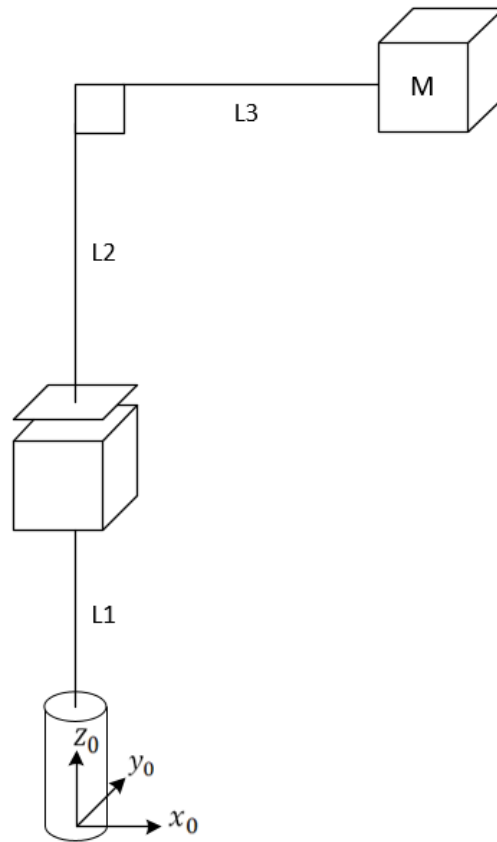


Figure 4: Simplified robot

Figur 4 viser en robot med to frihetsgrader. Dette er en forenkling av roboten i oppgave 2. Anta at den eneste massen er en punktmasse M ved verktøyet til roboten. Vi vil ikke ta høyde for de dynamiske kreftene generert av systemets treghetsmoment.

- (10 %) Finn Lagrangian \mathcal{L} for robotsystemet i figur 4.
- (5 %) Utled de dynamiske ligningene for roboten ved bruk av Euler-Lagrange metoden. Uttrykk Euler-Lagrange likningene på formen $M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$

Oppgave 4 (20 %)

Vi har systemet $J\ddot{\theta}(t) + B\dot{\theta}(t) + K\theta(t) = \tau$. Ved å anvende Laplacetransformasjon på dette systemet får vi $J s^2 \theta(s) + B s \theta(s) + K \theta(s) = \tau$.

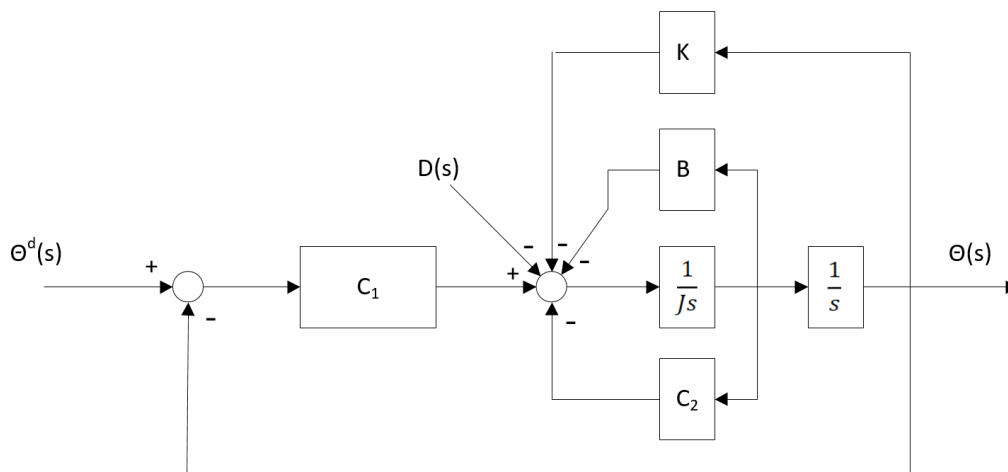


Figure 5: Control system

- (2.5 %) Figur 5 viser systemet med regulator i Laplacedomenet. Hva kalles regulatoren som er anvendt her?
- (10 %) Hvis vi videreutvikler regulatoren i figur 5, hvordan kan vi fjerne "steady state error" og fortsatt ha et raskt responsivt system som reagerer i henhold til endringshastigheten på prosessverdiene? Hva kaller vi den nye regulatoren? Finn lukket sløyfe transfer funksjon mellom inputverdi ($\Theta^d(s)$ - ønsket vinkel) og outputverdi ($\Theta(s)$ - faktisk/målt vinkel) for systemet med denne nye forbedrede regulatoren. Bruk sluttverditeoremet og finn "steady state error" for lukket sløyfe systemet med den nye forbedrede regulatoren, når både ønsket vinkel $\Theta^d(s)$ og forstyrrelse $D(s)$ er "step inputs". Kommenter resultatet.
- (2.5 %) Generelt, hvordan ville du gå frem for å analysere stabiliteten til et styresystem som systemet i deloppgave a)? Hva skal til for å ha et stabilt system?
- (5 %) Vi analyserer stegresponsen ("step response") til et lukket sløyfe system;

$$s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad (1)$$

Dette er et underdempet andreordens system ($\zeta < 1$) som gir oss rask respons, men dessverre oscillasjoner, se figur 6.

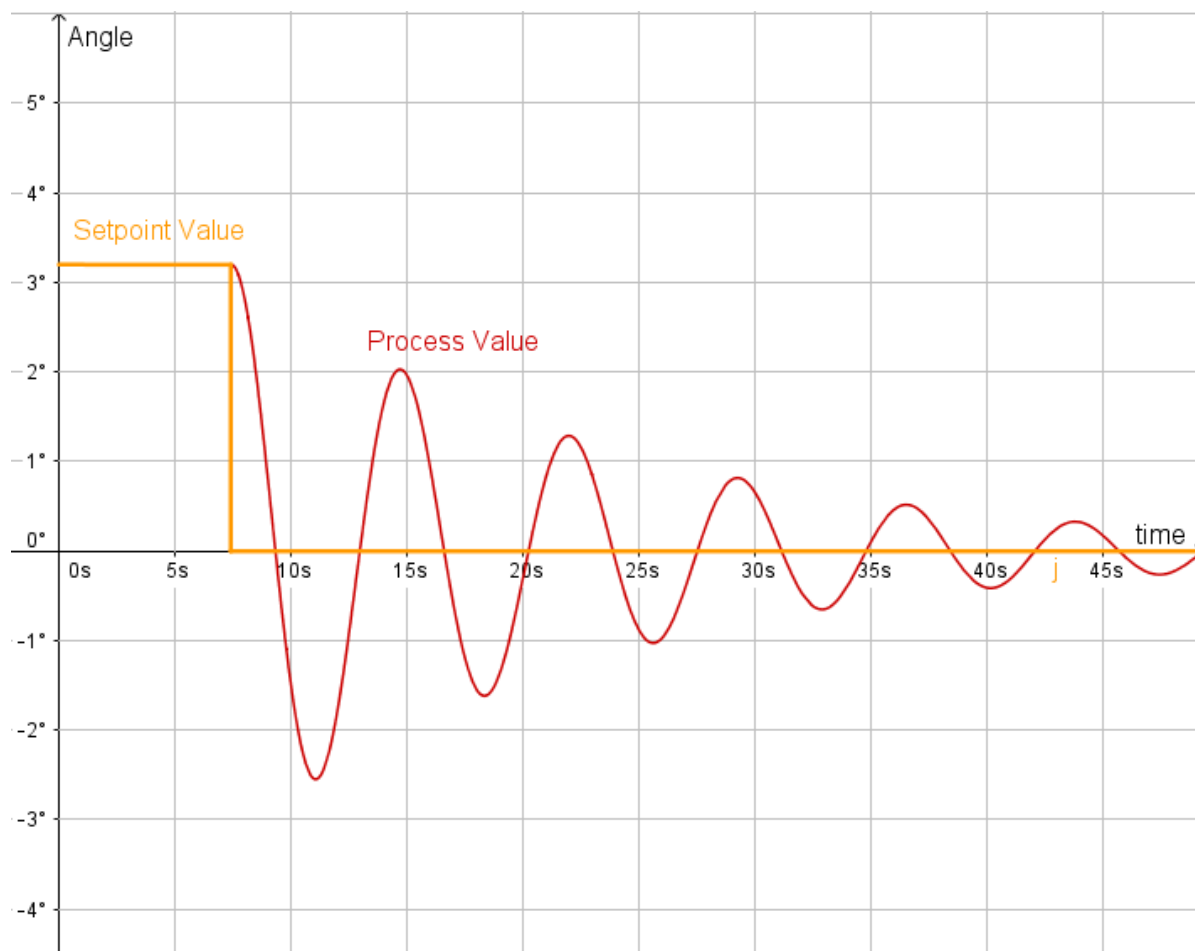
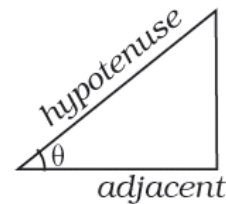
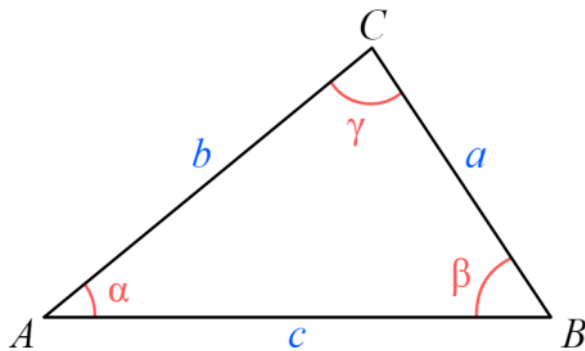


Figure 6: Under damped system

Her er dempningen ("damping ratio") $\zeta < 1$. Prosessen vår kan ikke tolerere oscillasjoner, men vi ønsker et raskest mulig system. Hva kaller vi et slikt ønsket system, og hva vil verdien til ζ være da?

Rules & Formulas INF3480/INF4380

23. januar 2017 16:46



$$\sin \theta = \frac{o}{h}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{h}$$

$$\tan \theta = \frac{o}{a}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\text{radians} = \text{degrees} \times \frac{\pi}{180}$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

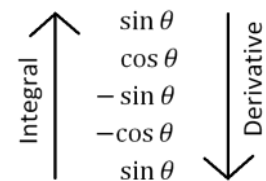
$$\sin(-u) = -\sin u \quad \cos(-u) = \cos u$$

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos(2u)}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{1 + \cos(2u)}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \\ &= 2 \cos^2 \theta - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \theta \\ &= \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \end{aligned}$$



$$\sin(u + v) = \sin u \cos v + \cos u \sin v$$

$$\cos(u + v) = \cos u \cos v - \sin u \sin v$$

$$\tan(u + v) = \frac{\tan u + \tan v}{1 - \tan u \tan v}$$

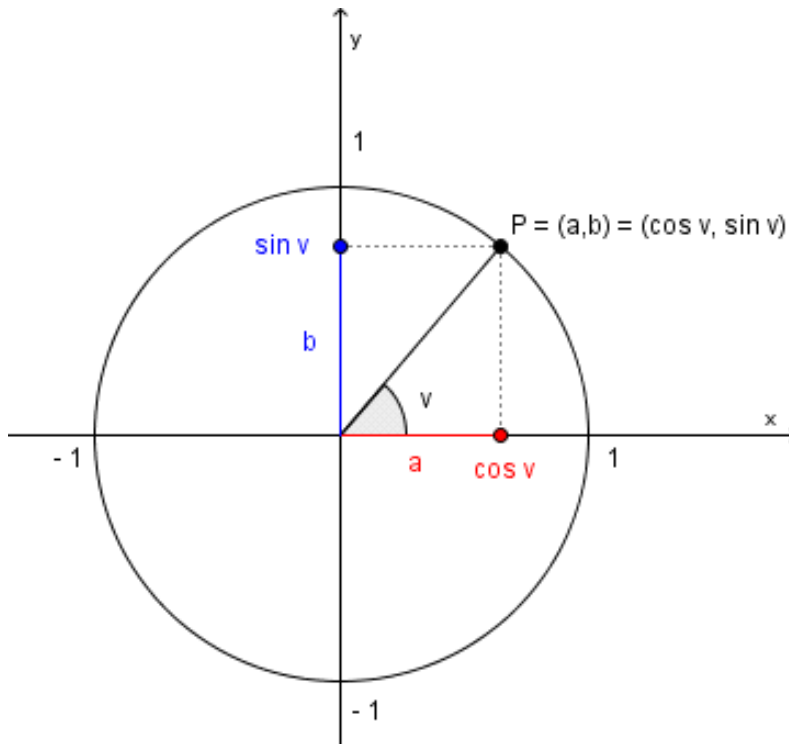
$$\sin(u - v) = \sin u \cos v - \cos u \sin v$$

$$\cos(u - v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$$

$$\tan(u - v) = \frac{\tan u - \tan v}{1 + \tan u \tan v}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \quad \cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\begin{aligned} \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= \frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \end{aligned}$$

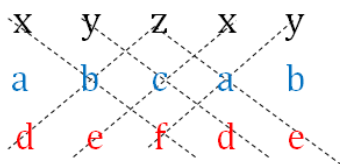


$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

$$\text{atan2}(y, x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{if } x > 0, \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y \geq 0, \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \pi & \text{if } x < 0 \text{ and } y < 0, \\ +\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y > 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{if } x = 0 \text{ and } y < 0, \\ \text{undefined} & \text{if } x = 0 \text{ and } y = 0. \end{cases}$$

Deg	0	30	45	60	90
Rad	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sin	0	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
Cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	0
Tan	0	$\sqrt{3}^{-1}$	$\sqrt{3}^0$	$\sqrt{3}^1$	Not defined

$$A = [a, b, c] \quad B = [d, e, f]$$



$$A \times B = [(bf - ce), (cd - af), (ae - bd)]$$

Consider the matrices

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplying gives

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}, \quad BA = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

Thus, $AB \neq BA$.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \end{bmatrix}$$

$3 \times 2 \times 2 \times 5 = 3 \times 5$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix}$$

A B C

A, B and C are square matrices of size $N \times N$
 a, b, c and d are submatrices of A, of size $N/2 \times N/2$
 e, f, g and h are submatrices of B, of size $N/2 \times N/2$

Time domain	Laplace domain	Time domain	Laplace domain
$x(t)$	$x(s) = L\{x(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} x(t) dt$	$x(t - \alpha)H(t - \alpha)$	$e^{-as}x(s)$
$\dot{x}(t)$	$sx(s) - x(0)$	$e^{-at}x(t)$	$x(s + a)$
$\ddot{x}(t)$	$s^2x(s) - sx(0) - \dot{x}(0)$	$x(at)$	$\frac{1}{a}x\left(\frac{s}{a}\right)$
Ct	$\frac{C}{s^2}$	$C\delta(t)$	C
step	$\frac{1}{s}$		
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$		
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$		