

Kontekstfrie grammatikker og syntaksanalyse (parsering)

Kap. 3, 4 og 5 i Louden

Kan også lese om dette i notat delvis brukt i INF 3/4110
Se kursets hjemmeside: Pensum/læringskrav

1. februar 2007

Stein Krogdahl

Ifi, UiO

Forelesninger fremover:

Tirsdag 6. februar: Vanlig forelesning

Torsdag 8. februar: Ikke forelesning

Tirsdag 13. februar: Vanlig forelesning



Om Stein Krogdahl

Utdannet:

Ved UiO, Cand.Real. 1973

I "Databehandling", som da lå under Matematisk Institutt

Har vært ved:

Universitetet i Tromsø (1973 – 78)

Norsk Regnesentral (1978 – 82)

Laget Simula-kompilator med Birger M-P

Universitetet i Oslo, Ifi (1982 – nå)

Har drevet med

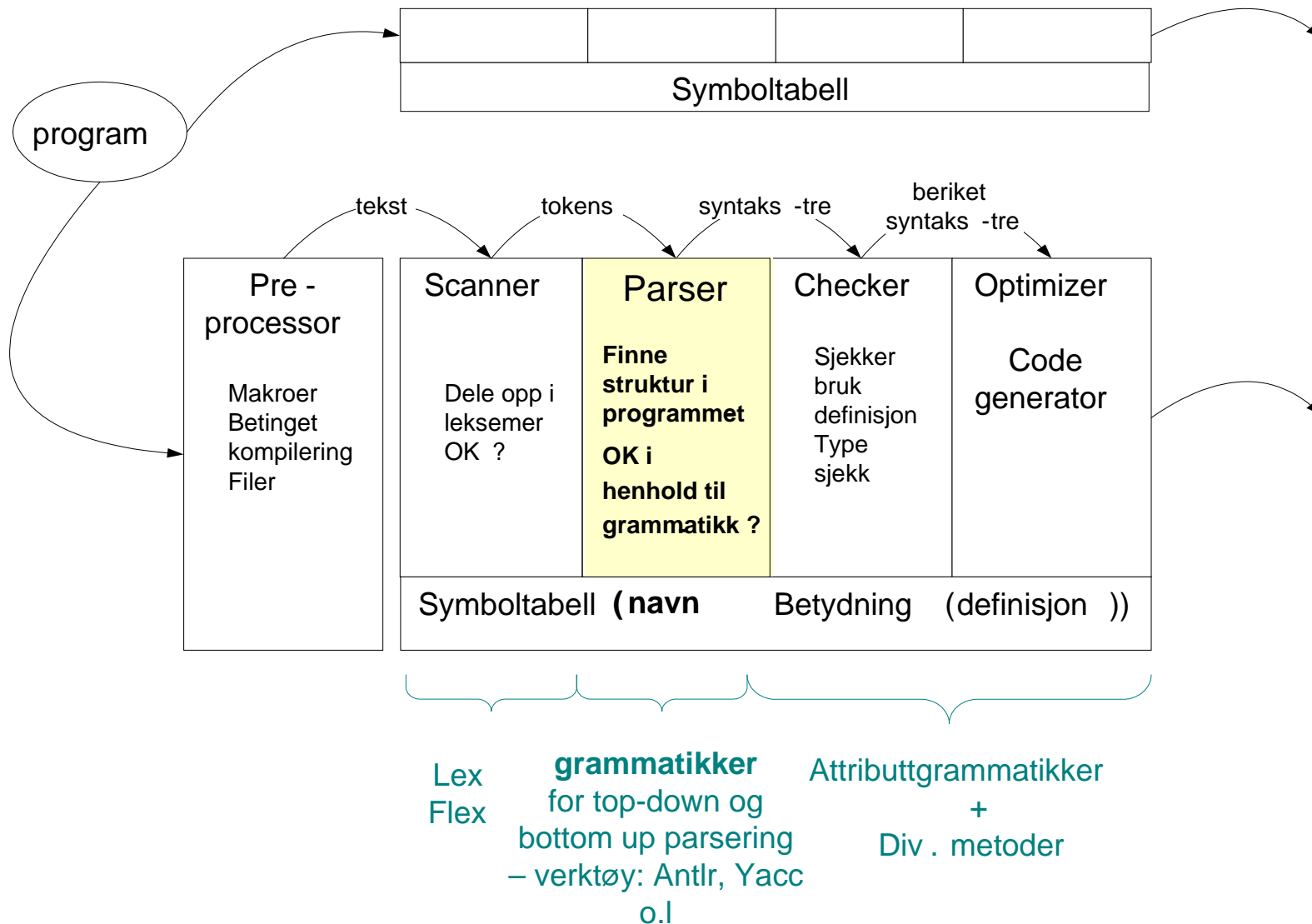
Kombinatoriske algoritmer

Verifikasjon av programmer (av mer intuitiv art)

Programmeringsspråk: Design og implementasjon

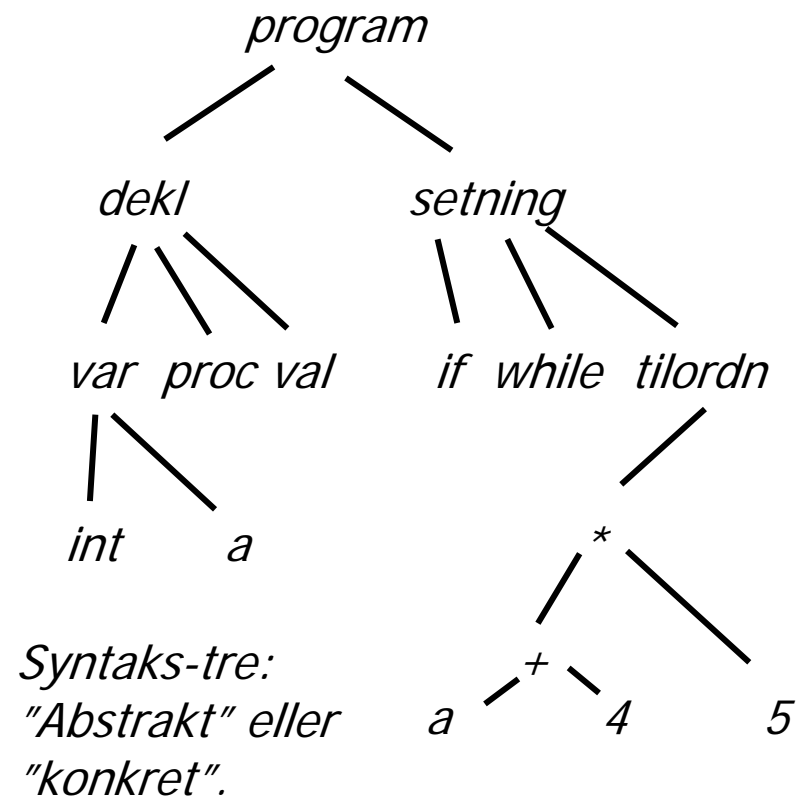
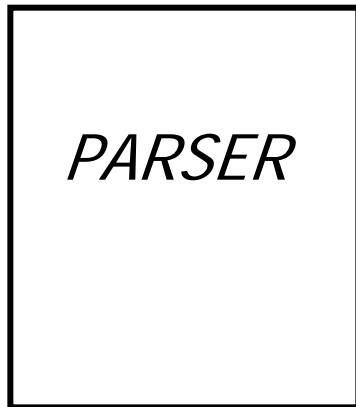
Nå: Mest SWAT-prosjektet.

Hvor er vi nå - kap. 3, 4 og 5:



Forenklet skisse av hva en parser gjør

→
Sekvens av
Token
(leksemer) fra
scanner



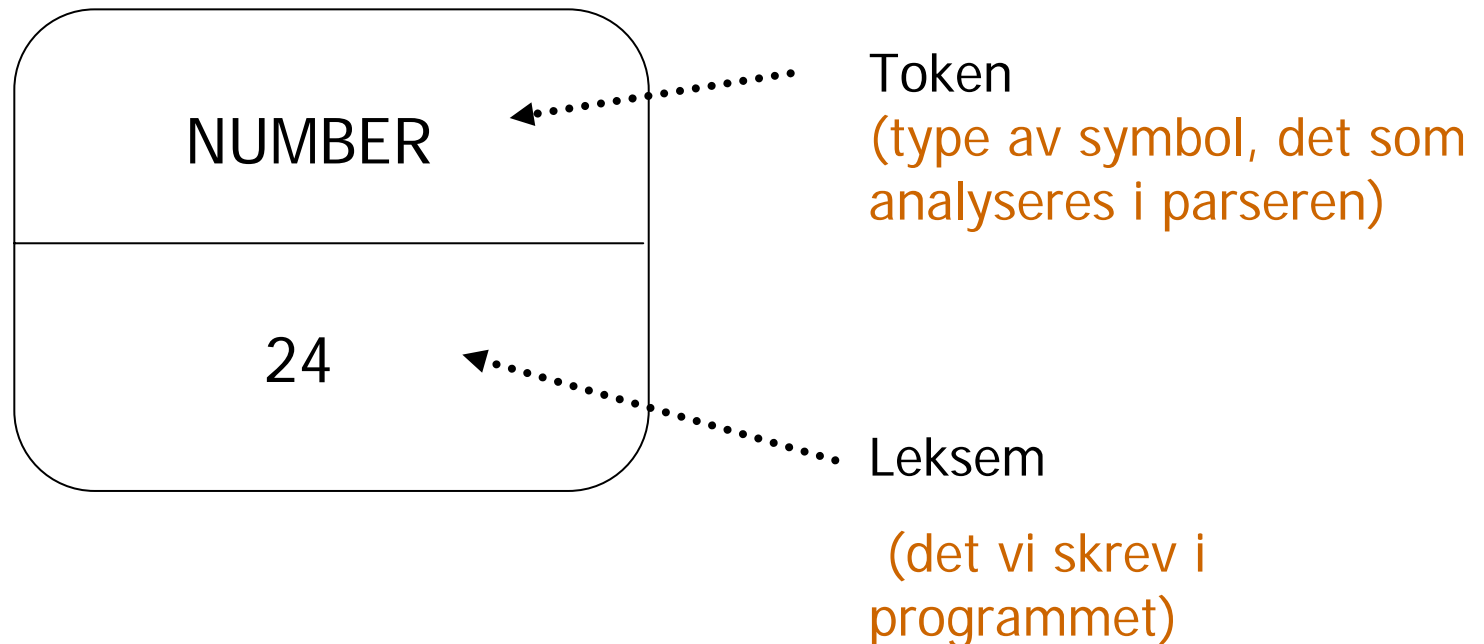


Oversikt – kap 3 (grunnleggende om grammatikker)

- Hva er en grammatikk
- Vi kommer til å lære flere (mange) typer grammatikk
 - hvorfor ?
- Kontekstfrie grammatikker
- Parserings-trær og abstrakte syntaks-trær
- Tvetydige grammatikker
- Utvidet notasjon: EBNF og syntaksdiagrammer
- Eksempel
 - Tiny

Hva får vi fra scanneren

En sekvens av slike:



- Av og til vil vi gi eksempler med token og av og til med leksem.
- Ofte kalles også det hele for et token,
- I forbindelse med parsering kalles det også et "terminalsymbol" (eller bare et symbol)



Hva er en grammatikk

- En grammatikk bruker et alfabet
 - Ofte det vi kan taste inn fra tastaturet
 - Her: Mengden av token-typer som kommer fra scanneren
- En grammatikk består av noen **symboler** = sammensetninger av tegn fra alfabetet:
 - **Terminal-symboler** - slike vi bruker når vi programmerer
Dvs. for parseren er det slike tokens/leksemer vi får fra skanneren:
 - int, TALL, if , VARIABEL,
 - **Ikke-terminalsymboler** - begreper vi bruker i grammatikken):
 - WHILE-setning, TILORDNING, KLASSEDEKL, UTTRYKK...
 - Startsymbolet : Lovlige setninger er utledet fra dette.
 - **Meta-symboler**- slike hjelpesymboler/tegn vi bruker for å sette opp reglene:
- En grammatikk spesifiserer via regler lovlige sammensettinger av terminal- og ikke-terminalsymboler:

```
<exp> ::= <exp> <op> <exp> | ( <exp> ) | NUMBER  
<op> ::= + | - | *
```



Grammatikk - eksempel

- Grammatikken:

```
<exp> ::= <exp> <op> <exp> | ( <exp> ) | NUMBER  
<op> ::= + | - | *
```

- Metasymboler: ::=, <, >, |
- Ikke-terminaler: exp, op
- Terminaler : NUMBER, (,), *, +, -

::= 'leses som:' kan bestå av
| 'betyr' eller



Rollen til en grammatikk, semantikk og syntaks

- En grammatikk definerer *visse sider* av et språk – **syntaksen** (form-reglene)
 - Gjelder naturlige språk (tysk,..., norsk)
 - Gjelder alle kunstige språk som programmeringsspråk
 - Ikke alle de setningene vi kan lage i grammatikken, gir mening
- **Semantikken** (meningen) med de ulike delene spesifiseres separat – se kap.6.
- En grammatikk definerer regler for rekkefølgen av terminalsymboler som er lovlige setninger (programmer) i språket
 - Med en grammatikk kan man lage (avlede) mange, oftest uendelig mange, programmer
 - Selv om et program er riktige etter grammatikken, vil det ofte ikke tilfredsstillende andre ("statisk semantiske") regler for et riktig program.
 - Eksempel: `int i = true;`



Hvorfor ikke bare én (stor) grammatikk?

- Kunne vi ikke laget en (stor) grammatikk som sa 'alt' om språket
 - F.eks. det som tas av skanneren: hvordan tall, variable etc. er definert
 - Som sa at det skal være samme type på hver side av en tilordning
- Vi bruker ikke grammatikker til å spesifiserer 'alt' ved språket, fordi:
 - En slik grammatikk ville i det minste bli 'uhåndterlig stor'
 - Faktisk umulig å formulere visse aspekter ved programmeringsspråk ved den typen grammatikker vi bruker
 - F.eks. at alle variable er deklarerert
 - mye greiere å ta:
 - enkle ting i skanneren,
 - setningsformen i parseren
 - mer kompliserte krav i semantikk-sjekkeren
 - jfr. samlebåndsproduksjon av biler (bilen lages i flere steg)
- Må ofte jobbe med hvordan vi formulerer en grammatikk for at den skal gi en god/riktig parser
 - flere måter å formulere grammatikken for et språk



Kontekstfrie grammatikker, BNF notasjon med variasjoner

- Bokas vanlige notasjon

$$\text{exp} \rightarrow \text{exp op exp} \mid (\text{exp}) \mid \text{number}$$
$$\text{op} \rightarrow + \mid - \mid *$$

- En tradisjonell måte (Algol 60 rapporten)

$$\langle \text{exp} \rangle ::= \langle \text{exp} \rangle \langle \text{op} \rangle \langle \text{exp} \rangle \mid (\langle \text{exp} \rangle) \mid \text{NUMBER}$$
$$\langle \text{op} \rangle ::= + \mid - \mid *$$

- Litt utvidet BNF

$$\text{exp} \rightarrow \text{exp} ("+" \mid "-" \mid "*") \text{exp} \mid "(\text{exp})" \mid \text{number}$$



Flere måter å skrive den samme grammatikken

- Regnes som den mest basale:

$$exp \rightarrow exp \ op \ exp$$
$$exp \rightarrow (\ exp \)$$
$$exp \rightarrow \mathbf{number}$$
$$op \rightarrow +$$
$$op \rightarrow -$$
$$op \rightarrow *$$

- Kortest mulig

$$E \rightarrow E \ O \ E \mid (\ E \) \mid \mathbf{n}$$
$$O \rightarrow + \mid - \mid *$$

Avledning (venstrevledning)

av: (number - number) * number

$exp \rightarrow exp\ op\ exp$
$exp \rightarrow (exp)$
$exp \rightarrow \mathbf{number}$
$op \rightarrow +$
$op \rightarrow -$
$op \rightarrow *$

Startsymbol

Produksjon (regel) brukt

- | | |
|---|-------------------------------------|
| (1) $exp \Rightarrow exp\ op\ exp$ | $[exp \rightarrow exp\ op\ exp]$ |
| (2) $\Rightarrow (exp)\ op\ exp$ | $[exp \rightarrow (exp)]$ |
| (3) $\Rightarrow (exp\ op\ exp)\ op\ exp$ | $[exp \rightarrow exp\ op\ exp]$ |
| (4) $\Rightarrow (\mathbf{number}\ op\ exp)\ op\ exp$ | $[exp \rightarrow \mathbf{number}]$ |
| (5) $\Rightarrow (\mathbf{number} - exp)\ op\ exp$ | $[op \rightarrow -]$ |
| (6) $\Rightarrow (\mathbf{number} - \mathbf{number})\ op\ exp$ | $[exp \rightarrow \mathbf{number}]$ |
| (7) $\Rightarrow (\mathbf{number} - \mathbf{number}) * exp$ | $[op \rightarrow *]$ |
| (8) $\Rightarrow (\mathbf{number} - \mathbf{number}) * \mathbf{number}$ | $[exp \rightarrow \mathbf{number}]$ |

Vestrevledning = avleder med terminaler fra venstre
Ferdig når det bare er terminalsymboler

$$L(G) = \{ s \mid exp \Rightarrow^* s \}$$

↑
grammatikk

↑
streng med bare terminal-symboler

Avledning (høyreavledning)

av: (number – number) * number

$exp \rightarrow exp\ op\ exp$
$exp \rightarrow (exp)$
$exp \rightarrow \mathbf{number}$
$op \rightarrow +$
$op \rightarrow -$
$op \rightarrow *$

Startsymbol

Produksjon brukt

(1) $exp \Rightarrow exp\ op\ exp$	$[exp \rightarrow exp\ op\ exp]$
(2) $\Rightarrow exp\ op\ \mathbf{number}$	$[exp \rightarrow \mathbf{number}]$
(3) $\Rightarrow exp\ * \mathbf{number}$	$[op \rightarrow *]$
(4) $\Rightarrow (exp) * \mathbf{number}$	$[exp \rightarrow (exp)]$
(5) $\Rightarrow (exp\ op\ exp) * \mathbf{number}$	$[exp \rightarrow exp\ op\ exp]$
(6) $\Rightarrow (exp\ op\ \mathbf{number}) * \mathbf{number}$	$[exp \rightarrow \mathbf{number}]$
(7) $\Rightarrow (exp - \mathbf{number}) * \mathbf{number}$	$[op \rightarrow -]$
(8) $\Rightarrow (\mathbf{number} - \mathbf{number}) * \mathbf{number}$	$[exp \rightarrow \mathbf{number}]$

*Høyreavledning = avleder med terminaler fra høyre
Ferdig når det bare er terminalsymboler*

Det finnes også mange andre rekkefølger å avlede en setning fra en grammatikk



Opplagte krav til en grammatikk

Alle ikke-terminaler:

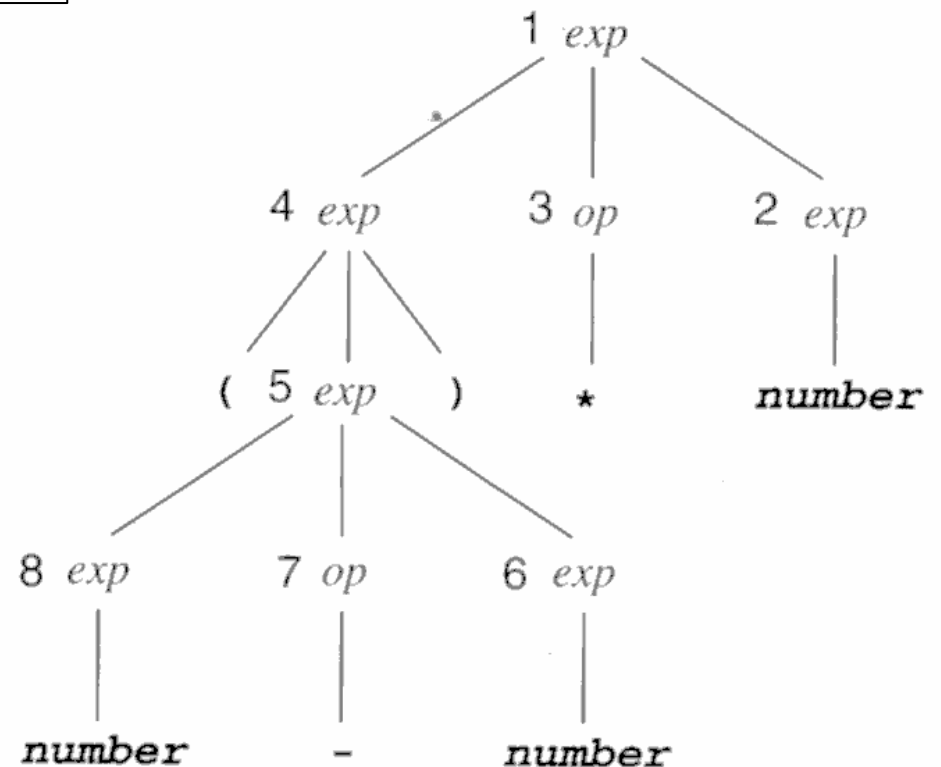
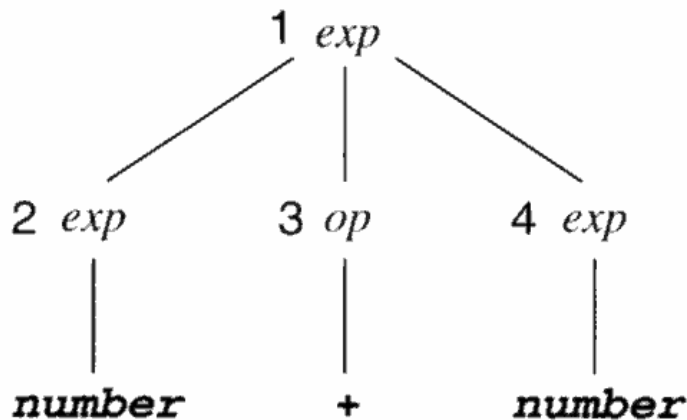
- Må kunne inngå i en streng avledet fra startsymbolet
 - Må kunne avledes videre til noe som bare inneholder terminal-symboler
 - Eks:
 - $A \rightarrow Bx$
 - $B \rightarrow Ay$
 - $C \rightarrow z$
 - Kan aldri avlede fra A til bare terminalsymboler
 - C kan ikke inngå i noen streng avledet fra A
- Altså en håpløs grammatikk

Parserings-tre (konkret syntaks-tre)

- (1) $exp \Rightarrow exp \ op \ exp$
- (2) $\Rightarrow \mathbf{number} \ op \ exp$
- (3) $\Rightarrow \mathbf{number} \ + \ exp$
- (4) $\Rightarrow \mathbf{number} \ + \ \mathbf{number}$

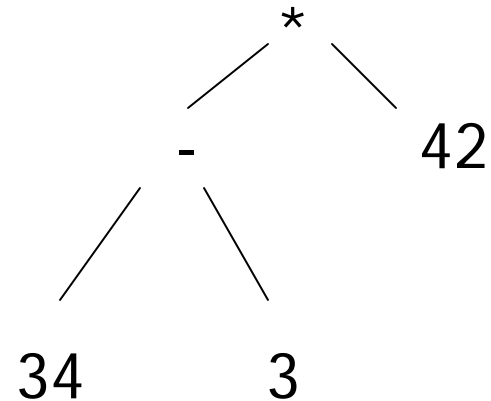
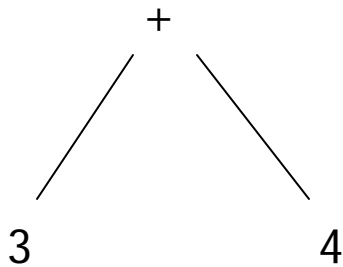
- Representasjon som er uavhengig av avledningsrekkefølgen

- Tallene angir høyre/avledning
- Ser vi bort fra tallene, gir alle avlednings/rekkefølger det samme treet





(Abstrakt) syntakstre – forlengs polsk notasjon
- “fra tre til fil-format” – det vi egentlig trenger videre



*Prefix-form av treet for $(34-3)*42$: (“veltet til venstre” – prefiks traversering – først noden, så venstre sub-tre, så høyre sub-tre):*

$OpExp(Times, OpExp(Minus, Const(34), Const(3)), Const(42))$

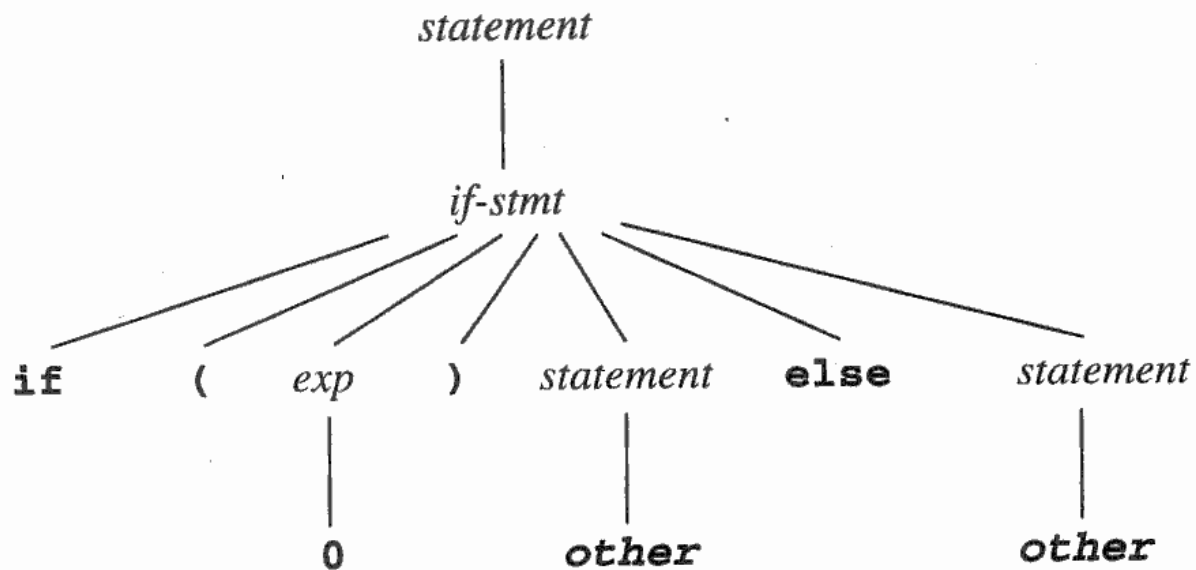
Flere parserings-trær

G1:

$$\begin{aligned} \text{statement} &\rightarrow \text{if-stmt} \mid \mathbf{other} \\ \text{if-stmt} &\rightarrow \mathbf{if} (\text{exp}) \text{statement} \\ &\quad \mid \mathbf{if} (\text{exp}) \text{statement} \mathbf{else} \text{statement} \\ \text{exp} &\rightarrow \mathbf{0} \mid \mathbf{1} \end{aligned}$$

Setning:

if (0) other else other



En annen grammatikk G2 for if-setninger

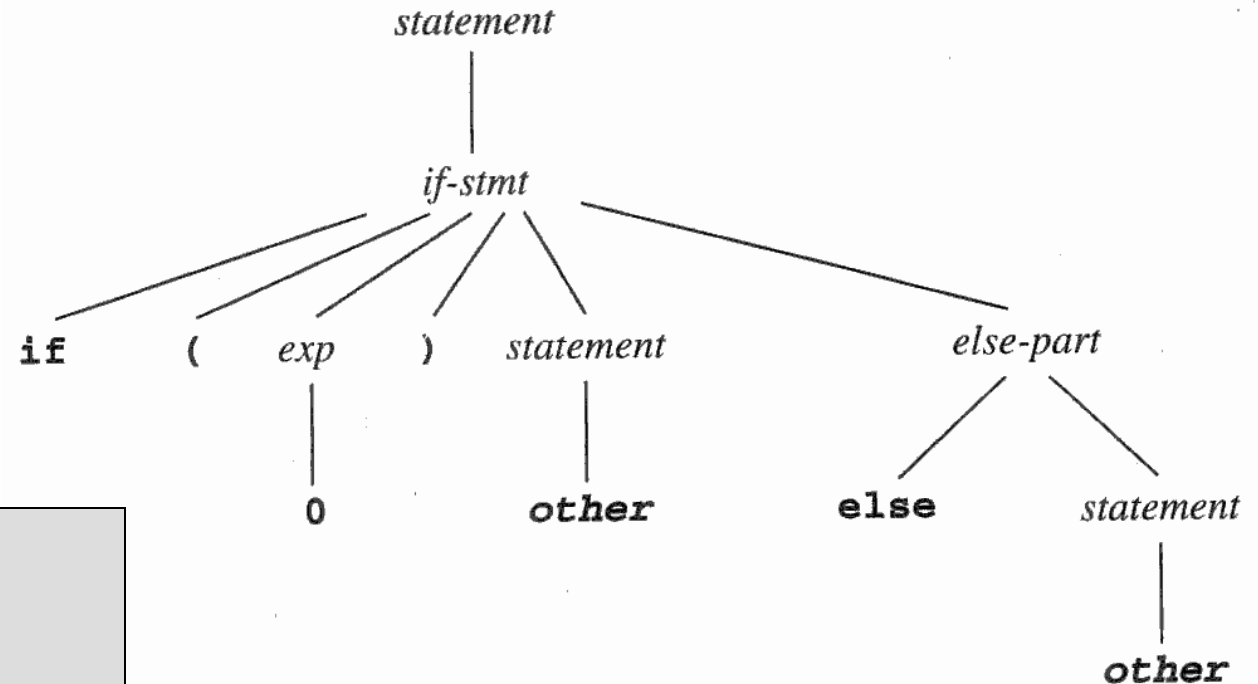
G2:

$statement \rightarrow if-stmt \mid \mathbf{other}$

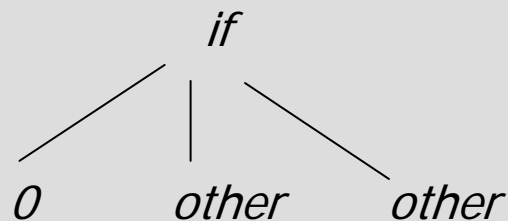
$if-stmt \rightarrow \mathbf{if} (exp) statement else-part$

$else-part \rightarrow \mathbf{else} statement \mid \varepsilon$

$exp \rightarrow \mathbf{0} \mid \mathbf{1}$



Felles abstrakt syntaks-tre for G1 og G2:



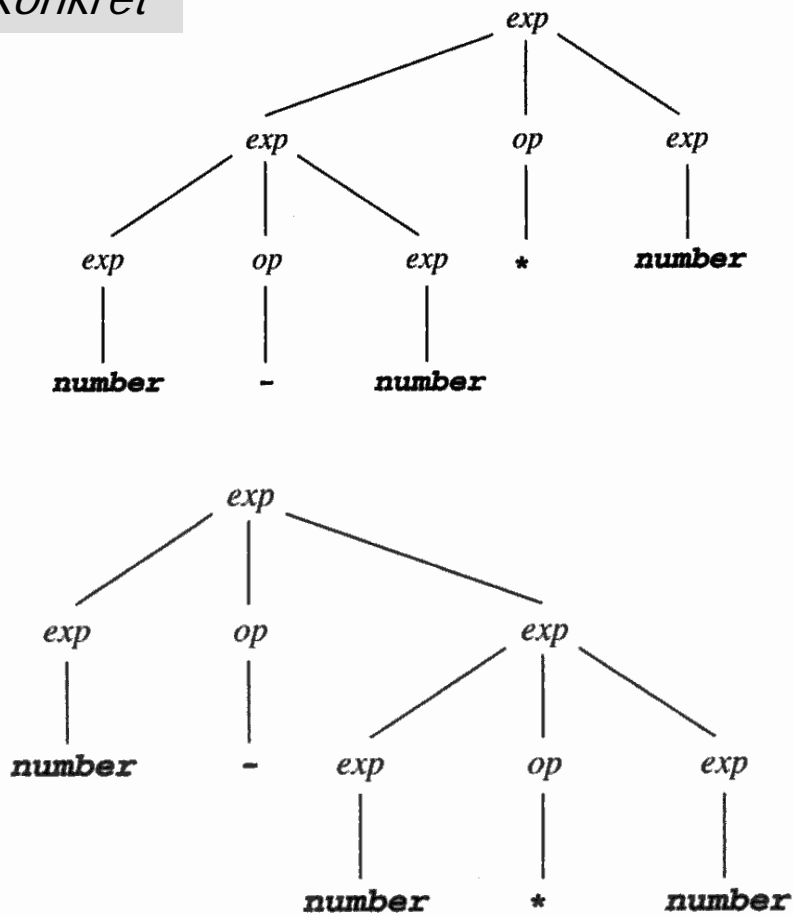
Tvetydige grammatikker - analyse av setningen: $n - n * n$

G er flertydig hvis det finnes en setning i $L(G)$ som kan gis flere parserings-trær

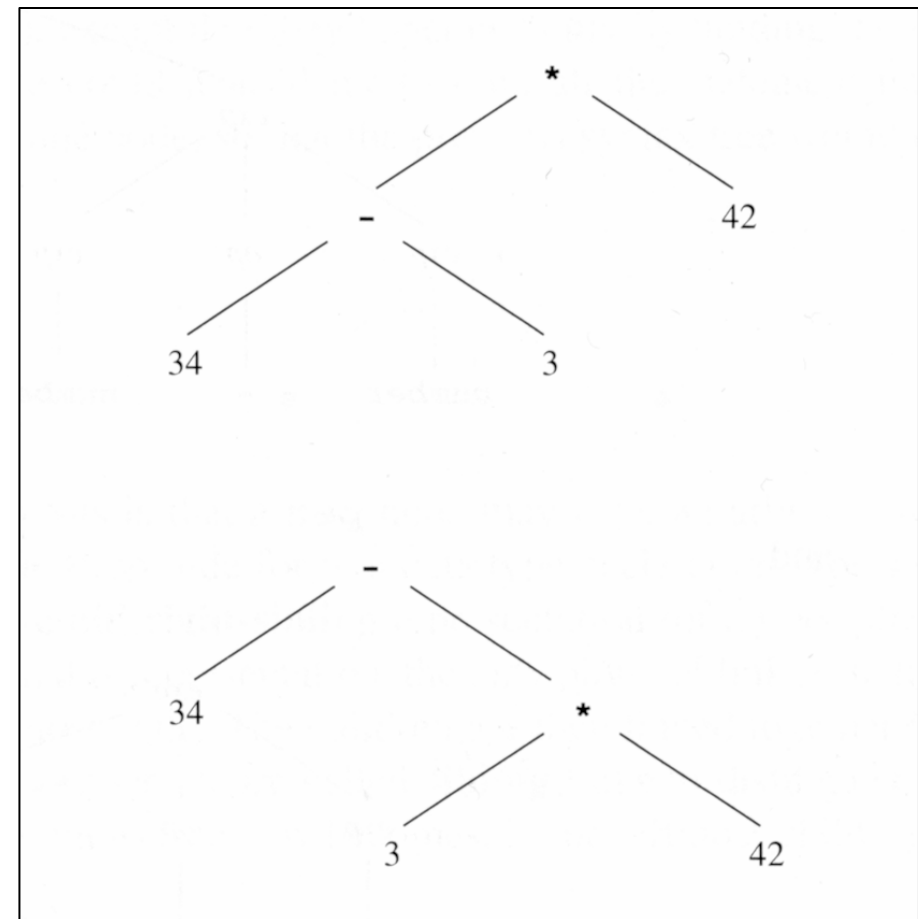
Dette eksempelet er essensiell tvetydighet, angir ulike beregninger.

$exp \rightarrow exp\ op\ exp \mid (exp) \mid \mathbf{number}$
 $op \rightarrow + \mid - \mid *$

Konkret



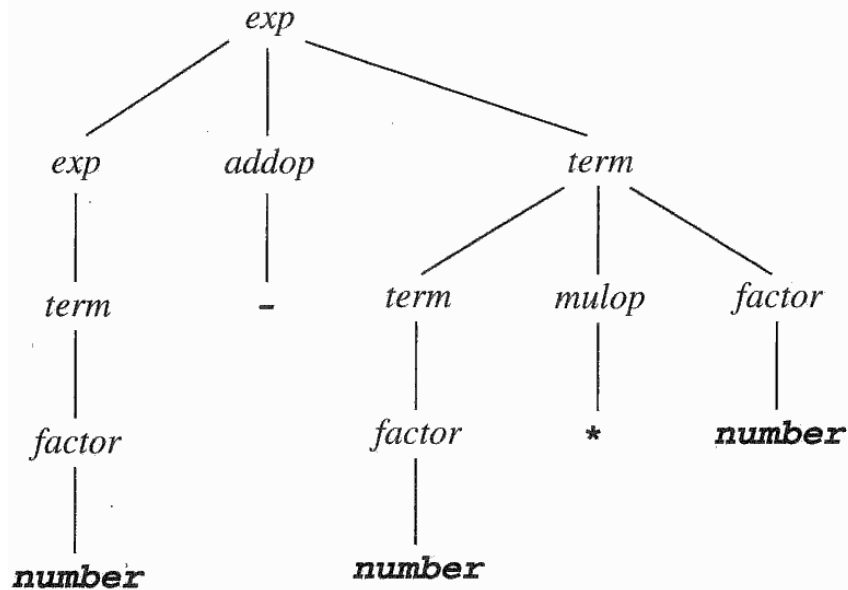
Abstrakt



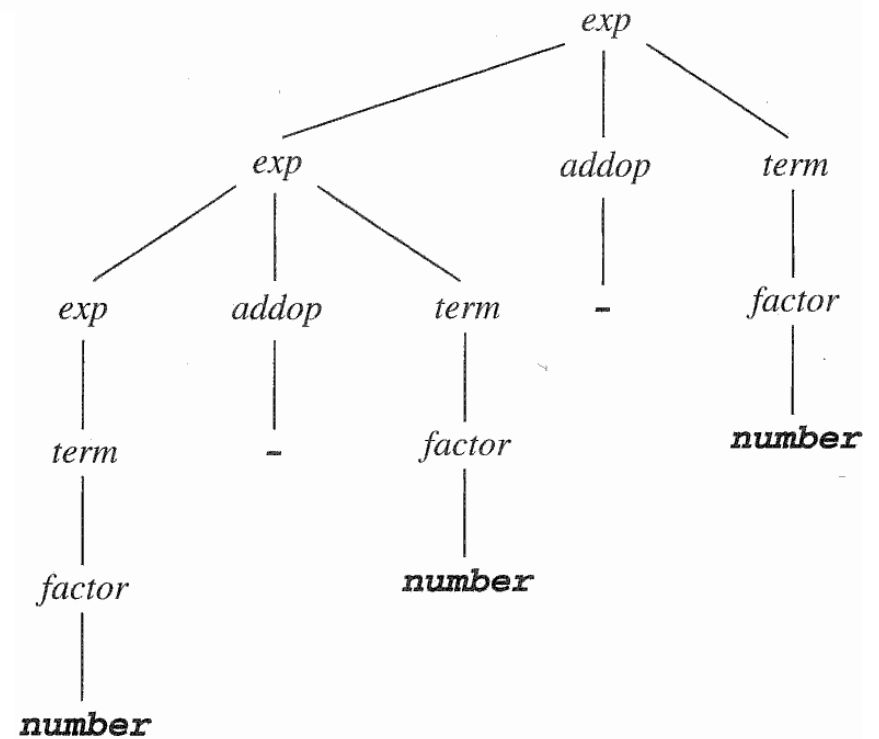
Entydige grammatikker for samme språket,
to trær for to *ulike* uttrykk.

$exp \rightarrow exp \text{ addop } term \mid term$
 $addop \rightarrow + \mid -$
 $term \rightarrow term \text{ mulop } factor \mid factor$
 $mulop \rightarrow *$
 $factor \rightarrow (exp) \mid \mathbf{number}$

34-3*42



34-3-42





To eksempler på viktigheten av assosiativitet (og presedens)

a) Melding til lederen for en eksekusjons-peletong:

- Stopp ikke skyt ham !
 - Stopp ikke - skyt ham
 - Stopp - ikke skyt ham

b) uttrykket : $3 - 4 - 5$

- $3 - (4-5) = 3 - (-1) = 4$ høyre
- $(3-4) - 5 = -6$ venstre



Presedens og assosiativitet uttrykt i grammatikken

- Presedens i grammatikken for operatorer
 - Noen operasjoner gjøres før andre (* før +)
 - **Ordnes med** kaskading av definisjoner av operatorgrupper (addop, multop, expop,..) – se forrige grammatikk
- Assosiativitet i grammatikken for operatorer:
 - Venstre (assositivitet) : Operatorer med samme presedens utføres fra venstre mot høyre
 - Høyre (assositivitet) : Operatorer med samme presedens utføres fra høyre mot venstre.
 - Ingen (assositivitet) : Tillater ingen rekkefølge av slike operasjoner. i samme .
 - **Ordnes med** at uttrykk med slike operatorer bare kan utvides på den ene siden :
$$exp \rightarrow exp \text{ addop } term \mid term$$

(denne utvider på venstre side og blir venstre assisiativ)

Ingen assosiativitet ordnes med at vi krever parenteser med bare en operator i en parentes.



Vanlig å:

- Angi språket ved flertydige grammatikk som

$$\begin{aligned} \text{exp} &\rightarrow \text{exp op exp} \mid (\text{exp}) \mid \mathbf{number} \\ \text{op} &\rightarrow + \mid - \mid * \end{aligned}$$

- Oppgi regler for presedens og assosiativitet for hver operasjon, slik at alle setninger får ett entydig syntakstre:
 - + , lav, venstre ass.
 - * , høy , venstre-ass
 - ↑ , høyerst, høyre ass.
- Dette er helt greit for binære infix-operatorer, men fungerer "vanligvis" også greit for unære postfiks eller prefiks operatorer

- 3+5 * 3 * 2 + 4 ↑2 * 3

Precedens
og
assosiativitet i
Java

Venstre assosiativ

Operator Precedence

Java performs operations assuming the following ordering (or *precedence*) rules if parentheses are not used to determine the order of evaluation (operators on the same line are evaluated in left-to-right order subject to the conditional evaluation rule for `&&` and `||`). The operations are listed below from highest to lowest precedence (we use `<exp>` to denote an atomic or parenthesized expression):

postfix ops	<code>[] . (<exp>) <exp> ++ <exp> --</code>
prefix ops	<code>++<exp> --<exp> -<exp> ~<exp> !<exp></code>
creation/cast	<code>new ((<type>))<exp></code>
mult./div.	<code>* / %</code>
add./subt.	<code>÷ -</code>
shift	<code><< >> >>></code>
comparison	<code>< <= > >= instanceof</code>
equality	<code>== !=</code>
bitwise-and	<code>&</code>
bitwise-xor	<code>^</code>
bitwise-or	<code> </code>
and	<code>&&</code>
or	<code> </code>
conditional	<code><bool_exp>? <>true_val>: <>false_val></code>
assignment	<code>=</code>
op assignment	<code>+= -= *= /= %=</code>
bitwise assign.	<code>>>= <<= >>>=</code>
boolean assign.	<code>&= ^= =</code>

Ikke-essensiell
flertydighet

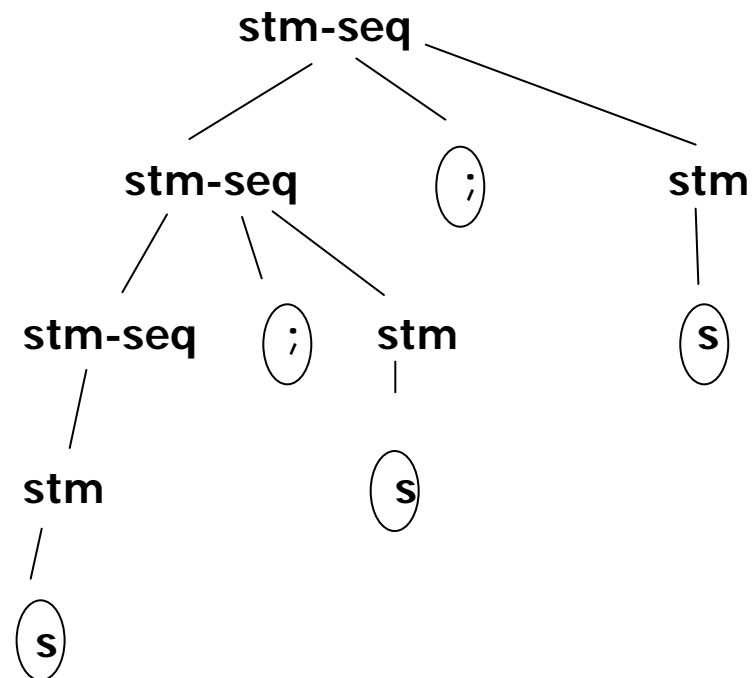
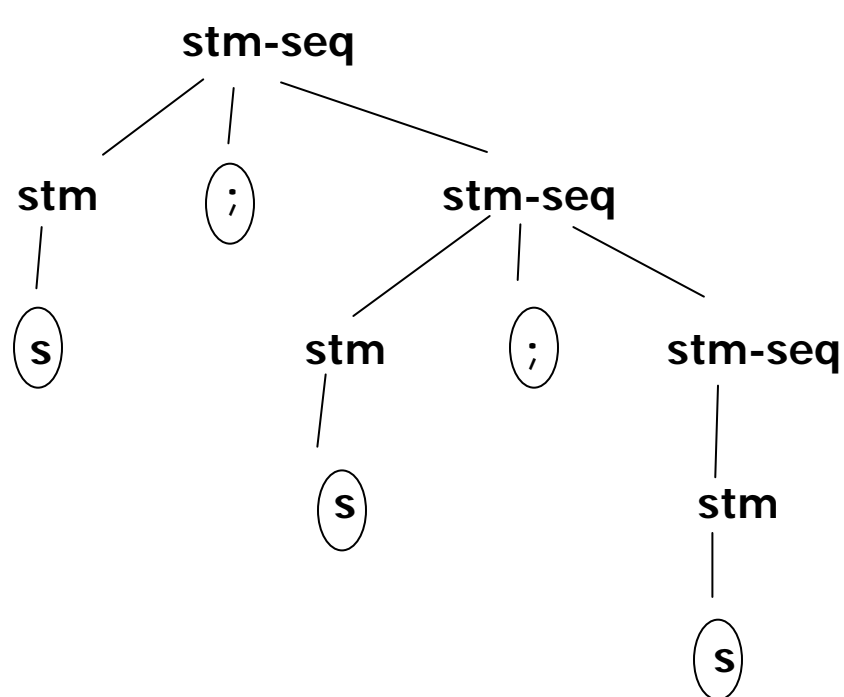
$stm\text{-seq} \rightarrow stm\text{-seq}; stm \mid stm$

venstre-ass

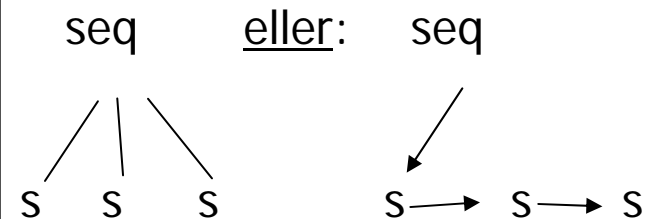
$stm\text{-seq} \rightarrow stm; stm\text{-seq} \mid stm$

høyre-ass

$stm \rightarrow s$



Kan like gjerne representeres
som:





"Dangelig else" - problemet

- Problem: Hvilken **if**-setning skal vi koble **else** til?

```
if (0) if (1) other else other
```

- Grammatikken (tvetydig):

statement → *if-stmt* | **other**

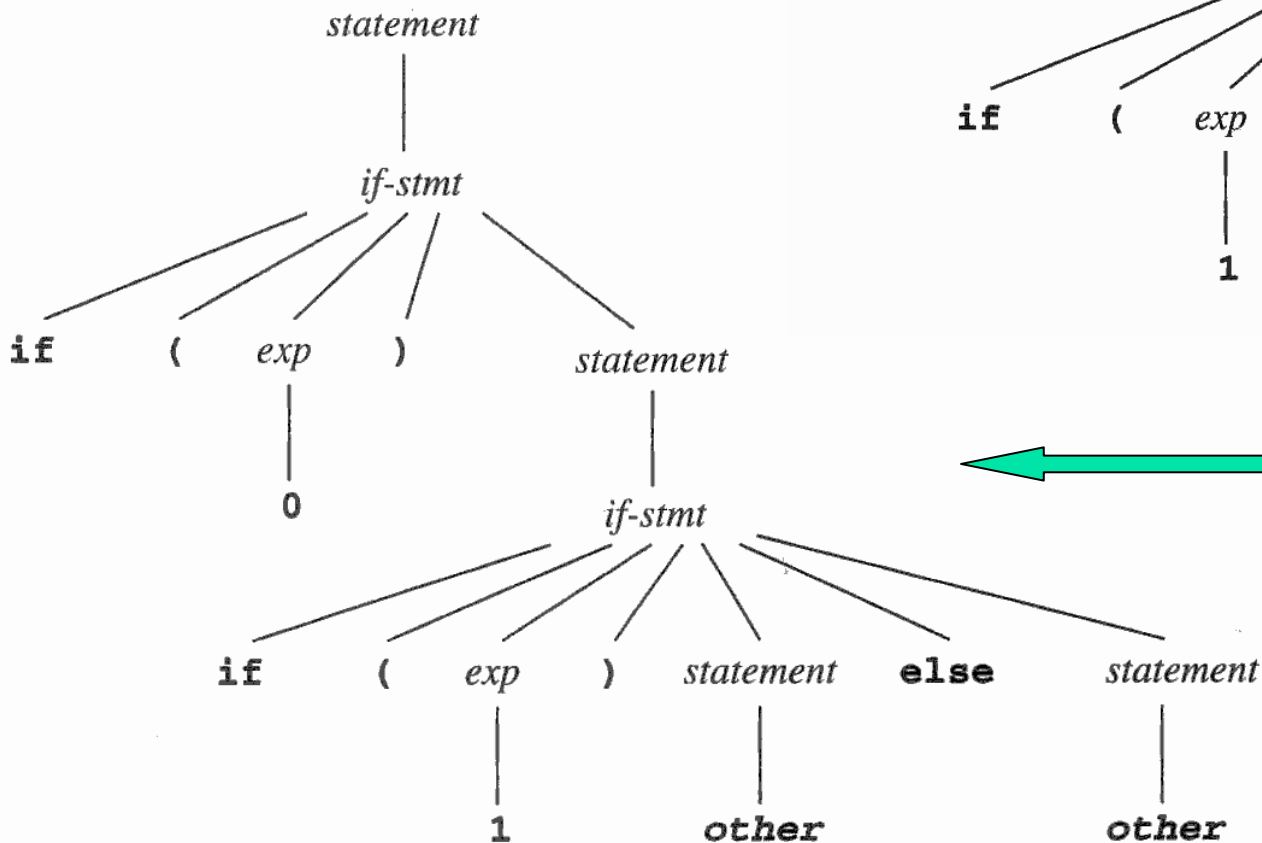
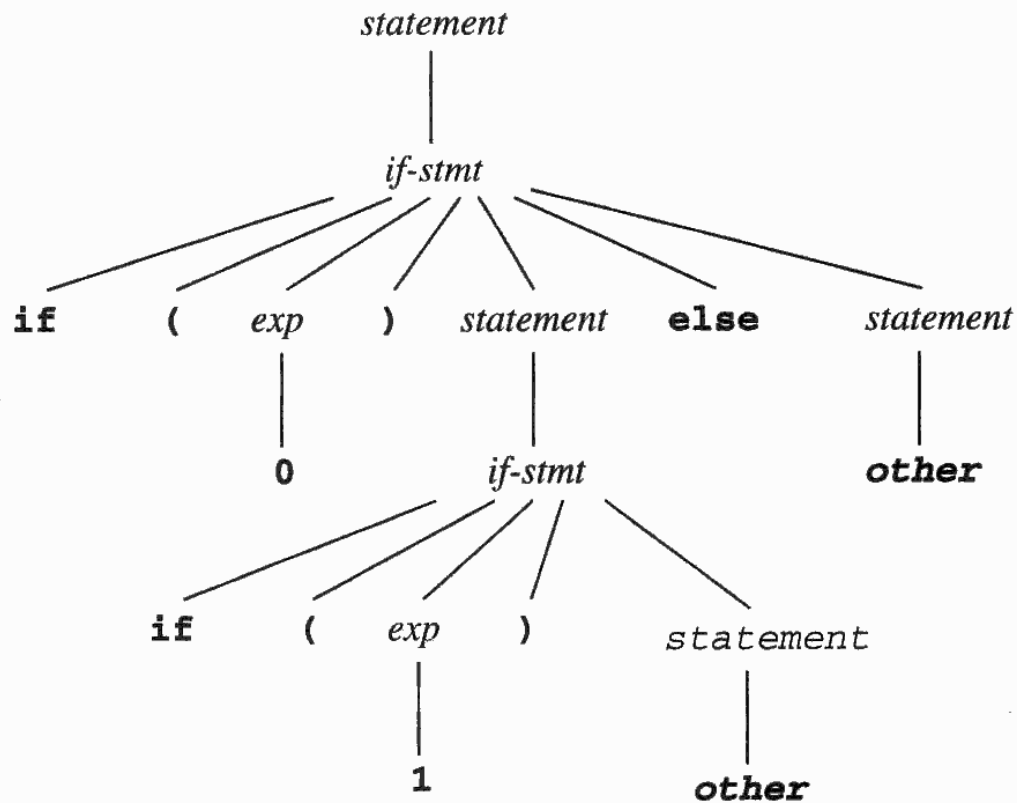
if-stmt → **if** (*exp*) *statement*

 | **if** (*exp*) *statement* **else** *statement*

exp → **0** | **1**

To muligheter:

$statement \rightarrow if-stmt \mid other$
 $if-stmt \rightarrow if (exp) statement$
 $\quad \quad \quad \mid if (exp) statement else statement$
 $exp \rightarrow 0 \mid 1$



Vanlig regel gir denne:

La else bli koblet til nærmeste "ledige" if

Eks: Entydig grammatikk for if-setning.

Gir "vanlig" løsning

`if (0) if (1) other else other`

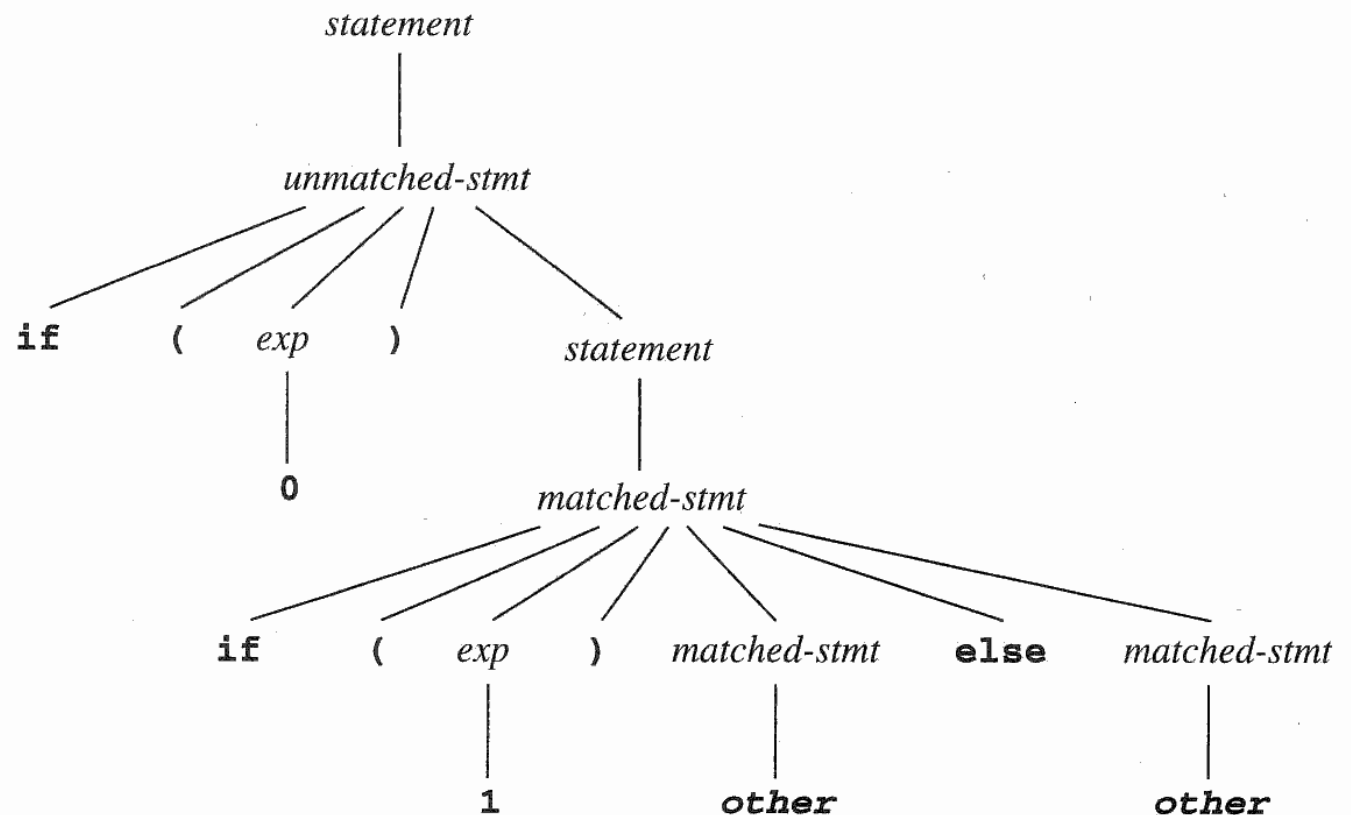
$statement \rightarrow matched-stmt \mid unmatched-stmt$

$matched-stmt \rightarrow \mathbf{if} \ (\ exp \) \ matched-stmt \ \mathbf{else} \ matched-stmt \mid \ \mathbf{other}$

$unmatched-stmt \rightarrow \mathbf{if} \ (\ exp \) \ statement$

$\mid \ \mathbf{if} \ (\ exp \) \ matched-stmt \ \mathbf{else} \ unmatched-stmt$

$exp \rightarrow \mathbf{0} \mid \mathbf{1}$



Idé:

matched-stmt

- kan **ikke** kobles med etterfølgende else

unmatched-stmt

- kan kobles med etterfølgende else

Er det opplagt at denne kan generere alle "lovlige" setninger (ut fra den kortere flertydige grammatikken på forrige to foiler)?

Utvidet BNF (EBNF)

Idé: Man kan generelt bruke "regulære uttrykk" på høyresiden i produksjoner

Vanlig: α^* skrives: $\{\alpha\}$ α er en streng av terminaler og ikke-terminaler
 $\alpha?$ skrives: $[\alpha]$

Eksempel:

$exp \rightarrow exp \text{ ("+" | "-" | "*") } exp \mid \text{ "(" } exp \text{ ")" } \mid \mathbf{number}$

Meta-symbol ikke-meta

$A \rightarrow A \alpha \mid \beta$ kan skrives: $A \rightarrow \beta \{\alpha\}$

$A \rightarrow \alpha A \mid \beta$ kan skrives: $A \rightarrow \{\alpha\} \beta$

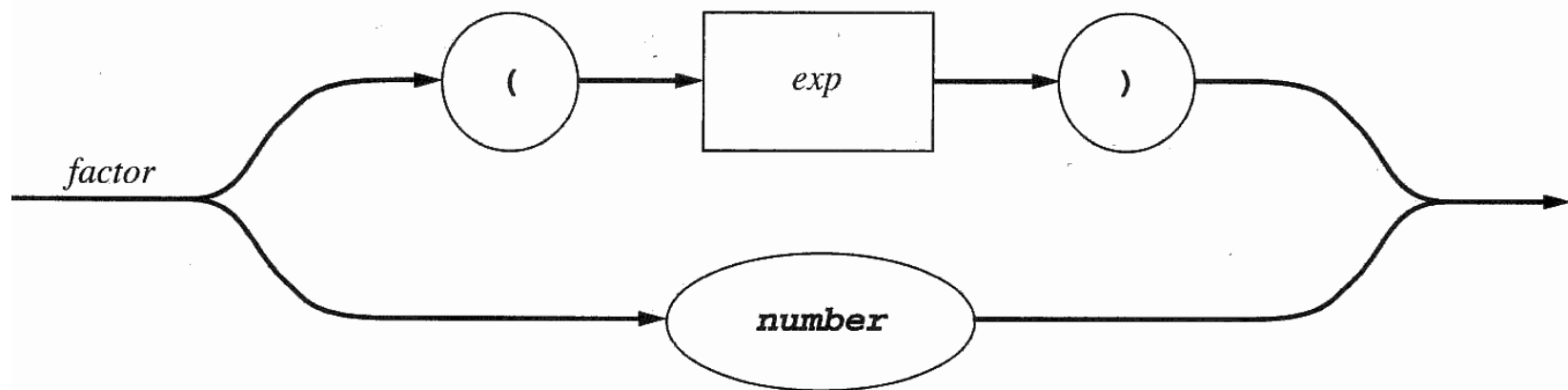
$stm\text{-seq} \rightarrow stm \{ ; stm \}$ eller $\rightarrow \{ stm ; \} stm$

$if\text{-setn} \rightarrow \underline{if} (expr) stm [\underline{else} stmt]$

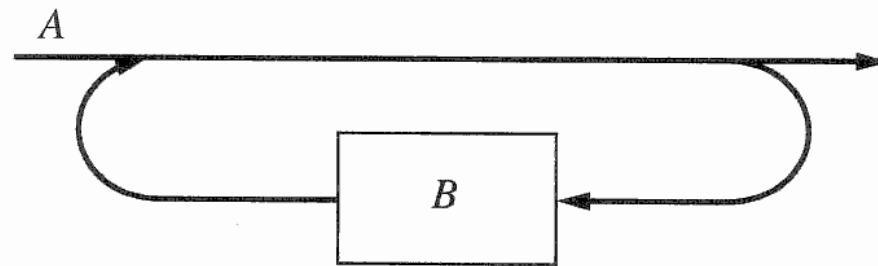
Merk: For en del metoder etc. må man gå ut fra basal BNF.

Syntaks-diagrammer

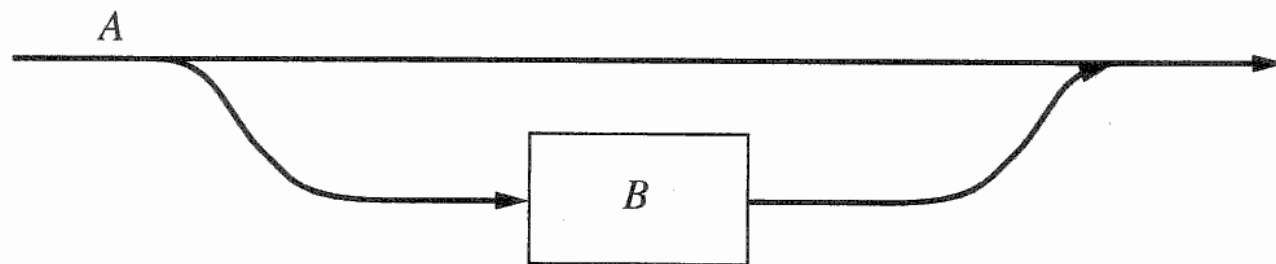
$factor \rightarrow (exp) \mid \mathbf{number}$



$$A \rightarrow \{ B \}$$



$$A \rightarrow [B]$$

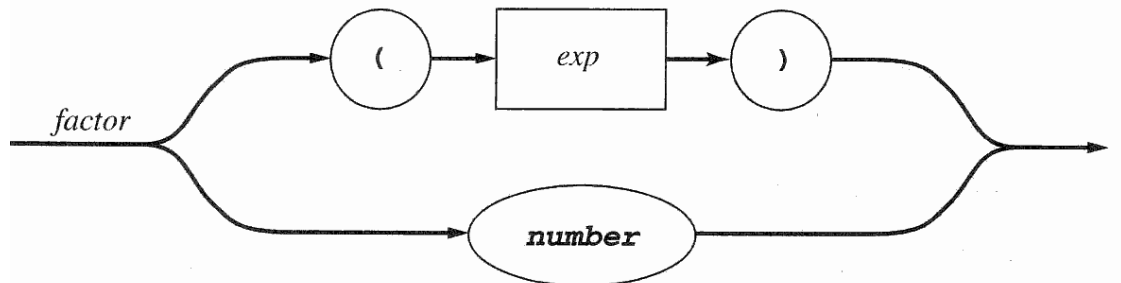
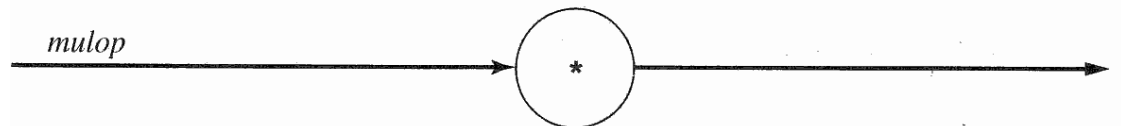
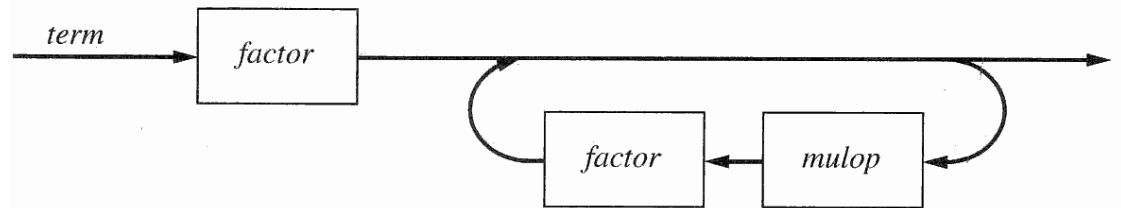
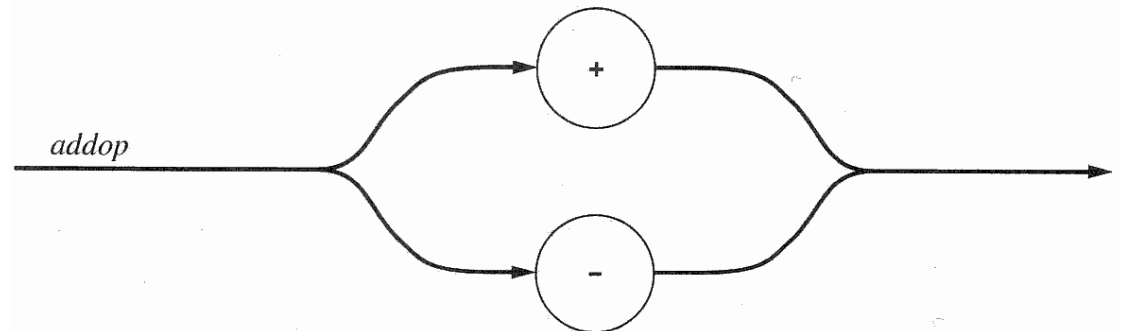
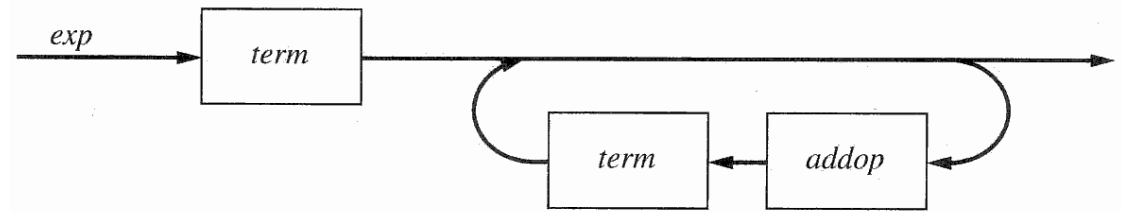


BNF-grammatikk

$exp \rightarrow exp \text{ addop } term \mid term$
 $addop \rightarrow + \mid -$
 $term \rightarrow term \text{ mulop } factor \mid factor$
 $mulop \rightarrow *$
 $factor \rightarrow (exp) \mid \mathbf{number}$

EBNF-grammatikk for samme "språket", brukes til å lage syntaksdiagrammene

$exp \rightarrow term \{ addop term \}$
 $addop \rightarrow + \mid -$
 $term \rightarrow factor \{ mulop factor \}$
 $mulop \rightarrow *$
 $factor \rightarrow (exp) \mid \mathbf{number}$





Chomsky-hierarkiet

a er vilkårlig terminalsymb.
 β, α, γ er vilkårlig samling av terminal- og ikke-terminalsymb.
 A, B er ikke-terminaler

- Type 0 – språk

- Urestriktede prod.:

$$\alpha \rightarrow \beta, \quad \alpha \neq \varepsilon \quad (\alpha \text{ er ikke-tom})$$

- Type 1 – språk

- Kontekst-sensitive produksjoner

$$\beta A \gamma \rightarrow \beta \alpha \gamma$$

- Type 2 – språk

- Kontkstfrie prod:

$$A \rightarrow \alpha$$

- Type 3 språk

- Regulære språk:

- Regulære utrykk
- NFA
- DFA

Produksjoner bare på formen:

$$A \rightarrow Ba \text{ og } A \rightarrow a$$

eller

$$A \rightarrow aB \text{ og } A \rightarrow a$$

BNF-grammatikk for TINY

program → *stmt-sequence*

stmt-sequence → *stmt-sequence* ; *statement* | *statement*

statement → *if-stmt* | *repeat-stmt* | *assign-stmt* | *read-stmt* | *write-stmt*

if-stmt → **if** *exp* **then** *stmt-sequence* **end**

 | **if** *exp* **then** *stmt-sequence* **else** *stmt-sequence* **end**

repeat-stmt → **repeat** *stmt-sequence* **until** *exp*

assign-stmt → **identifier** := *exp*

read-stmt → **read** **identifier**

write-stmt → **write** *exp*

exp → *simple-exp* *comparison-op* *simple-exp* | *simple-exp*

comparison-op → < | =

simple-exp → *simple-exp* *addop* *term* | *term*

addop → + | -

term → *term* *mulop* *factor* | *factor*

mulop → * | /

factor → (*exp*) | **number** | **identifier**



Nodestruktur i C for TINY

```
typedef enum { StmtK, ExpK } NodeKind;
typedef enum { IfK, RepeatK, AssignK, ReadK, WriteK }
                StmtKind;
typedef enum { OpK, ConstK, IdK } ExpKind;


/* ExpType is used for type checking */
typedef enum { Void, Integer, Boolean } ExpType;

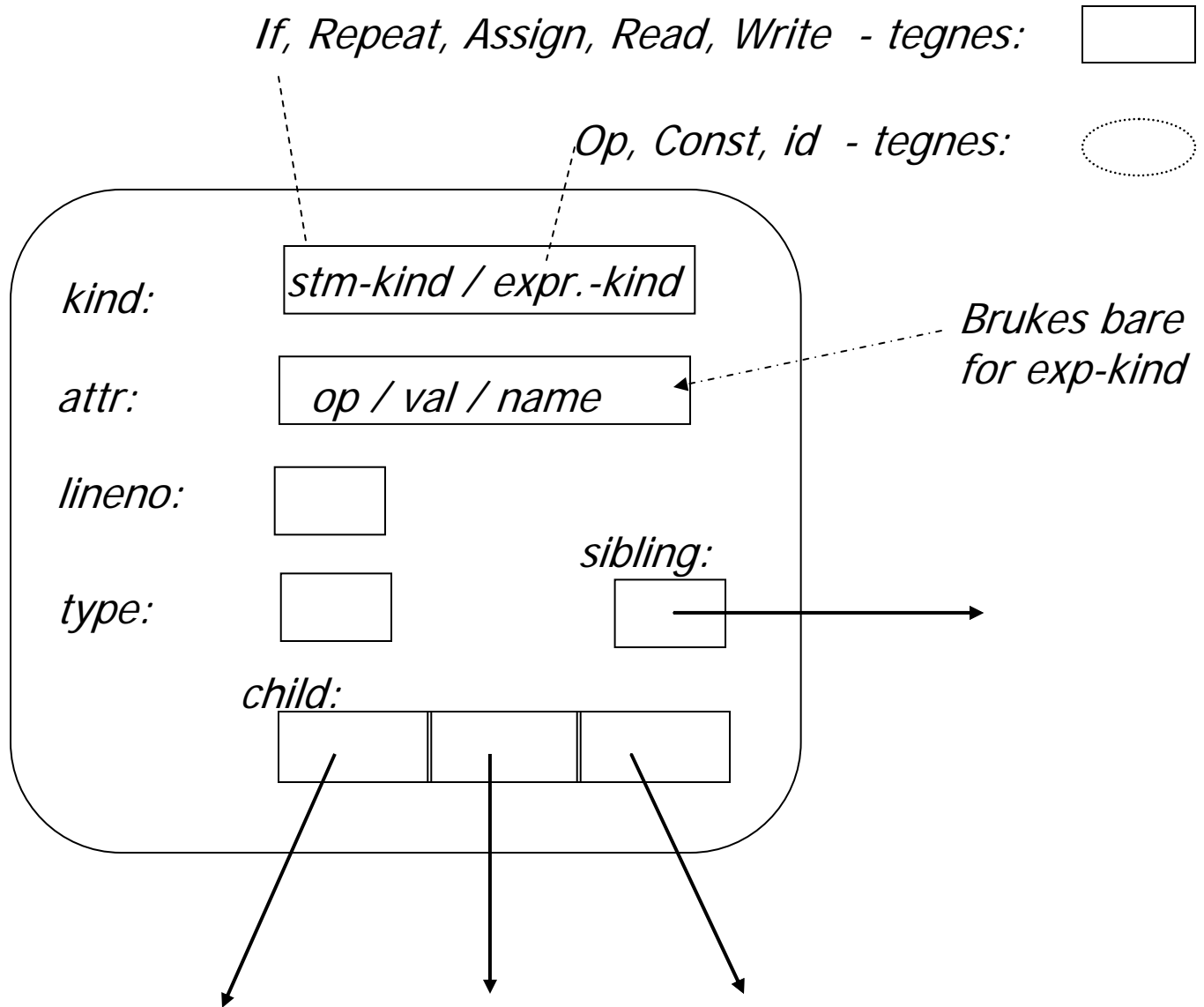
#define MAXCHILDREN 3

typedef struct treeNode
{ struct treeNode * child[MAXCHILDREN];
  struct treeNode * sibling;
  int lineno;
  NodeKind nodekind;
  union { StmtKind stmt; ExpKind exp; } kind;
  union { TokenType op;
          int val;
          char * name; } attr;
  ExpType type; /* for type checking of exps */
} TreeNode;
```

Nodestruktur i C for TINY

If, Repeat, Assign, Read, Write - tegnes: 

Op, Const, id - tegnes: 



Denne nodestrukturen passer enda bedre med et OO-språk med klasser /subklasser **som implementasjons-språk.**



Syntaks-tre for et program i Tiny

```
{ Sample program
  in TINY language-
  computes factorial
}
read x; { input an integer }
if 0 < x then { don't compute if x <= 0 }
  fact := 1;
  repeat
    fact := fact * x;
    x := x - 1
  until x = 0;
  write fact { output factorial of x }
end
```

```

read x; { input an integer }
if 0 < x then { don't compute if x <= 0 }
  fact := 1;
  repeat
    fact := fact * x;
    x := x - 1
  until x = 0;
  write fact { output factorial of x }
end

```

