Kap. 5, Del 2:
SLR(1), LR(1)- og LALR(1)-grammatikker
INF5110 – 21/2-2012

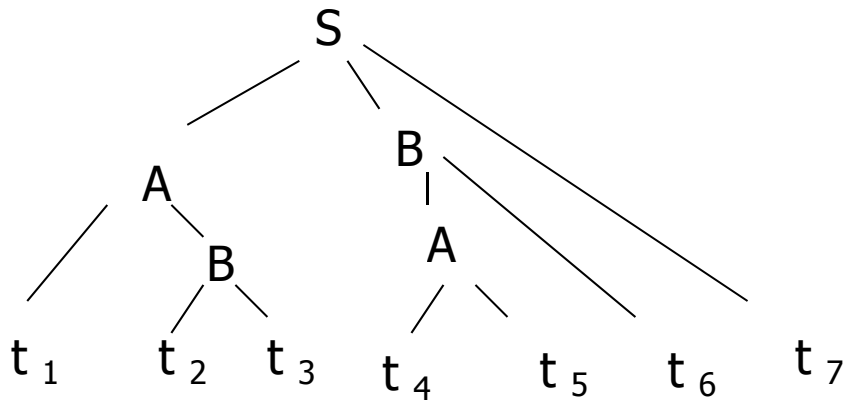
Stein Krogdahl,

Ifi, UiO

Oppgaver til kap 4:

Oppgavene ble delt ut sist, og i dag ser vi på løsninger (se bakerst)

”Bottom up” parsering (nedenfra-og-opp)



LR-parsering og grammatikker:

- LR(0) Det teoretisk sterkeste, om man ikke vil se på noe lookahead-symbol
- SLR(1) ”Simple LR”, en enkel bruk av LR(0)-DFA’en, ut fra Follow-mengder
- LALR(1) ”LookAhead-LR”, veldig likt SLR, men med mer presise lookahed-mengder
- LR(1) Det teoretisk sterkeste, om man vil se på ett lookahead-symbol

-Autimatisert:

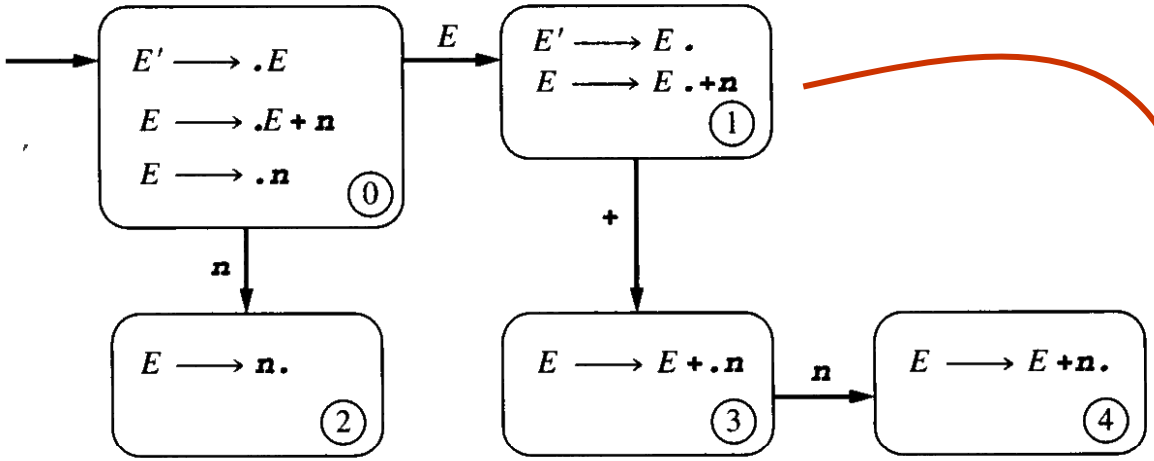
- CUP, YACC, Bison (bruker LALR(1))

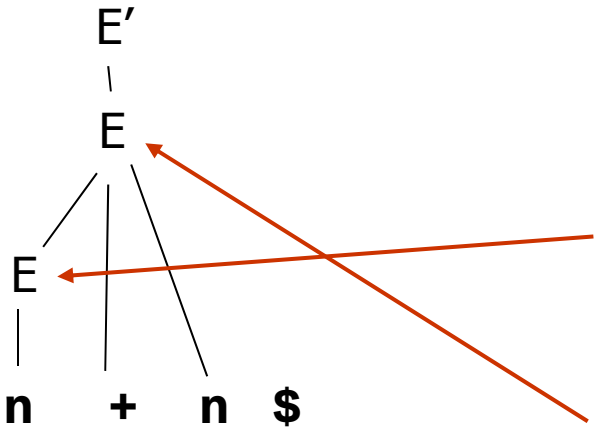
Er den LR(0)? Nei, pga. tilstand 1!

Men hvordan avgjøre hva men skal gjøre i tilstand 1??

$E' \rightarrow E$

$E \rightarrow E + n \mid n$



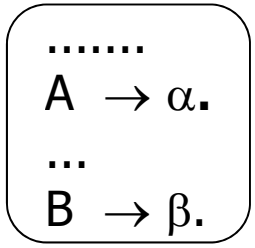


$		n + n $
$ n		+ n $
$ E	Skal skifte	+ n $
$ E +		n $
$ E + n		$
$ E	Skal redusere med E′→E	$
$ E′		$

Løsning: Vi ser på neste input-symbol!

SLR(1) - grammatikker, SLR(1) - algoritmer

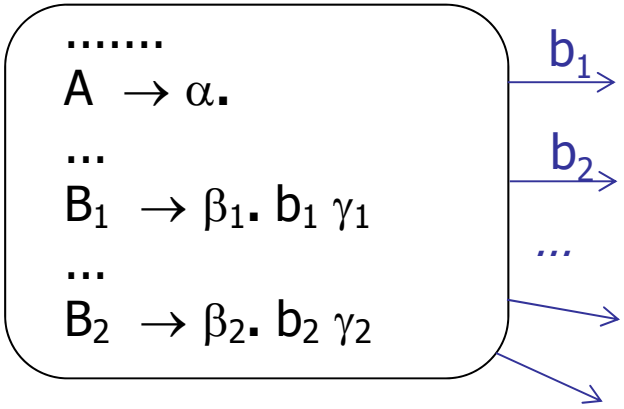
- Svært få grammatikker er LR(0)
- Ved å se på Follow-mengdene kan vi få en mye sterkere algoritme
- Tar også nå utgangspunkt i LR(0)-DFA'en
- Tabellene er nesten like, men nå må "reduser-linjene" spesifiseres for hvert mulig "neste input-symbol".



LR(0): Har her en (uløselig) red./red.-konflikt

SLR(1): Dersom: Follow(A) ∩ Follow(B) = ∅ så kan konflikten løses ved å se på neste input:

Om token∈ Follow(A) reduser med A → α
Om token∈ Follow(B) reduser med B → β
(ellers feil)



LR(0): Har her en (uløselig) skift/red.-konflikt

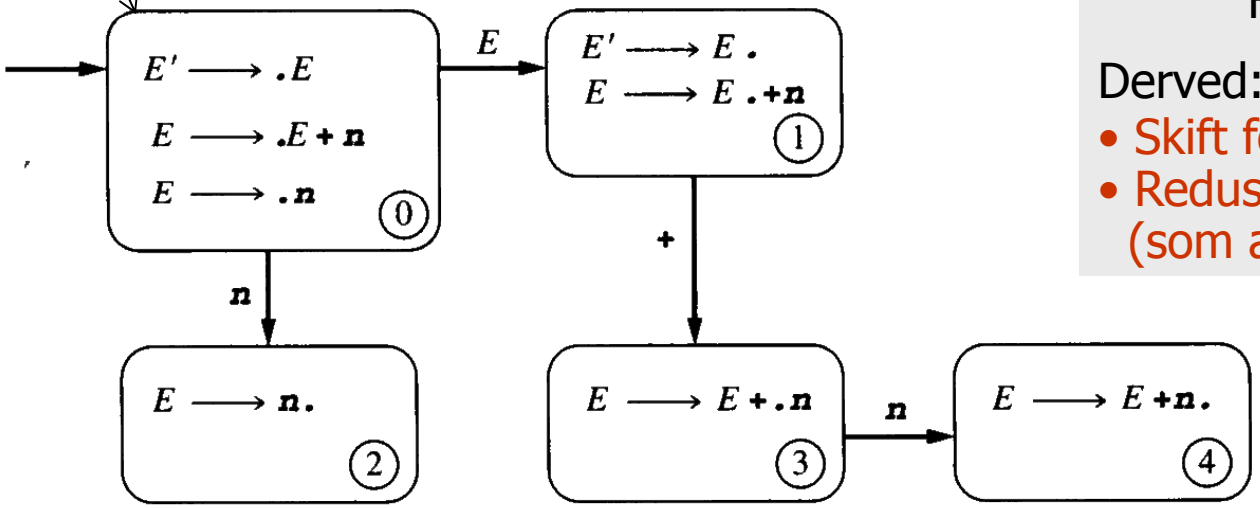
SLR(1): Dersom: Follow(A) ∩ {b1,b2, ...} = ∅ så kan konflikten løses ved å se på neste input:

Om token∈ Follow(A): reduser med A → α
For token= b1, b2, ...: skift (input avgjør ny tilstand)
(ellers feil)

Er denne grammatikken SLR(1)?

Skift/reduser konflikt i LR(0), men ikke i SLR(1)

Skal skifte for **n**



Follow(E') = { $ }

Derved:

- Skift for '+'
- Reduser for '$', med E' → E (som altså er accept)

SLR(1)-kravet slik det er formulert i boka:

For alle DFA-tilstander s skal gjelde:

1. For any item $A \to \alpha.X\beta$ in s with X a terminal, there is no complete item $B \to \gamma.$ in s with X in Follow(B).
2. For any two complete items $A \to \alpha.$ and $B \to \beta.$ in s, Follow(A) ∩ Follow(B) is empty.

Ville ellers ha skift / reduser -konflikt ved input X

Ville ellers ha reduser / reduser -konflikt ved input i denne mengden

"Complete item" = Har punktumet til slutt

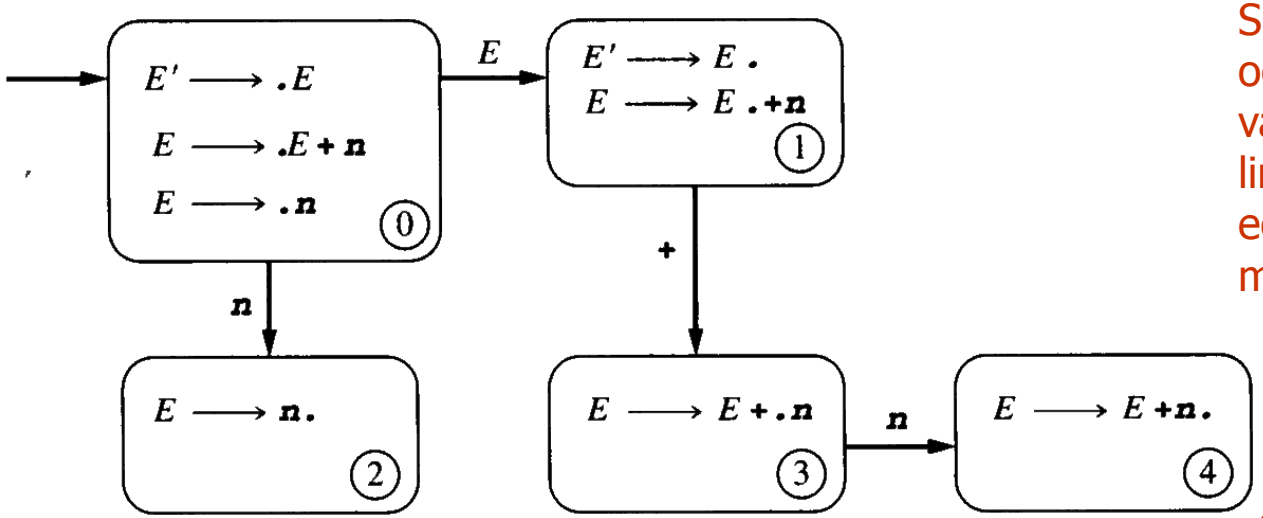
En tilsvarende formulering av SLR(1) kravet
Dersom følgende gir entydig algoritme, er grammatikken SLR(1)

The SLR(1) parsing algorithm. Let s be the current state (at the top of the parsing stack). Then actions are defined as follows:

1. If state s contains any item of the form $A \to \alpha . X \beta$, where X is a terminal, and X is the next token in the input string, then the action is to shift the current input token onto the stack, and the new state to be pushed on the stack is the state ~~containing the item $A \to \alpha X . \beta$.~~ **t, where $s \xrightarrow{X} t$**
2. If state s contains the complete item $A \to \gamma .$, and the next token in the input string is in Follow(A), then the action is to reduce by the rule $A \to \gamma$. A reduction by the rule $S' \to S$, where S is the start state, is equivalent to acceptance; this will happen only if the next input token is \$.[4] In all other cases, the new state is computed as follows. Remove the string γ and all of its corresponding states from the parsing stack. Correspondingly, back up in the DFA to the state from which the construction of γ began. By construction, this state (u) must contain an item of the form $B \to \alpha . A \beta$. Push A onto the stack, and push the state ~~containing the item $B \to \alpha A . \beta$.~~ **t, where $u \xrightarrow{A} t$**
3. If the next input token is such that neither of the above two cases applies, an error is declared.

Dette er nytt i forhold til LR(0).

Tabell-oppsett for SLR(1)-grammatikk



SLR(1): Både skift og reduser kan være på sammen linje. ("Accept" er egentlig reduksjon med A' -> A)

State	Input			Goto
	n	+	$	E
0	s2			1
1		s3	accept	
2		r ($E \rightarrow n$)	r ($E \rightarrow n$)	
3	s4			
4		r ($E \rightarrow E + n$)	r ($E \rightarrow E + n$)	

SLR(1)-kravet på en annen måte: Denne tabellen må være entydig!

Parsering for SLR(1)-grammatikk

State	Input			Goto
	n	**+**	**$**	*E*
0	s2			1
1		s3	accept	
2		r ($E \rightarrow$ **n**)	r ($E \rightarrow$ **n**)	
3	s4			
4		r ($E \rightarrow E$ **+** **n**)	r ($E \rightarrow E$ **+** **n**)	

Kan også se på gale setninger som:

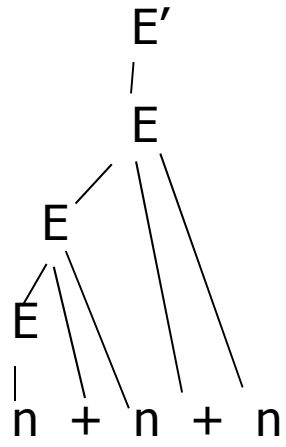
+ n $

n n $

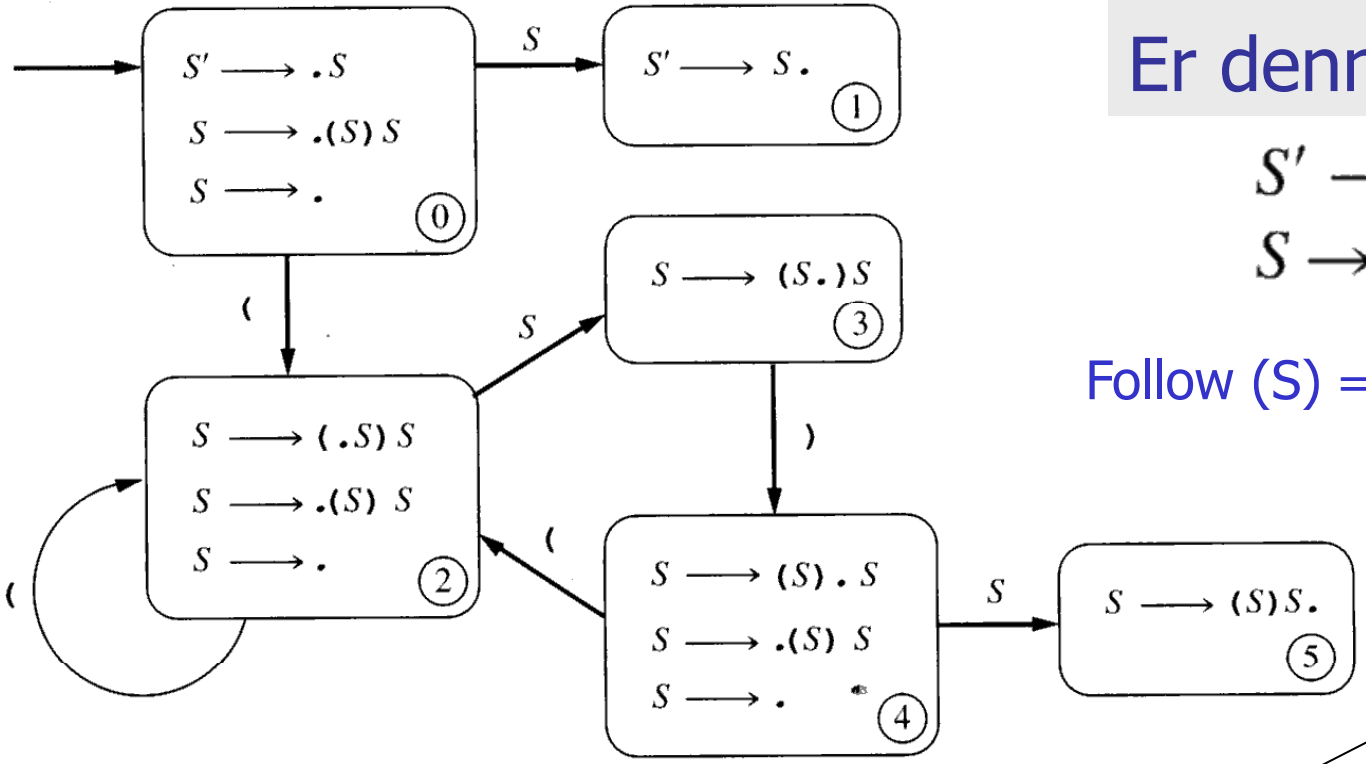
n + $

Parsering av setningen: n + n + n

	Parsing stack	Input	Action
1	$ 0	**n** + **n** + **n** $	shift 2
2	$ 0 **n** 2	+ **n** + **n** $	reduce $E \rightarrow$ **n**
3	$ 0 *E* 1	+ **n** + **n** $	shift 3
4	$ 0 *E* 1 + 3	**n** + **n** $	shift 4
5	$ 0 *E* 1 + 3 **n** 4	+ **n** $	reduce $E \rightarrow E$ **+** **n**
6	$ 0 *E* 1	+ **n** $	shift 3
7	$ 0 *E* 1 + 3	**n** $	shift 4
8	$ 0 *E* 1 + 3 **n** 4	$	reduce $E \rightarrow E$ **+** **n**
9	$ 0 *E* 1	$	accept



Merk at man ikke behøver å teste om det er *mer* input, siden man får accept bare foran $



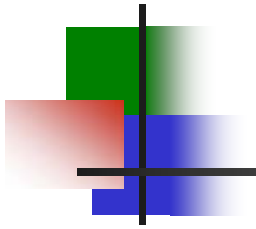
Er denne SLR(1) ?

$$S' \rightarrow S$$
$$S \rightarrow (\; S \;) \quad S \mid \varepsilon$$

Follow (S) = {), $ }

Til senere:
Dette får vi i SLR(1), men ikke i LALR(1). Begge oppdager feilen, men LALR gjør det noe tidligere.

State	Input			Goto
	(	)	$	S
0	s2	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	1
1			accept	
2	s2	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	3
3		s4		
4	s2	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	r ($S \rightarrow \varepsilon$)	5
5		r ($S \rightarrow$ (S) S)	r ($S \rightarrow$ (S) S)	



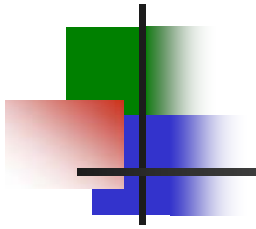
SLR(k) – mulig å lage teori for dette, men lite praktisk å få ut av det

5.3.4 SLR(k) Grammars

As with other parsing algorithms, the SLR(1) parsing algorithm can be extended to SLR(k) parsing where parsing actions are based on $k \geq 1$ symbols of lookahead. Using the sets First_k and Follow_k as defined in the previous chapter, an SLR(k) parser uses the following two rules:

1. If state s contains an item of the form $A \rightarrow \alpha . X \beta$ (X a token), and $Xw \in \text{First}_k(X \beta)$ are the next k tokens in the input string, then the action is to shift the current input token onto the stack, and the new state to be pushed on the stack is the state containing the item $A \rightarrow \alpha X . \beta$.
2. If state s contains the complete item $A \rightarrow \alpha .$, and $w \in \text{Follow}_k(A)$ are the next k tokens in the input string, then the action is to reduce by the rule $A \rightarrow \alpha$.

SLR(k) parsing is more powerful than SLR(1) parsing when $k > 1$, but at a substantial cost in complexity, since the parsing table grows exponentially in size with k.

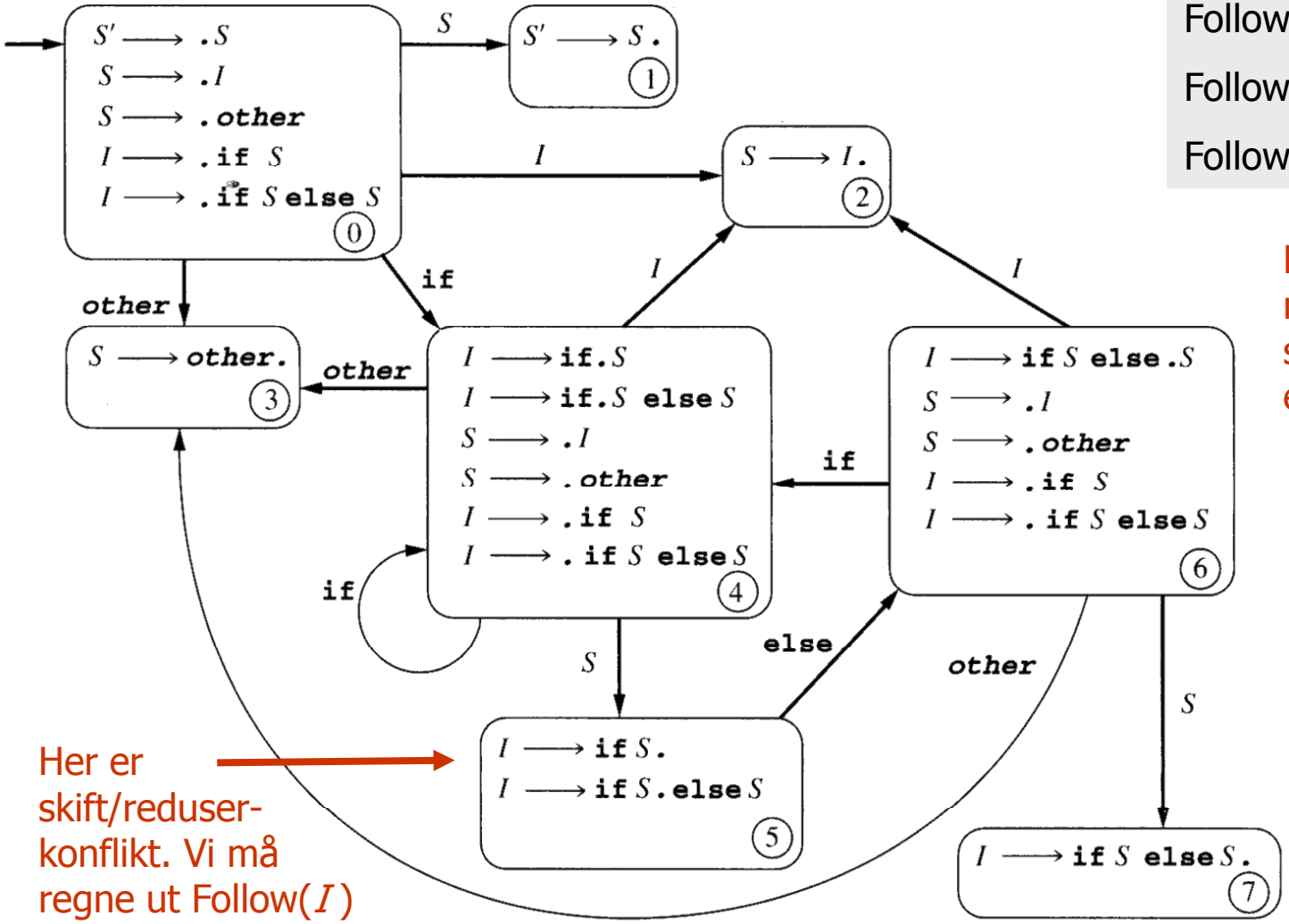


Flertydige grammatikker er aldri SLR(1) eller LR(1)
(og de er heller ikke LL(1)!)

- Flertydige grammatikker er heller ikke SLR(k) eller LR(k) for noen k
- LR(0)-DFA'er for flertydige grammatikker vil derfor alltid ha "uløselige" konflikter, samme hvor mange tegn man få lov å se framover
  - Og det gjelder også LR(1)-DFA'er, LR(2)-DFA'er, osv
- **Men**: Konfliktene kan oftest likevel løses med intuisjon og fornuft, f.eks. slik:
  - For uttrykks-grammetikker: Angi presedens, assosiativitet e.l.
  - For "dangeling else"-problemet: Om det er tvil, les videre uten å redusere
- Vanlig strategi i Yacc, CUP etc.:
  - Skift/Reduser-konflikter: Bruker skift, om intet annet er angitt

statement → *if-stmt* | **other**
if-stmt → **if** (*exp*) *statement*
| **if** (*exp*) *statement* **else** *statement*
exp → **0** | **1**

$S \rightarrow I \mid \textbf{other}$
$I \rightarrow \textbf{if}\ S \mid \textbf{if}\ S\ \textbf{else}\ S$



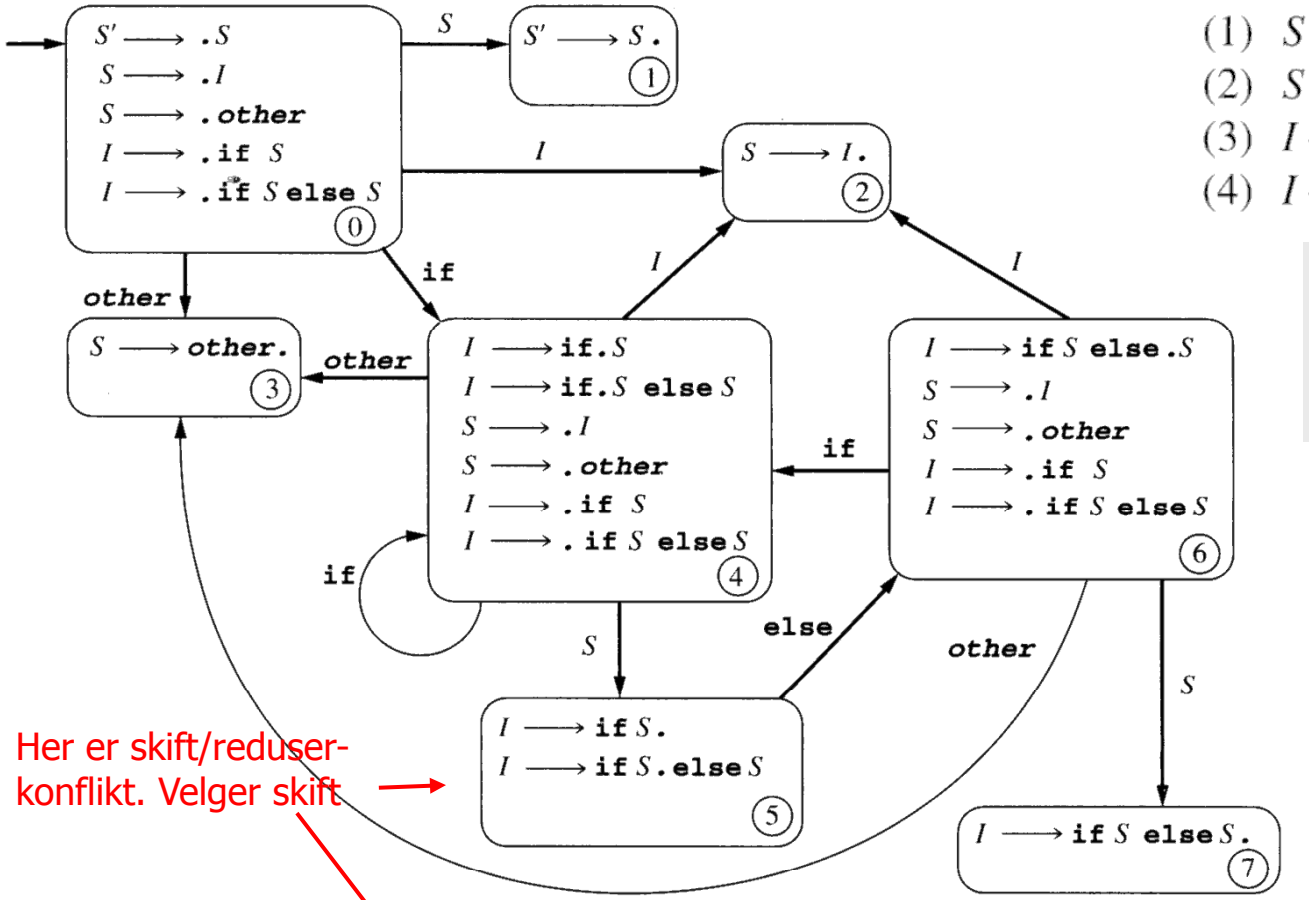
Follow(S) = { $, **else** }

Follow(I) = { $, **else** }

Follow(S') = {$}

NB: Her *måtte* det bli minst én konflikt, siden grammatikken er flertydig.

Her er skift/reduser-konflikt. Vi må regne ut Follow(*I*)



(1) $S \rightarrow I$
(2) $S \rightarrow$ **other**
(3) $I \rightarrow$ **if** S
(4) $I \rightarrow$ **if** S **else** S

Follow(S) = { $, **else** }

Follow(I) = { $, **else** }

Follow(S') = {$}

I tabellen betyr:

s3 – skift fra input til stakk. Legg så tilstand 3 på toppen av stakken

r3 – reduser ved regel 3 i grammatikken. Tilstanden på toppen av (den reduserte) stakken gir da ny tilstand ved "Goto"

Her er skift/reduser-konflikt. Velger skift

State	Input				Goto	
	if	**else**	**other**	**$**	*S*	*I*
0	s4		s3		1	2
1				accept		
2		r1		r1		
3		r2		r2		
4	s4		s3		5	2
5		s6		r3		
6	s4		s3		7	2
7		r4		r4		

SLR(1) tabell med ”hånd-løst” konflikt (tilstand 5)

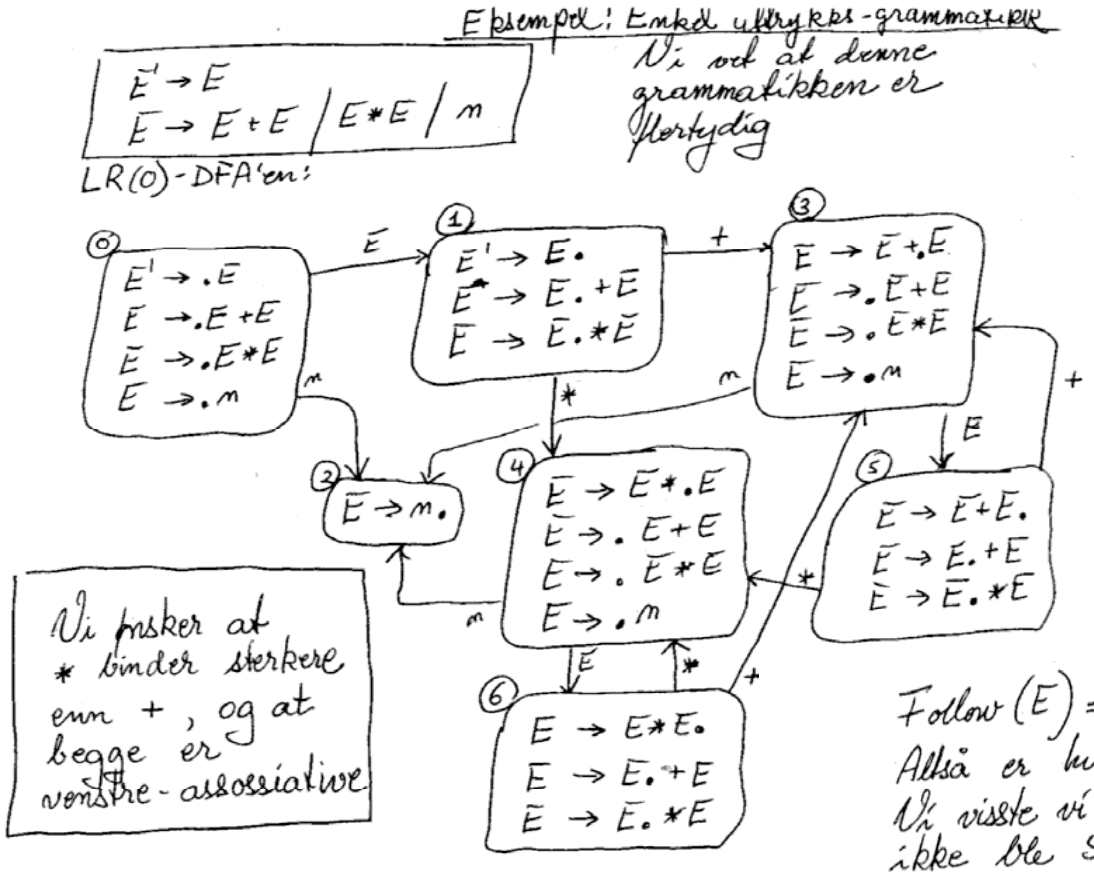
State	Input				Goto	
	if	**else**	**other**	**$**	*S*	*I*
0	s4		s3		1	2
1				accept		
2		r1		r1		
3		r2		r2		
4	s4		s3		5	2
5		s6		r3		
6	s4		s3		7	2
7		r4		r4		

Parsering:

$ 0	if if other else other $
$ 0 if 4	if other else other $
$ 0 if 4 if 4	other else other $
$ 0 if 4 if 4 other 3	else other $
$ 0 if 4 if 4 S 5	else other $
$ 0 if 4 if 4 S 5 else 6	other $

(1) $S \rightarrow I$
(2) $S \rightarrow$ **other**
(3) $I \rightarrow$ **if** S
(4) $I \rightarrow$ **if** S **else** S

Mer bruk av flertydige grammatikker ved LR-parsering (ikke i boka, men pensum)



Fordel ved flertydige grammatikker:
De er som regel enklere å sette opp, se f.eks. til venstre her, og tidligere grammatikker for if-setningen

Konflikter må oppstå, men:
man kan løse mange konflikter ved å angi presedens, assosiativitet, m.m. Dette kan f.eks. gjøres i CUP og Yacc

Tilstand 5: Stakk= ……E+E Input=
$: reduser, fordi skift ikke lovlig for $
+: reduser, fordi + er venstreassosiativ
*: skift, fordi * har presedens over +

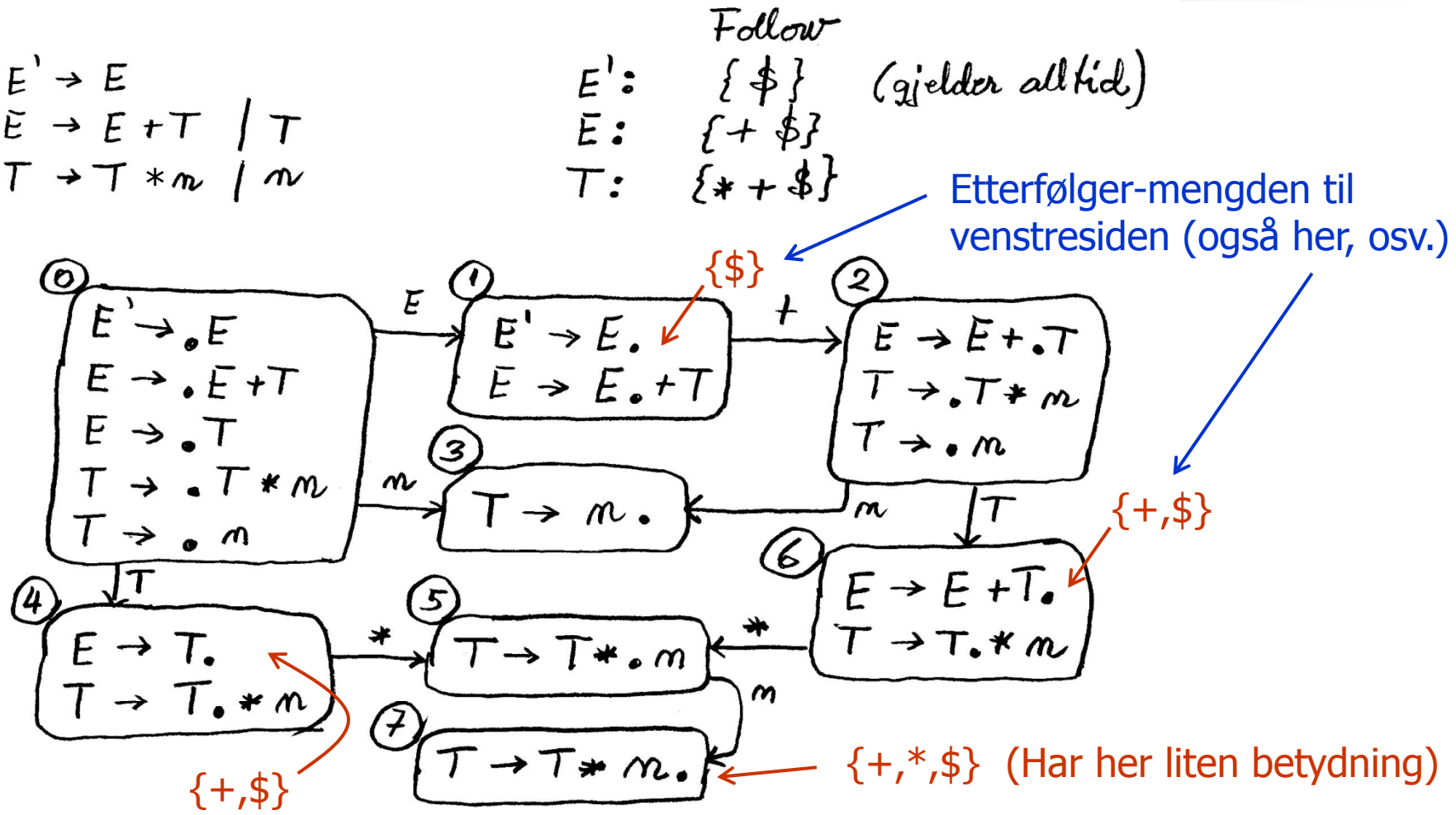
Tilstand 6: Stakk= ……E*E Input=
$: reduser, fordi skift ikke lovlig for $
+: reduser, fordi * har presedens over +
*: reduser, fordi * er venstreassossiativ)

Hva om også **? (høyreass.). Blir oppgave!

Follow(E) = {+, *, $}
Altså er hverken ⑤ eller ⑥ SLR-tilstander.
Vi visste vi måtte få konflikter slik at grammatikken ikke ble SLR – siden ingen flertydige grammatikker er SLR.
Hva skal vi så gjøre i tilstand ⑤ og ⑥?

	n	+	*	$	E
0	s2				1
1		s3	s4	accept	
2		r(E→n)	r(E→n)	r(E→ n)	
3	s2				5
4	s2				6
5		r(E→E+E)	s4	r(E→E+E)	
6		r(E→E*E)	r(E→E*E)	r(E→E*E)	

Til sammenlikning: *Den tilsvarende entydige grammatikken, med innbakt prioritet og venstre-assosiativitet*



- LR(0)-DFA'en her har 8, og ikke 7 tilstander (som den flertydige)
- Grammatikken er, som vi ser, en SLR(1)-grammatikk

Om å bygge tre ved LR-parsering.

Vi bruker den parallelle variabelstakken som CUP tilbyr!

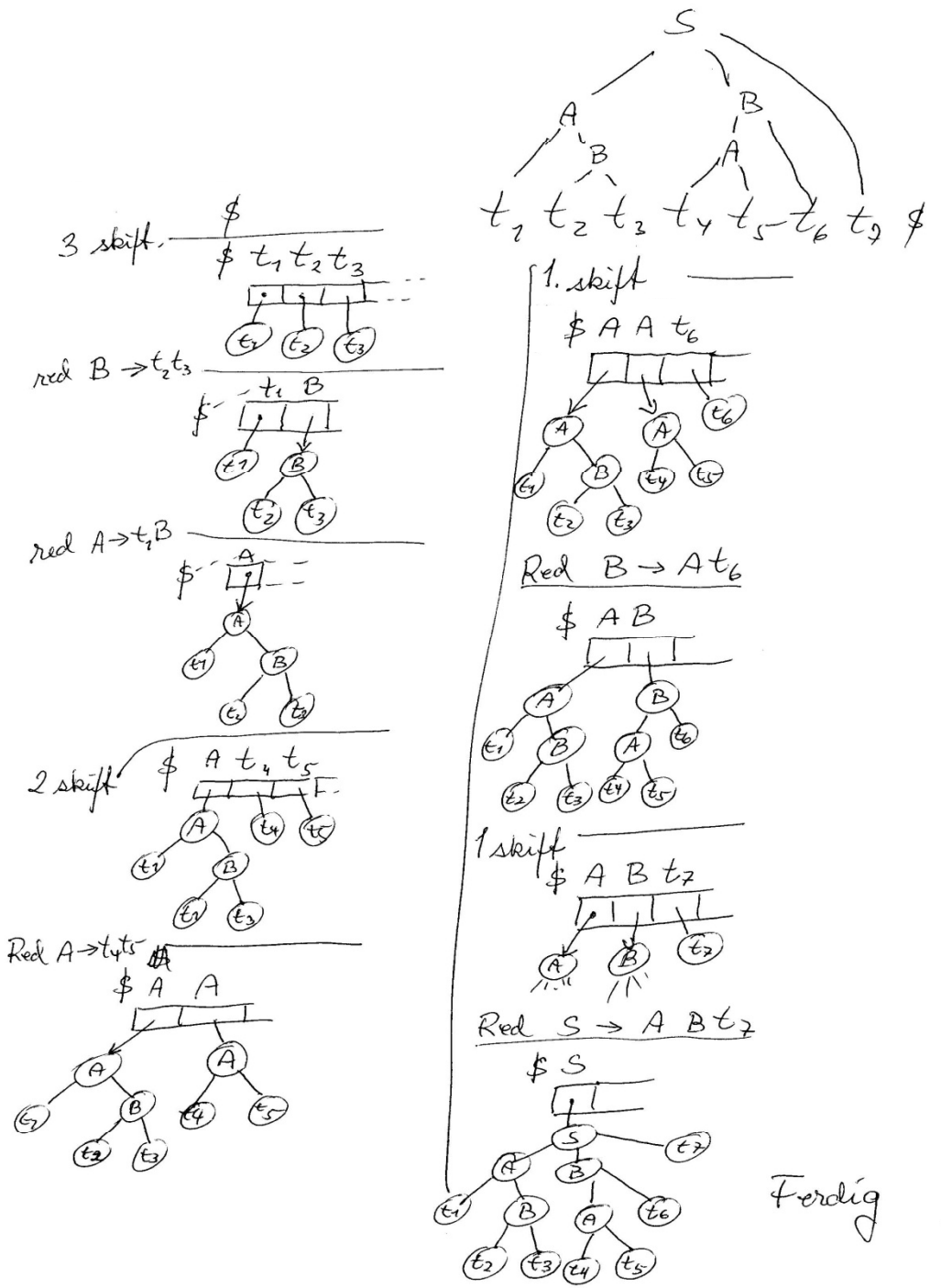
Ved skift:

Man skifter, og lager en ny node for den innkommende terminalen

Ved reduksjon:

Man lager en ny node for venstresiden i produksjonen og henger under denne det som lå tilsvaende høyresiden på stakken

Konklusjon: Etter hvert som man reduserer det tenkte treet dukker det opp igjen som et fysisk tre under stakken

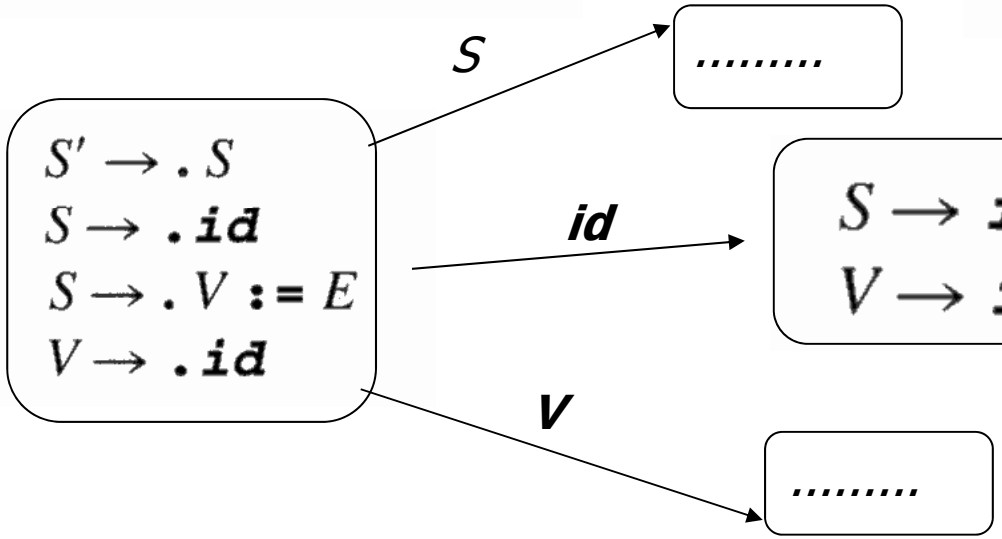


Grammatikk som ikke er SLR(1)

Men denne viser det seg vi kan løse ved å være nøyaktigere med "etterfølgermengder" i LR(0)-DFA'en *under konstruksjonen*

stmt → *call-stmt* | *assign-stmt*
call-stmt → **identifier**
assign-stmt → *var* **:=** *exp*
var → *var* **[** *exp* **]** | **identifier**
exp → *var* | **number**

$S \rightarrow \mathbf{id} \mid V \mathbf{:=} E$
$V \rightarrow \mathbf{id}$
$E \rightarrow V \mid \mathbf{n}$



Har har reduser/reduser-konflikt for input = $

	First	Follow
S	id	$
V	id	:=, $
E	Id, n	$

Oppgaver til INF 5110, kapittel 4, med svarforslag

Gjennomgås tirsdag 23. febr. 2010

Oppgave 1: Sjekk om grammatikken "S → (S) S | ε" er LL(1)

Oppgave 2: Gitt gram.: exp → exp **+** exp | **(**exp**)** | **if** exp **then** exp **else** exp | **var**

a) Lag en entydig grammatikk for dette språket, der + skal være venstreassosiativ, og der "if x then y else z+u" skal bety "if x then y else (z+u)".

b) Hvorfor får vi ikke noe "dangling else"-problem her?

Oppgave 3 (Mye repetisjon. Blir ikke fullt gjennomgått, man fullt svarforslag gis på foiler):

Gitt gram.: exp → exp op exp | (exp) | **num**
op → + | - | * | / | ** | < | =

a) Grammatikken over er opplagt flertydig. Lag en *entydig* grammatikk for språket ut fra at følgende tilleggsregler:

   ** (opphøying) har presedens 3 (høyest) og er høyre-assossiativ
   * og / har presedens 2, og er venstre-assosiaiv
   + og - har presedens 1 og er venstre-assosiativ
   < og = har presedens 0, og er ikke-assosiativ

b) Se på grammatikken du fant under a), og skriv et syntaksdiagram (med løkker der det passer) for hver ikke-terminal. Del opp "op"- terminalene på hensiktsmessig måte.

c) Lag recursive-descent prosedyrer for å sjekke programmet (med while-setninger der det passer) ut fra grammatikken fra b). Du kan bruke både "match(token)" og "getToken()" fra boka (som begge setter neste symbol inn i variablen "token").

d) Ut fra svaret på c), legg til trebyggings-setninger i prosedyren som behandler en sekvens av ** slik at treet får riktig høyre-assosiativ form.

e) Ta hele grammatikken fra a), og gjør den fri for venstreassosiativitet, og gjør all mulig venstrefaktorisering (men behold entydighet).

f) Sjekk om grammatikken fra e) er LL(1).

Oppgave 1

Sjekk om grammatikken "S → (S) S | ε" er LL(1)

	First	Follow
S	ε (	$)

Tabellen for valg av alternativ blir dermed:

	(	)	$
S	S →(S) S	S → ε	S → ε

Og denne tabellen er entydig, altså er den LL(1).

En recursive descent prosedyre kunne bli (ikke spurt om i oppgaven):

```
procedure S() {
    if token = "(" then {
        getToken();
        S();
        match( ")" );
        S();
    } else {
        // ingen ting
    }
}
```

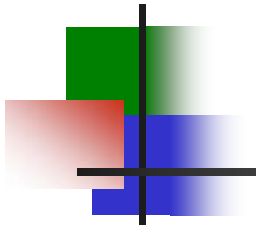
For interesserte:

Grammatikken: S → S (S) | ε
(som gir samme språk) er derimot *ikke* LL(1). Vi får her:

	First	Follow
S	ε (	$ ( )

Dermed blir det konflikt for "("

DESSUTEN er den altså venstrerekursiv, så vi kunne egentlig umiddelbart sagt at den ikke er LL(1)!



Oppgave 2

Oppgave: Gitt gram.: exp → exp **+** exp | **(**exp**)** | **if** exp **then** exp **else** exp | **var**

a) Lag en entydig grammatikk for dette språket, der + skal være venstreassosiativ, og der "if x then y else z+u" skal bety "if x then y else (z+u)".

exp → exp + exp1 | exp1
exp1 → if exp then exp else exp | (exp) | **var**

Denne *er* entydig (den er SLR(1), som vi kommer til). Merk at vi f.eks. kan ha setningen:
a + b + if c then d else e + f. Denne vil bli tolket slik:
(a + b) + (if c then d else (e + f)).
Setningen:
(a + b) + (if c then d else (if g then h else (e + f))) får den betydningen som angitt om den skrives helt uten parenteser.

b) Hvorfor får vi ikke noe "dangling else"-problem her?

Det kommer av at det ikke er noe tvil om det skal være med en *else* eller ikke til en *if-then*. Det skal *alltid* være med en else!

Oppgave 3a

Gitt grammatikken: exp → exp op exp | (exp) | **num**
op → + | - | * | / | ** | < | =

a) Grammatikken over er opplagt flertydig. Lag en entydig grammatikk for språket ut fra at følgende tilleggsregler:

** (opphøying) har presedens 3 (høyest) og er høyre-assossiativ
* og / har presedens 2, og er venstre-assosiaiv
+ og - har presedens 1 og er venstre-assosiativ
< og = har presedens 0, og er ikke-assosiativ

Svarforslag:

Vi må lage en ny ikke-terminal for hvert presedens-nivå. Vi velger fra laveste til høyeste:

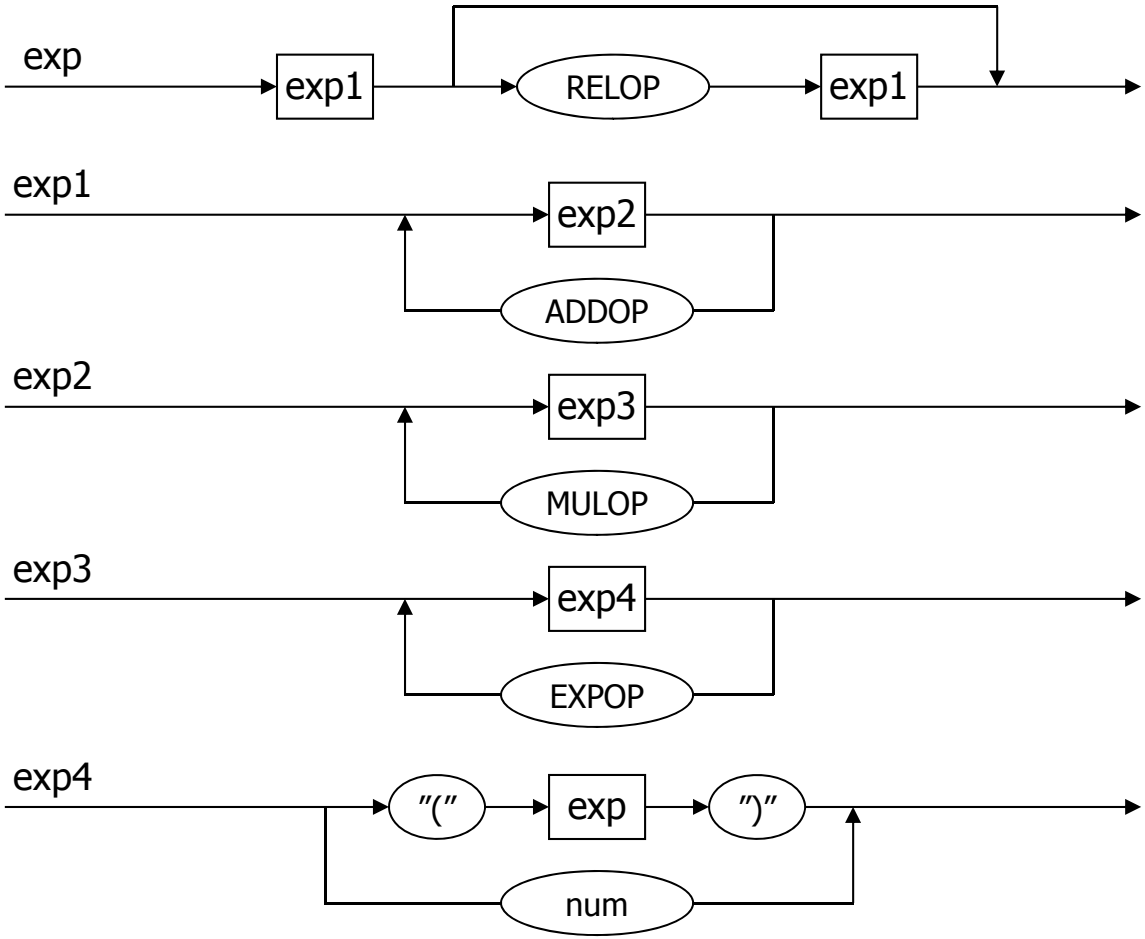
exp	som den er i oppgaven	
exp1	for operander foran og bak < og =	
exp2	for operander mellom, foran og bak + og –	(term)
exp3	for operander mellom, foran og bak * og /	(faktor)
exp4	for operander mellom, foran og bak **	(opphøying)

Grammatikken blir:

exp → exp1 RELOP exp1 | exp1	RELOP dekker < og =, men kommer som samme token
exp1 → exp1 ADDOP exp2 | exp2	Tilsvarende for + og -
exp2 → exp2 MULOP exp3 | exp3	Tilsvarende for * og /
exp3 → exp4 EXPOP exp3 | exp4	Tilsvarende, men snudd, for **
exp4 → (exp) | **num**	

Oppgave 3b

Oppgaven: Se på grammatikken du fant under a), og skriv et syntaksdiagram (med løkker der det passer) for hver ikke-terminal. Del opp ”op”- terminalene på hensiktsmessig måte.



Merk:
Assosiativitet kommer ikke fram her. Det må eventuelt legges inn i trebyggingen i spørsmål d)

Oppgave 3c

c) **Oppgaven:** Lag recursive-descent prosedyrer for å sjekke programmet (med while-setninger der det passer) ut fra grammatikken fra b). Du kan bruke både "match(token)" og "getToken()" fra boka (som begge setter neste symbol inn i variablen "token").

```
procedure exp( ) {
    exp1( );
    if token = RELOP then {
        getToken( )
        exp1( );
    }
}

procedure exp1( ) {
    exp2;
    while token = ADDOP do {
        getToken( );
        exp2( );
    }
}
```

Både exp2 og exp3 blir helt tilsvarende til exp1( )

```
procedure exp4( ) {
    if token = LPAR then {
        getToken( );
        expr( );
        match( RPAR )
    } else {
        match( NUM );
    }
}
```

Om "exp" er det faktisk **ytterste** startsymbolet (som ofte heter "program"), så legger man gjerne på en ytterste rec.descent-prosedyre som får det hele riktig i gang, og som sjekker at det ikke er noe grums **etter** programmet. Den kan f.eks. være slik:

```
procedure expression( ) {
    getToken( );
    exp( );
    if token != "$" then {error("grums etter
                                    uttrykket");}
}
```

Oppgave 3d (se alternativ løsning på neste foil)

NB: Det var noe feil på denne foilen i det som er delt ut tidligere! Er rettet her og i de endelige foiler som legges ut.

Oppgaven: Ut fra svaret på c), legg til trebyggings-setninger i prosedyren som behandler en sekvens av **, slik at treet får riktig høyre-assosiativ form.

a ** b ** c

```
procedure exp3(): TreeNode {
   TreeNode  oldRight, curRight, newRight,  newOp;

   curRight = exp4();  root = curRight;  oldRight = null;
   while token = EXPOP do {
       getToken();
       newRight = exp4();
       newOp = new OpNode("**");  newOp.right = newRight;
       if  (oldRight == null) {
           newOp.left= curRight ; root = newOp;
       } else {
           newOp.left = oldRight.right ; oldRight.right = newOp;
       }
       oldRight = newOp; curRight = newRight;
   }
   return root;
}
```

oldRight == null

Før while-setn: a ← curRight og root

** ← oldRight og root

a b ← curRight

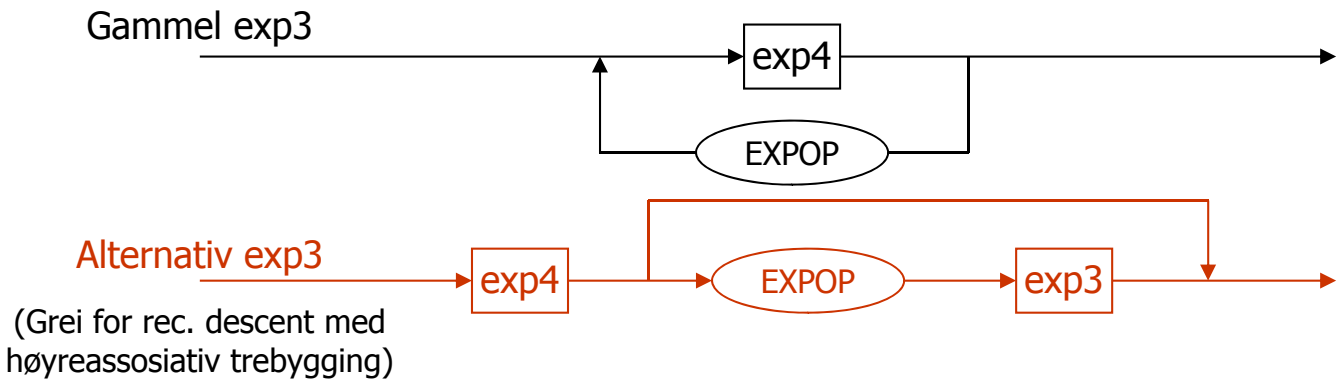
** ← root

a ** ← oldRight

b c ← curRight

newRight og newOP er alltid ute av bruk mellom iterasjonene

Oppgave 3d alternativ løsning



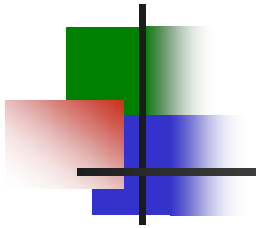
Over er angitt et alternativt syntaksdiagram for exp3. Dette kan gi en rec. desc. prosedyre, med greiere høyreassoiativ trebygging. Det kan være slik:

Uten trebygging:

```
procedure exp3() {
    exp4;
    if token = EXPOP then {
        getToken();
        exp3();
    }
}
```

Med trebygging:

```
procedure exp3(): TreeNode {
    TreeNode root; OpNode opNode;
    root = exp(4);
    if token = EXPOP then {
      getToken();
      newRight = exp3();
      root = new OpNode("**", root,
                        newRight);
    }
    return root;
}
```



Oppgave 3e

e) Ta hele grammatikken fra a), og gjør den fri for venstreassosiativitet, og gjør all mulig venstrefaktorisering (men behold entydighet).

exp → exp1 RELOP exp1 | exp1	RELOP dekker < og =, men er samme token
exp1 → exp1 ADDOP exp2 | exp2	Tilsvarende for + og -
exp2 → exp2 MULOP exp3 | exp3	Tilsvarende for * og /
exp3 → exp4 EXPOP exp3 | exp4	Tilsvarende for **
exp4 → (exp) | **num**	

exp → exp1 expx
expx → RELOP exp1 | ε
exp1 → exp2 exp1x
exp1x → ADDOP exp2 exp1x | ε
exp2 → exp3 exp2x
exp2x → MULOP exp3 exp2x | ε
exp3 → exp4 exp3x
exp3x → EXPOP exp3 | ε
exp4 → (exp) | **num**

At vi faktisk beholder entydighet er ikke uten videre greit å se, men det blir klart i oppgave **f)**, siden vi der finner at grammatikken er LL(1). Alle grammatikker som er LL(1) er entydige.

Oppgave 3f

f) Sjekk om grammatikken fra e) er LL(1). Vi beregner først First og Follow (Fi og Fo). FiU er Fi uten ε. Regner her RELOP, ADOP, MULOP og EXPOP som teminal-symboler. Vi gjentar de røde aksjonene til det stabiliserer seg.

exp → exp1 expx	Legger Fo(exp) inn i Fo(expx) og inn i Fo(exp1). Legger FiU(expx) inn i Fo(exp1)
expx → RELOP exp1 | ε	Legger Fo(expx) inn i Fo(exp1). Legger RELOP inn i Fi(expx)
exp1 → exp2 exp1x	Legger Fo(exp1) inn i Fo(exp1x) og inn i Fo(exp2). Legger FiU(exp1x) inn i Fo(exp2)
exp1x → ADDOP exp2 exp1x | ε	Legger Fo(exp1x) inn i Fo(exp2). Legger FiU(exp1x) inn i Fo(exp2). Legger ADDOP inn i Fi(exp1x)
exp2 → exp3 exp2x	Legger Fo(exp2) inn i Fo(exp2x) og inn i Fo(exp3). Legger FiU(exp2x) inn i Fo(exp3)
exp2x → MULOP exp3 exp2x | ε	Legger Fo(exp2x) inn i Fo(exp3). Legger FiU(exp2x) inn i Fo(exp3) Legger MULOP inn i Fi(exp2x)
exp3 → exp4 exp3x	Legger Fo(exp3) inn i Fo(exp3x) og inn i Fo(exp4). Legger FiU(exp3x) inn i Fo(exp4)
exp3x → EXPOP exp3 | ε	Legger Fo(exp3x) inn i Fo(exp3). Legger EXPOP inn i Fi(exp3x)
exp4 → (exp) | **num**	Legger ")" inn i Fo(exp). Legger "(" og **num** inn i Fi(exp4)

	First	**Follow**
exp	num (	$)
expx	ε RELOP	$)
exp1	num (	$) RELOP
exp1x	ε ADDOP	$) RELOP
exp2	num (	$) RELOP ADDOP
exp2x	ε MULOP	$) RELOP ADDOP
exp3	num (	$) RELOP ADDOP MULOP
Exp3x	ε EXPOP	$) RELOP ADDOP MULOP
exp4	num (	$) RELOP MULOP ADDOP EXPOP

Legger først $ inn i Follow(exp) (siden exp er startsymbolet)

	RELOP	**ADDOP**	**MULOP**	**EXPOP**	**num**	**(**	**)**	**$**
exp					exp1 expx	exp1 expx		
expx	RELOP exp1						ε	ε
exp1					exp2 exp1x	exp2 exp1x		
exp1x	ε	ADDOP exp2 exp1x					ε	ε
exp2					exp3 exp2x	exp3 exp2x		
exp2x	ε	ε	MULOP exp3 exp2x				ε	ε
exp3					exp4 exp3x	exp4 exp3x		
exp3x	ε	ε	ε	EXPOP exp3			ε	ε
exp4					num	(exp)		

Dermed, siden det ikke er konflikter: Den er LL(1)! Og videre: Dermed også entydig.