Tautologier

	P	Q	(P & Q)	-> Q
0)	T	T	T	T
1)	T	F	F	T
2)	F	T	F	T
3)	F	F	F	T

	P	Q	((P & Q)	&	!P)	-> Q
0)	T	T	T	F	F	T
1)	T	F	F	F	F	T
2)	F	T	F	F	T	T
3)	F	F	F	F	T	T

	P	Q	(P v Q)	v	!(	P & Q)
0)	T	T	T	T	F	T
1)	T	F	T	T	T	F
2)	F	T	T	T	T	F
3)	F	F	F	T	T	F

En tautologi er et utsagn som alltid er sant, det vil si som har T i hver linje av sannhetsverditabellen.

Utsagnslogisk/Tautologisk konsekvens

	P	Q	P & !Q		P v (P & !Q)		
			&	!Q	v	&	!Q
0)	T	T	F	F	T	F	F
1)	T	F	T	T	T	T	T
2)	F	T	F	F	F	F	F
3)	F	F	F	T	F	F	T

	P	Q	P & (P -> Q)		P & Q
			&	->	&
0)	T	T	T	T	T
1)	T	F	F	F	F
2)	F	T	F	T	F
3)	F	F	F	T	F

T

T

	P	Q	(P & !Q) -> (P v (P & !Q))					
			&	!Q	->	v	&	!Q
0)	T	T	F	F	T	T	F	F
1)	T	F	T	T	T	T	T	T
2)	F	T	F	F	T	F	F	F
3)	F	F	F	T	T	F	F	T

	P	Q	(P & (P -> Q)) -> (P & Q)			
			&	->	->	&
0)	T	T	T	T	T	T
1)	T	F	F	F	T	F
2)	F	T	F	T	T	F
3)	F	F	F	T	T	F

Et utsagn B er en tautologisk konsekvens av et utsagn A hvis og bare hvis B alltid er sann når A er sann. (Altså hviss B er sann i alle linjer der A er sann.).

Altså: B er en tautologisk konsekvens av A hvis og bare hvis (A $\rightarrow$ B) er en tautologi.

Biimplikasjon/Biconditional $\leftrightarrow$

$(A \leftrightarrow B)$ har samme sannhetsverditabell

som $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A))$

A	B	A <=> B
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

A	B	(A => B)	&	(B => A)
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

"hvis og bare hvis" (forkortet hviss) oversettes med $\leftrightarrow$

Oversettelse

Jeg spiser det bare hvis det er godt

jeg spiser det $\rightarrow$ det er godt

Jeg er kresen

Jeg spiser det hvis det er godt

jeg spiser det $\leftarrow$ det er godt

det er godt $\rightarrow$ jeg spiser det

Jeg er glupsk

Jeg spiser det hvis og bare hvis det er godt

jeg spiser det $\leftrightarrow$ det er godt

Jeg spiser det hviss det er godt

I eat it iff it is good

Jeg er glupsk men kresen

(Utsagnslogisk/Tautologisk) ekvivalens

T

P	Q	P &	(P -> Q)	P & Q
T	T	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	F	T	F
F	F	F	T	F

T

P	Q	(P &	(P -> Q))	<->	(P & Q)
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	T	T	F

To utsagn A og B er (tautologisk) ekvivalente hvis (og bare hvis) de alltid har samme sannhetsverdi
(er sanne i de samme linjene av sannhetsverditabellen)

Altså: A og B er en tautologisk ekvivalente hvis og bare hvis (A $\leftrightarrow$B) er en tautologi.

Ekvivalens

Vi skriver $A \equiv B$ hvis A og B er ekvivalente

Eksempler:

$$((A \vee B) \wedge C) \equiv ((A \wedge C) \vee (B \wedge C))$$

$$((A \vee B) \vee C) \equiv (A \vee (B \vee C))$$

$$((A \wedge B) \wedge C) \equiv ((A \wedge (B \wedge C))$$

$$\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$$

Mengder

Mengder med samme elementer er like:

Elementer er ikke ordnet:

$\{1,2,3\} = \{3,1,2\}$

Antall forekomster telles ikke:

$\{1,1,2,3,3,3\} = \{1,2,3\}$

Element og delmengde

$$3 \in \{1,3,5\}$$

$$\{\ 3\ \} \subset \{1,3,5\}$$

$$\{1,3\} \subset \{1,3,5\}$$

$$\{1,3,5\} \subset \{1,3,5\}$$

OBS: $\subset$ brukes mange (de fleste…) steder for å angi såkalt *ekte delmengde*. For delmengde bruker man da symbolet $\subseteq$

Mengder kan inneholde mengder

$$\{1,2,3\} \in \{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$$

Vi kan også ha blandete mengder:

$$\{1,2\} \in \{1,2,\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$$

$$\{1,2\} \subset \{1,2,\emptyset,\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$$

Mengdeoperasjoner og “regneregler”

Snitt $\cap$

Union $\cup$

Komplement '

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

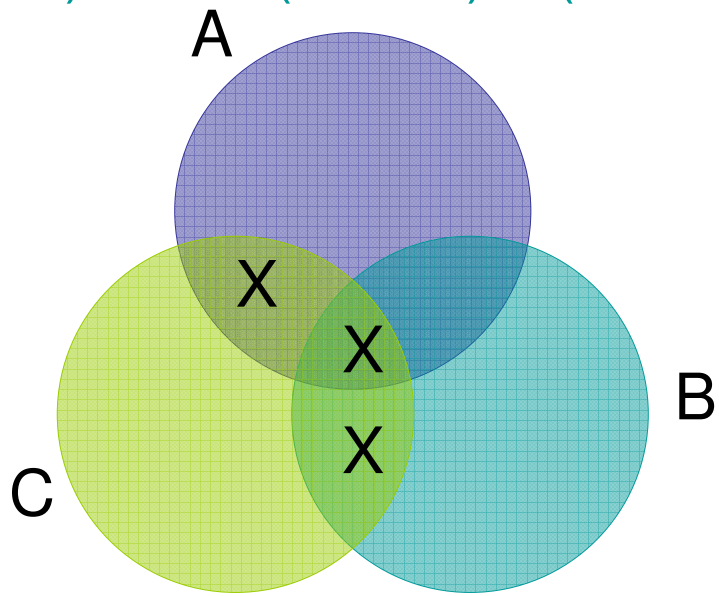
$(A \cap B) \cap C = (A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B)' = (A' \cap B')$

etc.

Venn-diagram

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$



Regneregler vs. ekvivalenser

$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$((A \vee B) \wedge C) \equiv ((A \wedge C) \vee (B \wedge C))$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$((A \vee B) \vee C) \equiv (A \vee (B \vee C))$

$(A \cap B) \cap C = (A \cap (B \cap C)$

$((A \wedge B) \wedge C) \equiv ((A \wedge (B \wedge C))$

$(A \cup B)' = (A' \cap B')$

$\neg(A \vee B) \equiv (\neg A \wedge \neg B)$

”Mengdebygger”

$\{x \mid x$ er sånn&sånn$\}$ = mengden av ting som er sånn&sånn

Eksempler

$\{x \mid x \subset \{1,2\}\} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

$\{x \mid x = 1 \vee x = 2\} = \{1,2\}$

$\{x \mid x \in A \vee x \in B\} = A \cup B$

Utvidet ”Mengdebygger”

$\{ \boxed{x + 1} \mid x \in \{1,3,6,8\}\} = \{2,4,7,9\}$

$\{ x + y \mid x \in \{1,3,6,8\} \ \& \ y \in \{1,2\}\} = \{2,3,4,5,7,8,9,10\}$

$$\begin{aligned}\{ x + y \mid x \in \{1,3,6,8\} \ \& \ y \in \{1,4\}\} &= \{2,5,4,7,7,10,9,12\} \\ &= \{2,4,5,7,7,9,10,12\} \\ &= \{2,4,5,7,9,10,12\}\end{aligned}$$

Flere begreper denne uken

Strenger over alfabet A Den tomme strengen Λ Konkatenering av strenger	**Tuppel**/sekvens vs. mengde Kartesisk produkt av mengder Aritet av **relasjon** Graf og digraf
Språk over alfabet A Produkt LM av språk L og M L^* L^+ L^0, L^1, L^2, L^3, etc.	**Funksjoner** Argument, verdi Domene, kodomene Bilde(image) av mengde Aritet av funksjon Funksjoner vs. relasjoner Eksempel: Sannhetsfunksjoner

Mengder versus sekvenser

$\{2,5,4,7,7,10,9,12\} = \{2,4,5,7,7,9,10,12\} = \{2,4,5,7,9,10,12\}$

$(2,5,4,7,7,10,9,12) \neq (2,4,5,7,7,9,10,12) \neq (2,4,5,7,9,10,12)$

Altså: Antall og plassering teller

Sekvens av lengde 2 kalles (ordnet) par

$(2,5) \quad (5,2) \quad (2,2)$

Flere begreper denne uken

Strenger over alfabet A Den tomme strengen Λ Konkatenering av strenger	**Tuppel**/sekvens vs. mengde Kartesisk produkt av mengder Aritet av **relasjon** Graf og digraf
Språk over alfabet A Produkt LM av språk L og M L^* $L+$ L^0, L^1, L^2, L^3, etc.	**Funksjoner** Argument, verdi Domene, kodomene Bilde(image) av mengde Aritet av funksjon Funksjoner vs. relasjoner Eksempel: Sannhetsfunksjoner

Kartesisk produkt, $\times$

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \ \& \ y \in B\}$$

(dette er definisjonen av kartesisk produkt)

Eksempler:

$$\{1,3,6,8\} \times \{1,4\} = \{(1,1),(1,4),(3,1),(3,4),(6,1),(6,4),(8,1),(8,4)\}$$

Flere begreper denne uken

Strenger over alfabet A Den tomme strengen Λ Konkatenering av strenger	**Tuppel**/sekvens vs. mengde Kartesisk produkt av mengder Aritet av **relasjon** Graf og digraf
Språk over alfabet A Produkt LM av språk L og M L^* L+ L^0, L^1, L^2, L^3, etc.	**Funksjoner** Argument, verdi Domene, kodomene Bilde(image) av mengde Aritet av funksjon Funksjoner vs. relasjoner Eksempel: Sannhetsfunksjoner

Eksempel: Alfabet A = {a,b,c}

Fra dette kan vi lage strengene

Λ

a b c

aa ab ac ba bb bc ca cb cc

aaa aab aac aba abb abc aca acb acc baa bab ba

aaaa aaab aaac aaba aabb aabc aaca aacb aacc

aaaaa aaaab aaaac aaaba aaabb aaabc aaaca a

aaaaaa aaaaab aaaaac aaaaba aaaabb aaaabc a

osv.

osv.

Konkatenering av strenger

$ab \cdot bc = abbc$

$abbc \cdot \Lambda = abb \cdot c = ab \cdot bc = abb \cdot c = abbc \cdot \Lambda = abbc$