UNIVERSITETET I OSLO
DET MATEMATISK-NATURVITENSKAPELIGE FAKULTET

Dagens tema

- Flyt-tall
  - Oppbygning
  - IEEE 754
  - Programmering med flyt-tall
- Selvmodifiserende kode
  - Core War

INF1070

Flyt-tall

Tall med desimalkomma kan skrives på mange måter:

$$8\ 388\ 708{,}0$$

$$8{,}388708 \cdot 10^6$$

$$8{,}39 \cdot 10^6$$

De to siste $(\pm M \cdot G^E)$ er såkalte **flyt-tall** og består av

- Mantisse («significand») (M).
- Grunntall («radix») (G).
- Eksponent (E).
- Fortegn.

Her lagrer man *selve tallet* og *størrelsen* hver for seg.

Fordelen er at man alltid har like mange tellende sifre.

INF1070

Representasjon av mantissen

En desimalbrøk:

$$3{,}14159265$$

har **desimaler**.

En binærbrøk:

$$11{,}0010010$$

har **binærer**. Brøken tolkes slik:

2	1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$
↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
1	1	,	0	0	1	0	0	1	0

Resultatet er

$$2^1 + 2^0 + 2^{-3} + 2^{-6} = 2 + 1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} \approx 3{,}1406$$

INF1070

En **normalisert** mantisse er en binærbrøk med følgende egenskap:

$$1 \le M < G$$

For binær representasjon innebærer dette at

$$1 \le M < 2$$

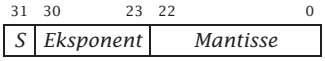
Binæren foran binær-kommaet vil altså alltid være **1** (med mindre hele tallet er 0).

Eksponenten
Eksponenten lagres normalt med et fast tillegg slik at vi alltid får et positivt tall.

Grunntallet
Grunntallet er nesten alltid 2. Blir ikke lagret.

INF1070

Standarden IEEE 754 for 32-bits flyt-tall



S er fortegnet; 0 for positivt, 1 for negativt.

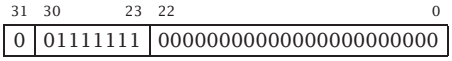
Grunntallet er 2.

Eksponenten er på 8 bit og lagres med fast tillegg 127.

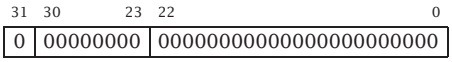
Mantissen er helst normalisert og på 24 bit, men kun de 23 etter binærkommaet lagres.

INF1070

Hvorledes lagres 1,0?
$1{,}0_{10} = 1{,}0_2$ som er normalisert.
Eksponent er 0+127=127=1111111_2.
Fortegnet er 0.



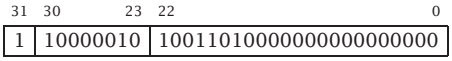
Hvordan lagres 0?
Som spesialkonvensjon er 0 representert av kun 0-bit:



Hvorledes lagres -12,8125?
$12{,}8125_{10} = 1100{,}1101_2 = 1{,}1001101_2 \times 2^3$

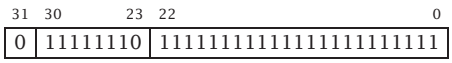
Eksponent er 3+127=130=10000010_2.

Fortegnet er 1.



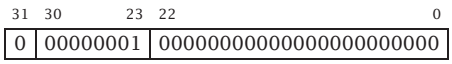
INF1070

Største tall



omtrent $2^{254-127} \times 2 \approx 3{,}4 \cdot 10^{38}$.
(Eksponenten 0 er reservert for tallet 0, eksponenten 255 for **NAN**, «*not a number*».)

Minste normaliserte positive tall

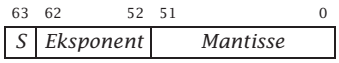


omtrent $2^{1-127} \times 1 \approx 1{,}2 \cdot 10^{-38}$.

Nøyaktighet
Mantissen er på 24 bit, og $2^{24} \approx 1{,}7 \cdot 10^7$.
Dette gir 7 desimale sifre.

INF1070

Standarden IEEE 754 for 64-bits flyt-tall



Endringer:

- Eksponenten er økt fra 8 til 11 bit. Lagres med fast tillegg 1023.
- Mantissen er økt fra 24 til 53 bit. Øverste bit lagres stadig ikke.

Største tall
Det største tallet som kan lagres, finner vi utfra formelen

$$2^{(2^{11}-2)-1023} \times 2 = 2^{1023} \times 2 \approx 1{,}8 \cdot 10^{308}$$

Minste positive normaliserte tall

$$2^{1-1023} \times 1 = 2^{-1022} \times 1 \approx 2{,}2 \cdot 10^{-308}$$

Nøyaktighet
Mantissen er på 53 bit, og $2^{53} \approx 9{,}0 \cdot 10^{15}$.
Dette gir nesten 16 desimale sifre.

INF1070

Flyt-tall er vanskelige

Flyt-tall er oftest bare en tilnærmet verdi; dette kan lett gi uventede feil.

```
#include <stdio.h>

int main (void)
{
  float v1 = 1.1, vd, v2, vx, fmul = 10.0;
  int i;

  for (i = 1;  i <= 8;  ++i) {
    vd = 1.0/fmul;  v2 = v1+vd;  vx = (v2-v1);
    printf("%f %f %f\n", v1, v2, vx*fmul);
    fmul = fmul*10.0;
  }
  return 0;
}
```

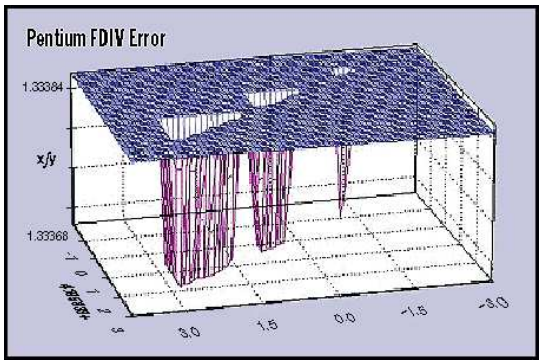
gir følgende resultat:

```
1.100000 1.200000 1.000000
1.100000 1.110000 0.999999
1.100000 1.101000 1.000047
1.100000 1.100100 1.000166
1.100000 1.100010 1.001358
1.100000 1.100001 0.953674
1.100000 1.100000 1.192093
1.100000 1.100000 0.000000
```

INF1070

Et annet eksempel

I 1994 kom Intel Pentium. Den hadde en ny algoritme med tabelloppslag som skulle forbedre ytelsen til det 3-dobbelte for flyt-tallsdivisjon. Dessverre ble 5 av 1066 verdier i tabellen uteglemt, og dette ga av og til en feil i 6. desimal:



INF1070

En designsvakhet i Intel Pentium?

Dette lille programmet kjører på 1,59 s på en Intel Pentium 4 med 2,60GHz:

```
#include <stdio.h>

int main (void)
{
  long ia;
  float xa = 1.0E-30, xb;

  printf("Test %g / 10.0\n", xa);
  for (ia = 0;  ia < 100000000;  ++ia) {
    xb = xa / 10.0;
  }

}
```

mens dette bruker 58,22 s:

```
#include <stdio.h>

int main (void)
{
  long ia;
  float xa = 1.0E-38, xb;

  printf("Test %g / 10.0\n", xa);
  for (ia = 0;  ia < 100000000;  ++ia) {
    xb = xa / 10.0;
  }

}
```

Jeg vil kalle dette en designsvakhet i Intel Pentium.

INF1070

Å regne med flyt-tall

X86 har en egen flyt-tallsprosessor x87:

- Den har egne instruksjoner.
- Den har egne registre **ST(0)**–**ST(7)** som brukes som en stakk; de inneholder double-verdier.†

  ST(0) (ofte bare kalt **ST**) er toppen.
- Den har egne flagg **C0**–**C5**.
- Parametre overføres på stakken (som vanlig).
- Returverdi fra funksjon legges i **ST(0)**.

† Egentlig lagrer de 80-bits flyt-tall på et eget format.

INF1070

Konvertering

X87 kan konvertere mellom heltall og flyt-tall:

```
        filds   ivar    # Dytter short var på stakken.
        fildl   ivar    # Dytter long var på stakken.
        fildq   ivar    # Dytter long long var på stokken.

        fists   ivar    # Skriver ST(0) til var som short
        fistl   ivar    # Skriver ST(0) til var som long
        fistps  ivar    # Popper stakken til var som short
        fistpl  ivar    # Popper stakken til var som long
        fistpq  ivar    # Popper stakken til var som long long
```

Fortegnsoperasjoner

```
        fabs            # Gjør ST(0) positivt
        fchs            # Snu fortegnet på ST(0)
```

INF1070

Konstanter

```
        fldz            # Dytter 0.0 på stakken.
        fld1            # Dytter 1.0 på stakken.
```

Lese fra minnet

```
        flds    var     # Dytter float var på stakken
        fldl    var     # Dytter double var på stakken
        fld     st1     # Dytter kopi av ST(x) på stakken
```

Skrive til minnet

```
        fsts    var     # Skriver ST(0) til var som float
        fstl    var     # Skriver ST(0) til var som double
        fst     st4     # Kopierer ST(0) til ST(x)

        fstps   var     # Som instruksjonene over,
        fstpl   var     # men popper stakken etterpå.
        fstp    st5     #
```

INF1070

Aritmetiske operasjoner

```
        fadds   var     # ST(0) += float var
        faddl   var     # ST(0) += double var
        fadd    st4     # ST(0) += ST(x)
        faddp           # ST(1) += ST(0) ; popp
        fiadds  ivar    # ST(0) += short ivar
        fiaddl  ivar    # ST(0) += long ivar
```

Tilsvarende operasjoner finnes for subtraksjon, multiplikasjon og divisjon:

```
        fsubs   var     # ST(0) -= float var
        fmuls   var     # ST(0) *= float var
        fdivs   var     # ST(0) /= float var
```

INF1070

Sammenligninger

```
        ftst            # Sammenlign ST(0) med 0.0
        fcoms   ivar    # Sammenlign ST(0) med short var
        fcoml   ivar    # Sammenlign ST(0) med long var
        fcom    st7     # Sammenlign ST(0) med ST(x)
        fcom            # Sammenlign ST(0) med ST(1)
        fcomps  ivar    # Som de over,
        fcompl  ivar    # men popper etterpå.
        fcomp   st7     #
        fcomp           #
        fcompp          # Som fcom men popper to ganger
```

Resultatet havner i flaggene:

C(3) = 1 om ST(0) = *op*

C(0) = 1 om ST(0) < *op*

INF1070

Andre

Det finnes dusinvis av andre instruksjoner, som

```
        fsqrt           # ST(0) = sqrt(ST(0))
        fyl2xp1         # ST(1) = ST(1)*log2(ST(0)+1.0) ;  popp
```

INF1070

Dessverre finnes ingen hopp som sjekker disse flaggene, men vi kan flytte dem over til x86 og teste der. Da havner C(3) i **Z**-flagget og C(0) i **C**-flagget.

```
.globl fnotzero
# Navn:         fnotzero.
# Synopsis:     Returnerer x, eller 1.0 om x er null.
# C-signatur:   float fnotzero (float x).

fnotzero:
        pushl   %ebp            # Standard
        movl    %esp,%ebp       # funksjonsstart.

        flds    8(%ebp)         # Dytt x på x87-stakken.
        ftst                    # Test mot 0.0.
        fstsw   %eax            # Overfør x87-flaggene til EAX
        sahf                    # og derfra til x86-flaggene.
        jnz     fn_xit          # Om x er null,
        fstp    %st             #   popp x og
        fld1                    #   dytt 1.0 på x87-stakken.

fn_xit: popl    %ebp            #
        ret                     # return SP(0).
```

INF1070

Bit-mønstre

Husk:

***Alt som finnes i datamaskinen er* bit-mønstre!**

Det er opp til programmereren å la datamaskinen tolke dem på riktig måte.

Eksempel

En byte med innholdet 195 = 0xCE kan være

- Verdien 195
- Verdien −61
- En del av et 16-bits, 32-bits eller 64-bit heltall (med eller uten fortegns-bit)
- En del av et 32-bits eller 64-bits flyt-tall
- Tegnet Ã
- En del av en tekst
- Instruksjonen ret
- En del av en fler-bytes instruksjon

for ikke å snakke om alle mulige typer data håndtert av et program.

INF1070

Selvmodifiserende kode

Når programkode lagres som bit-mønstre, kan man da la programmet endre på seg selv?

```
 1                      .globl teller
 2                              .data
 3 0000 55              teller: pushl   %ebp
 4 0001 89E5                    movl    %esp,%ebp
 5
 6 0003 B8010000                movl    $1,%eax
        00
 7 0008 83050400                addl    $1,teller+4
        000001
 8
 9 000f 5D                      popl    %ebp
10 0010 C3                      ret
```

Denne funksjonen returnerer 1 første gang den kalles. Samtidig endres instruksjonen slik at den vil gi 2 neste gang den utføres.

- Koden er plassert i .data for å kunne endres.
- På noen maskiner vil det kunne bli rot med data- og instruksjons-cache.

INF1070

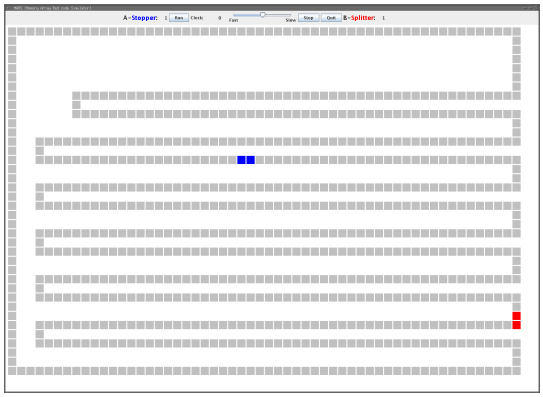
Core War

For å illustrere slevmodifiserende kode, skal vi bruke simulatoren/spillet *CoreWar*.

- Opprinnelig laget D G Jones og A K Dewdney i 1984.
- Kjent gjennom tre artikler av sistnevnte i *Scientific American*
- Voldsomt populært i de neste 10 årene med artikler og VM; i dag nesten glemt.
- Tre standarder: 86, 88 og 94. (Vi skal holde oss til 88.)

INF1070

CoreWar spilles på en idealisert datamaskin med 800 celler:



To spillere skriver hvert sitt lille assemblerprogram som plasseres tilfeldig i maskinen MARS.

INF1070

- Programmene bytter på å utføres.
- Det første som dør, har tapt. Et program dør når det prøver å gjøre noe ulovlig:
  - dividere med 0
  - prøve å utføre data som instruksjon.
- Spillet går ut på å vinne ved å
  - unngå å tabbe seg ut,
  - ødelegge motstanderens program og
  - forsvare seg mot motstanderens angrep.

Ekte datamaskiner?

CoreWar-maskinene og -koden ligner på ekte datamaskiner, men

- minnet er mye mindre.
- instruksjonssettet er mye mindre.
- vanlige datamaskiner skiller ikke på instruksjoner og data.

Og så er det ikke forskjell på store og små bokstaver.

INF1070

To små programmer

Ett minimalt program er **Blind** som ligger på filen Blind.red:

```
; The 'blind' program:
; (It just steps onto an illegal instruction!)

Blind   nop
        end     Blind
```

Det inneholder

❶ to kommentarlinjer

❷ en instruksjon NOP som ikke gjør noe

❸ et direktiv END som markerer slutten

Programmet **Static** blir bare stående på samme sted:

```
; The 'static' program:
; (It never moves!)

Static: jmp     Static
        end     Static
```

Kjøring

Siden hele lageret (unntatt de to programmene) er fyllt med data:

```
DAT #0
```

er Blind dømt til å tape.

INF1070

Det mest kjente CoreWar-programmet

Programmet Imp flytter seg selv til neste instruksjon:

```
; The famous 'imp´ program:

Imp     mov     Imp, Next
Next
        end     Imp
```

Hvordan er det mulig? Blir ikke adressen i instruksjon da gal?

I CoreWar skjer all adressering *relativt*, dvs at adresse 0 alltid er den instruksjonen som utføres. Imp kan derfor også skrives

```
; The famous 'imp´ program:

        mov     0, 1
```

INF1070

Hva skjer om en Imp tar igjen en Static?

Den vil skrive over koden til Static slik at Static bli en Imp.

INF1070

Hittil har vi ikke gjort noe for å vinne.

Programmet **Stopper** prøver å drepe en Imp ved å kaste DAT-er bak seg.

```
; Program 'stopper'
; (Tries to stop an Imp.)

Stopper mov     Next,Stopper-1
        jmp     Stopper
Next
        end     Stopper
```

(Instruksjonen MOV kopierer en celle til et annet sted.)

Dette kan gå bra, men ikke alltid.

INF1070

Instruksjonene i CoreWar

Alle instruksjonene (og DAT) består av fem felt:

Instruksjon	M_A	A-adresse	M_B	B-adresse

Modifikatoren M_x kan være

tom vanlig adresse

\# konstant

@ indirekte adressering (tilsvarer * i C)

< indirekte adressering med *dekrementering* (tilsvarer *--p i C)

INF1070

Instruksjonene i CoreWar
Her er *alle* instruksjonene i CoreWar88:

dat	data; ulovlig instruksjon
nop	gjør ingenting
mov	flytt data
add	+
sub	-
mul	×
div	÷
mod	% (finn rest ved divisjon)
jmp	hopp
jmz	hopp om $= 0$
jmn	hopp om $\neq 0$
djz	--; hopp så om $\neq 0$
seq	hopp over neste instr om $p_1 = p_2$
sne	hopp over neste instr om $p_1 \neq p_2$
slt	hopp over neste instr om $p_1 < p_2$
spl	splitt (tas neste forelesning)

INF1070

En bombekaster
Programmet **Dwarf** kaster DAT-er utover minnet:

```
; The ‘dwarf´
; (Throws bombs around.)

Data    dat     #0, #0
Dwarf   add     #4, Data
        mov     Data, @Data
        jmp     Dwarf
        end        Dwarf
```

Den vil ofte slå en Imp.

INF1070