

UiO : **Institutt for informatikk**

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

**INF1400**

**Tilstandsmaskin**



# Hovedpunkter

- Tilstandsmaskin
- Tilstandstabell
- Tilstandsdiagram
- Analyse av D-flip-flop tilstandsmaskin
- Reduksjon av antall tilstander
- Tilordning av tilstandskoder
- Designprosedyre for tilstandsmaskin basert på D flip-floper

# Tilstandsmaskin

- Engelsk: Finite State Machine
- Tilstandsmaskiner er en metode til å beskrive systemer med logisk og dynamisk (tidsmessig) oppførsel.
- Brukes mye innen:
  - Logiske/digitale styresystemer
  - Sanntidssystemer
  - Telekommunikasjon
  - Kompilatorteknikk
  - Digitalteknikk

# Tilstandsmaskin

Modellen av en tilstandsmaskin består av:

- En rekke tilstander
- Hendelser som endrer systemet fra en tilstand til en annen.
- Aksjoner som er et resultat av hendelser

# Tilstandsmaskin

En **tilstandsmaskin** er et **sekvensielt system** som gjennomløper et sett med **tilstander** styrt av verdiene på inngangssignalene

**Tilstanden** systemet befinner seg i, pluss evt. **inngangsverdier** bestemmer **utgangsverdiene**

Tilstandsmaskins-konseptet gir en **enkel** og **oversiktlig** måte å designe **avanserte system** på

# Sentrale begreper for tilstandsmaskin

## Tilstand:

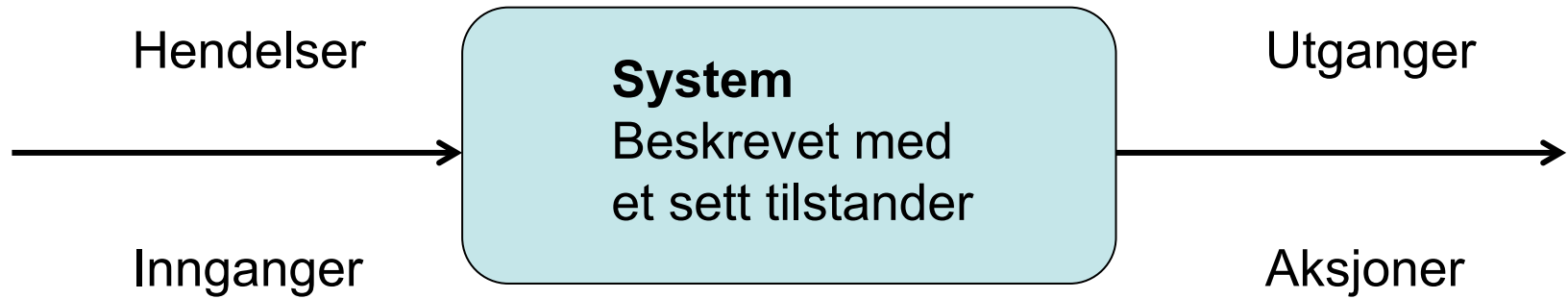
- er et begrep som benyttes til å beskrive systemets status / tilstand.
- er et verdsett/attributter som beskriver systemets egenskaper.

## Hendelser:

- er et begrep som benyttes om innganger/påvirkninger på systemet
- kan beskrives som en plutselig og kortvarig påvirkning av systemet.

## Aksjoner:

- er det som kommer ut av systemet. Det vil si resultatet
- er en respons på en hendelse

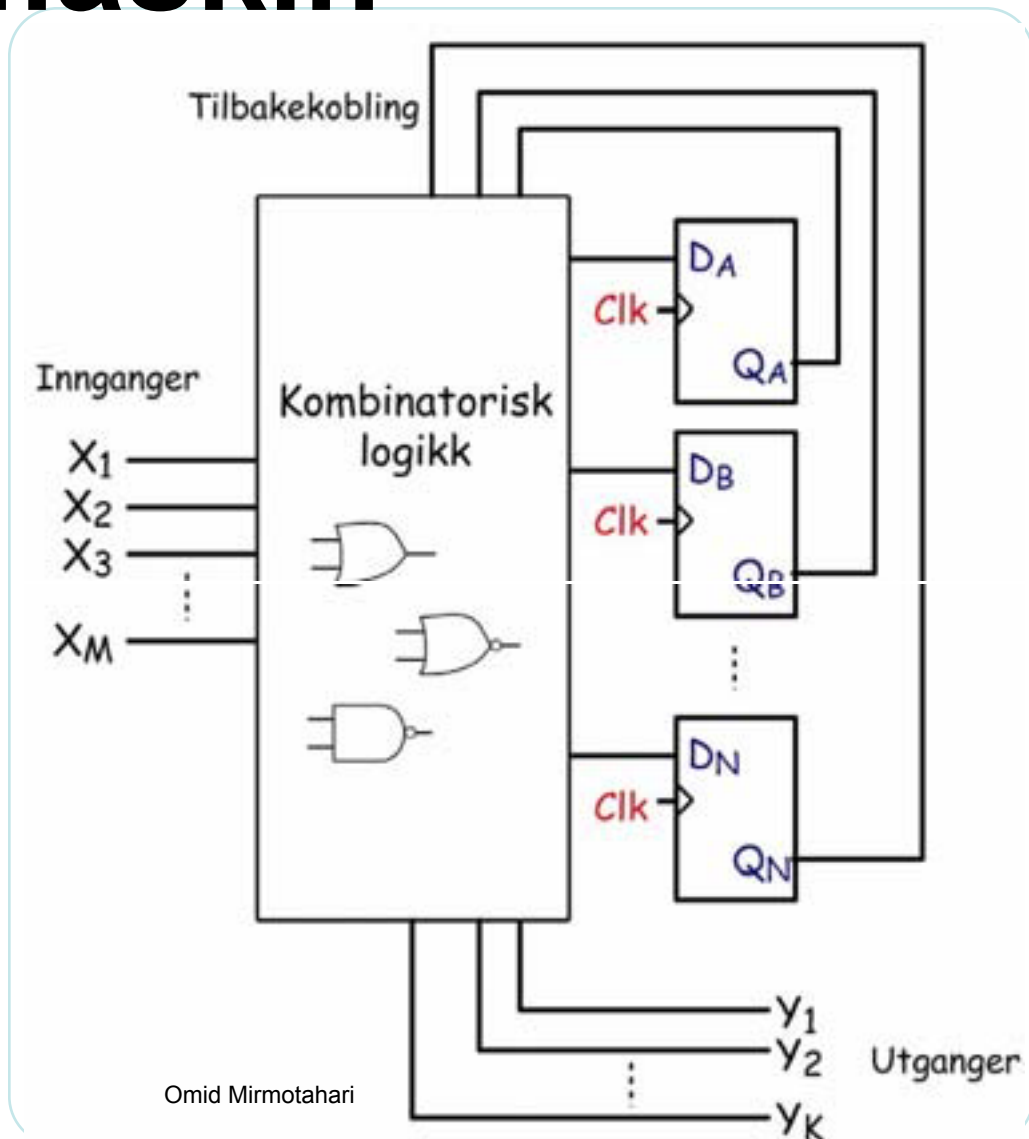


# Tilstandsmaskin

## Generell tilstands- maskin basert på D flip-flops

N-stk flip-flops gir  $2^N$   
forskjellige tilstander

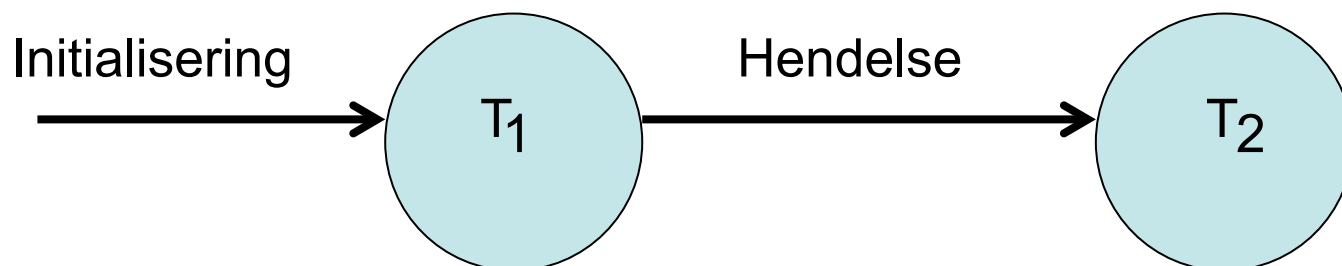
Utgangssignalene er en  
funksjon av nåværende  
tilstand pluss evt.  
inngangsverdier





# Tilstandsdiagrammer

- For å visualisere oppførselen til systemer brukes gjerne tilstandsdiagrammer
  - Sirkler angir tilstander
  - Piler angir tilstandsending
  - Hendelse og aksjoner settes over piler som angir tilstandsendingen



# Eksempel: Brusautomat

- Kan legge på mynter: 1,5,10 og 20 kr
- En bruk koster 15 kr.
- Skal returnere overskytende beløp
- Skal returnere hele beløpet hvis angre knappet er presset
- Kan velge mellom 2 ulike brus typer.

# Eksempel: Brusautomat

1. Systemet befinner seg i ro i en gitt tilstand
2. Hendelse inntreffer: Penger inn, Velge brus, Angre
3. Utfører null eller flere aksjoner
4. Skifter tilstand og er i ro i denne til ny hendelse inntreffer

# Eksempel: Brusautomat

- Hendelser:  
{ Ingen, 1kr, 5kr, 10kr, 20kr, Angre }
- Aksjoner:  
{ Ingen, lever en brus, 5kr tilbake, 10kr tilbake,  
1kr tilbake }
- Tilstander:  
{ Klar, 1kr, 5kr, 10kr, 20kr }

# Implementasjon og kretsdesign

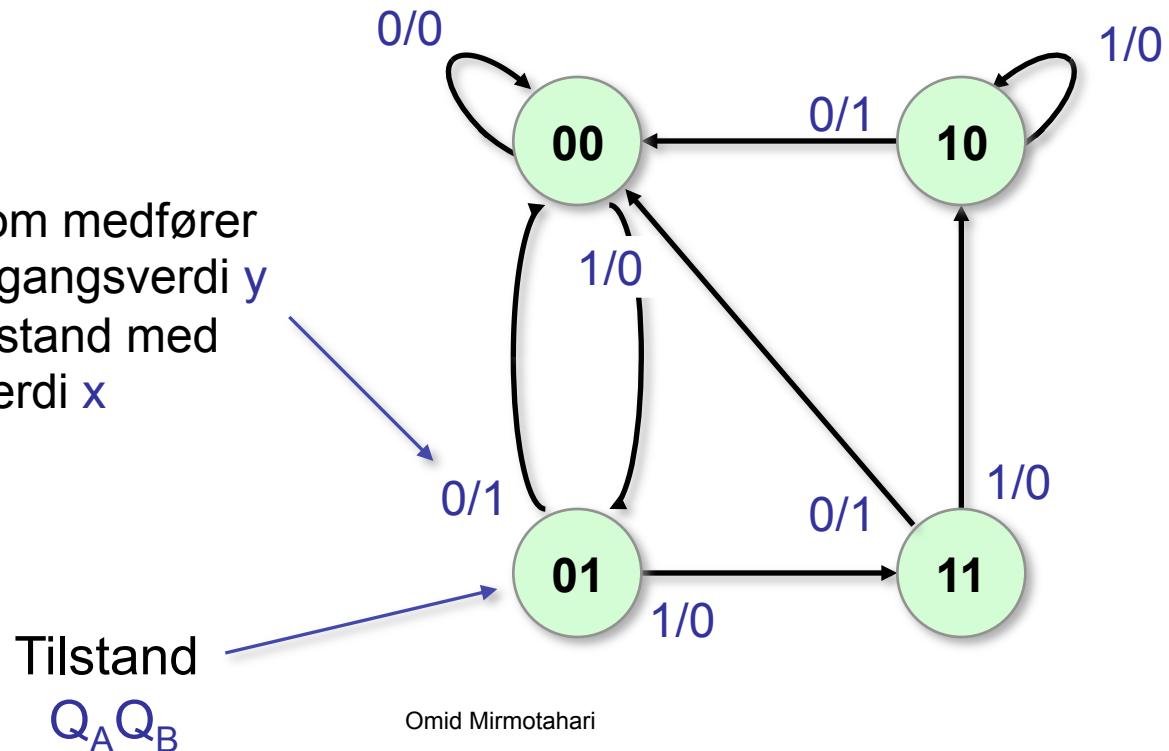
- Nå skal vi gjennom en rekke eksempler for implementasjon av tilstandsmaskiner.
- Vi skal lære om tilstandstabell.
- Vi skal se på noen forenklinger med hensyn på reduksjon av tilstander
- Vi skal ta hensyn til ubrukte tilstander

# Tilstandsdiagram

Tilstandsdiagram = grafisk illustrasjon av egenskapene til en tilstandsmaskin

## Eksempel nr.1:

Inngangsverdi  $x$  som medfører ny tilstand, samt utgangsverdi  $y$  for opprinnelig tilstand med inngangsverdi  $x$   
 $x / y$



# Tilstandstabell

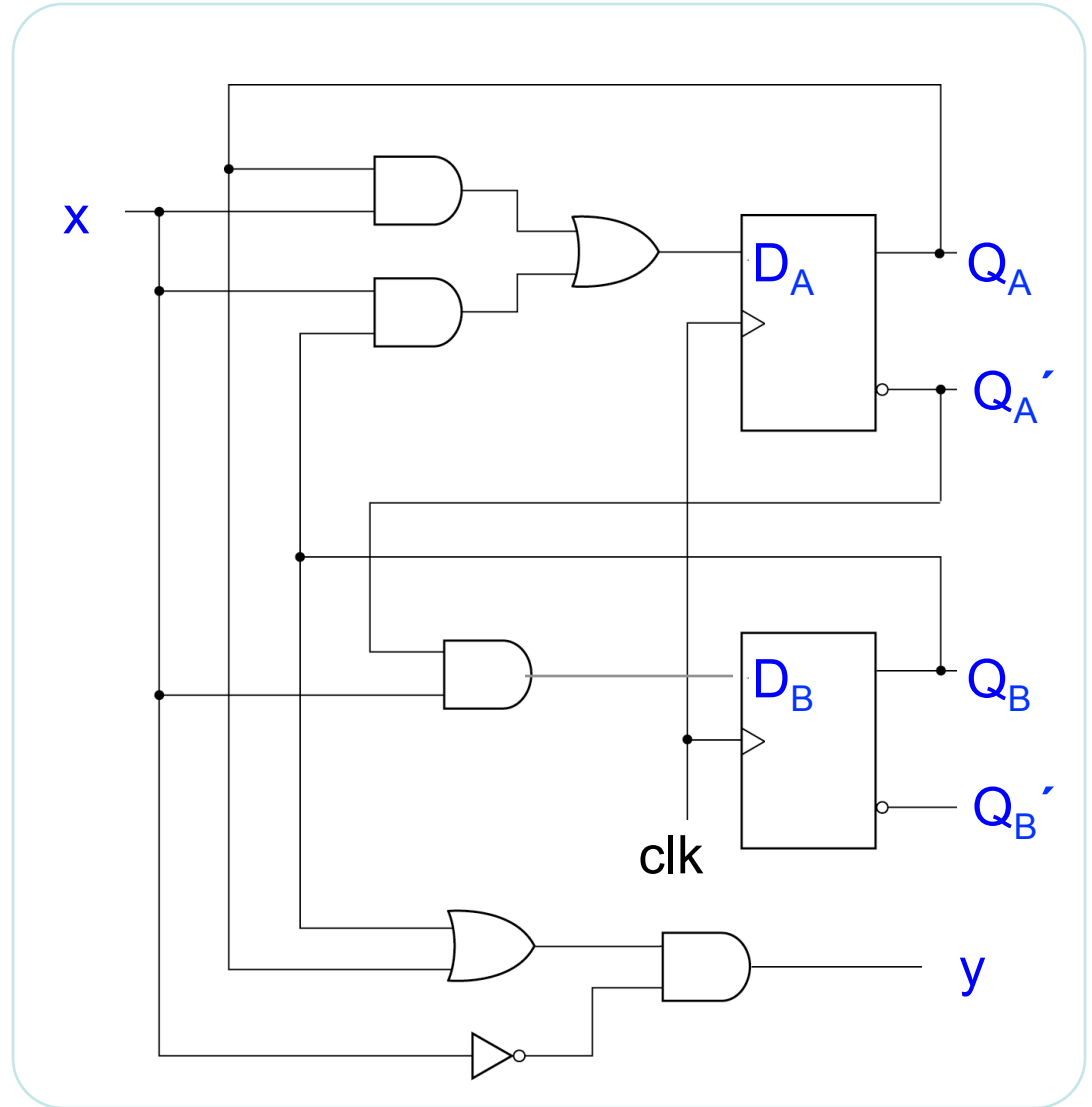
Tilstandstabell = sannhetstabell for tilstandsmaskin

Eksempel nr.1: En inngang, en utgang og 2 stk.  
D flip-flops

Nåværende tilstand			Inngang	Neste tilstand		Utgang for nåværende tilstand
$Q_A$	$Q_B$	$x$		$Q_A$	$Q_B$	$y$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	0

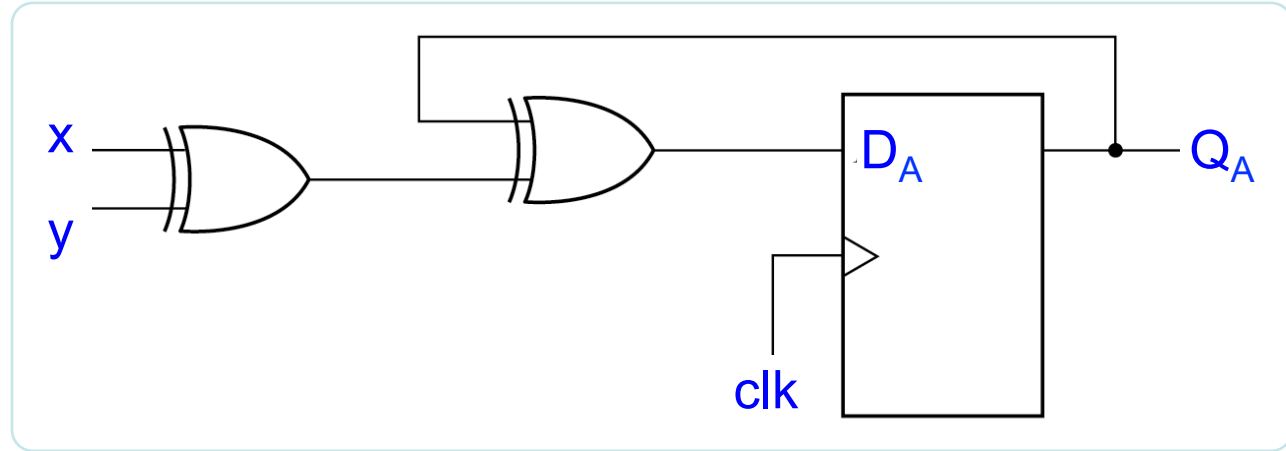
# Eksempel nr.1

Tilstandsmaskin der  
utgang  $y$  er en  
funksjon av  
tilstanden gitt av  
verdiene til  $Q_A$  og  $Q_B$ ,  
samt inngangen  $x$





# Eksempel nr.2



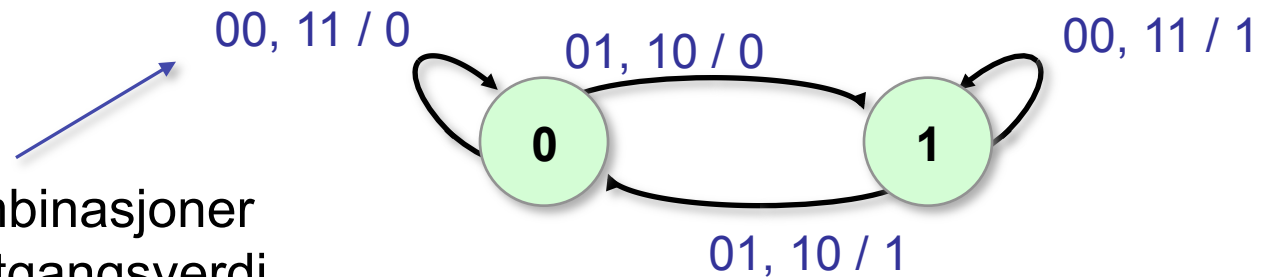
To innganger  $x$  og  $y$ ,  
en utgang som bare  
er gitt av tilstanden

$Q_A$

Nåværende tilstand			Utgang for neste nåværende tilstand	
$Q_A$	Innganger		Neste tilstand $Q_A$	Utgang for neste nåværende tilstand $Q_A$
	$x$	$y$		
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

# Eksempel nr.2

## Tilstandsdiagram



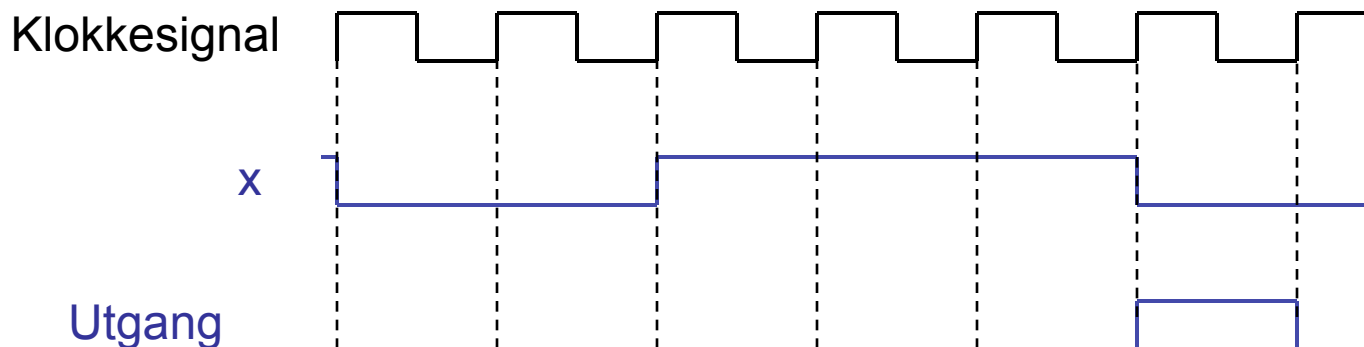
Liste av inngangskombinasjoner som gir ny tilstand / utgangsverdi for nåværende tilstand\*

\*Merk at i dette tilfelle er utgangsverdien kun avhengig av tilstanden (uavhengig av inngangsverdiene)

# Eksempel nr.3 – design av sekvensdetektor

Ønsker å lage en krets som finner ut om det har forekommet tre eller flere "1"ere etter hverandre i en klokke bit-sekvens  $x$

**Klokke bit-sekvens:** Binært signal som kun kan skifte verdi synkront med et klokkesignal



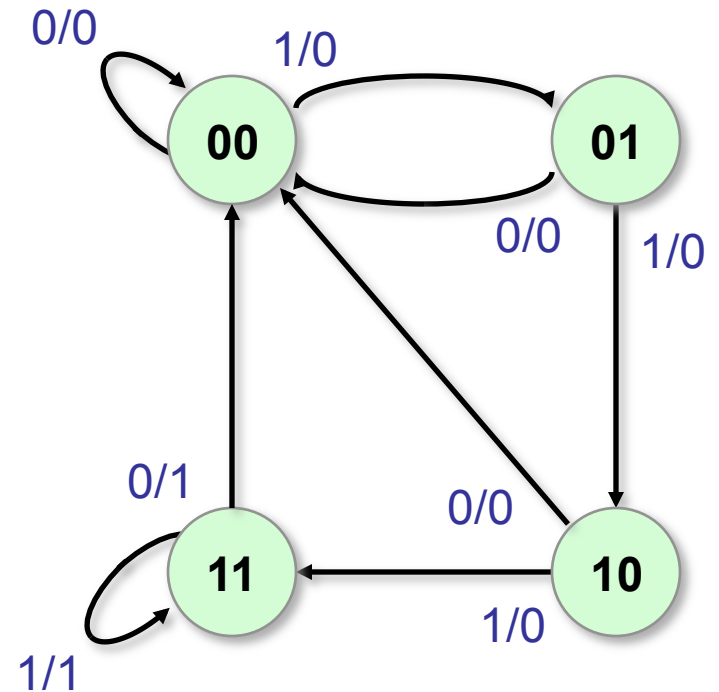
## Eksempel nr.3 – design av sekvensdetektor

### Tilstandsdiagram

Velger å ha 4 tilstander. Lar hver tilstand symbolisere antall "1"ere som ligger etter hverandre i bit-sekvensen.

Inngang: bit-sekvens  $x$

Utgang: gitt av tilstanden, "0" for tilstand 0-2, "1" for tilstand 3



# Eksempel nr.3

Bruker D flip-flops

$D_A$  og  $D_B$  settes til de verdiene man ønsker at  $Q_A$  og  $Q_B$  skal ha i neste tilstand

Nåværende tilstand

Inngang

Utgang for neste tilstand  
nåværende tilstand

$Q_A$	$Q_B$	$x$	$Q_A$	$Q_B$	$y$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1

$$D_A = Q_A'Q_Bx + Q_AQ_B'x + Q_AQ_Bx$$

$$D_B = Q_A'Q_B'x + Q_AQ_B'x + Q_AQ_Bx$$

$$y = Q_AQ_B$$

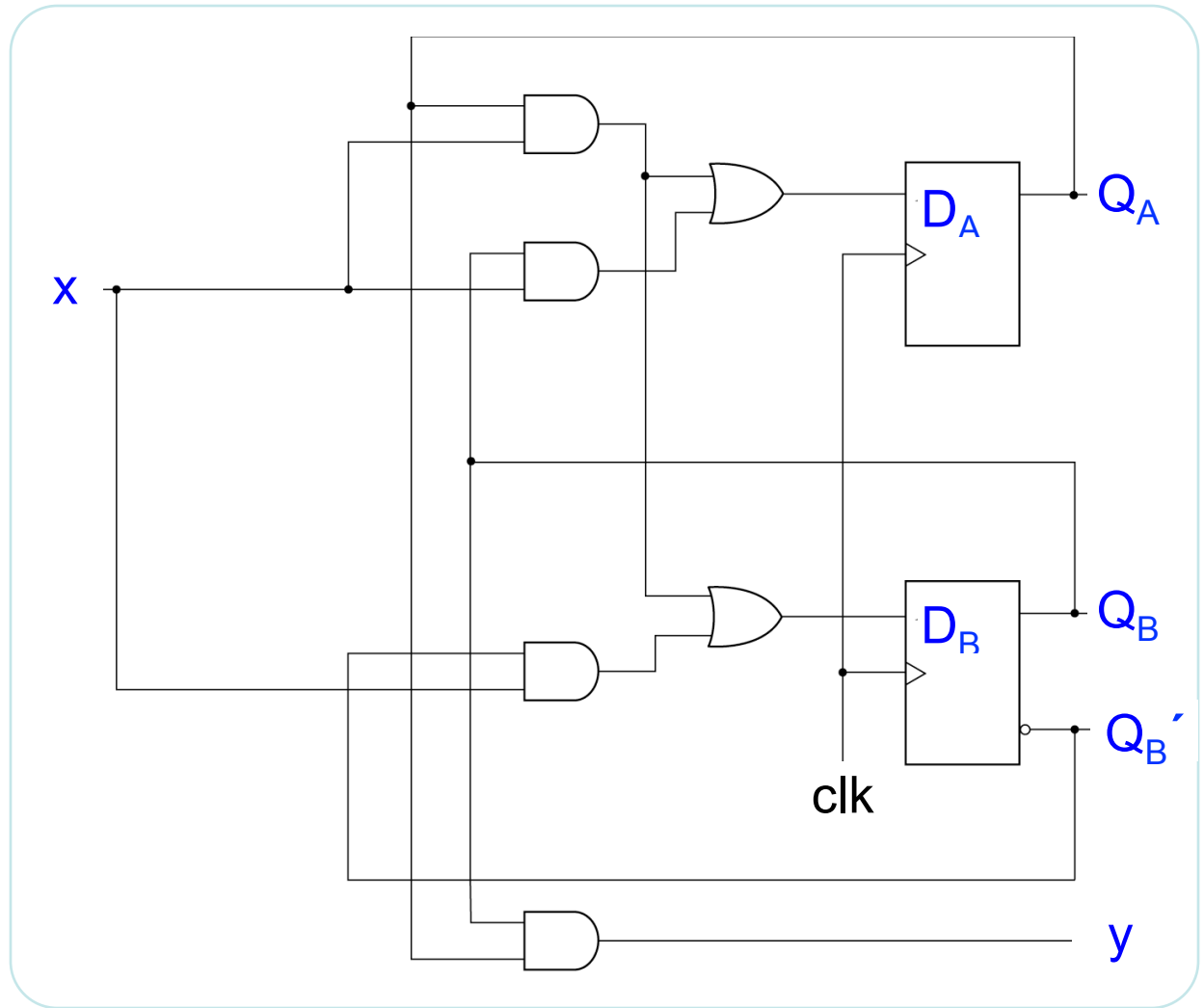
# Eksempel nr.3

Forenkler uttrykkene  
med Karnaugh-diagram

$$D_A = Q_A X + Q_B X$$

$$D_B = Q_A X + Q_B' X$$

$$y = Q_A Q_B$$



# Reduksjon av tilstander

En tilstandsmaskin gir oss en eller flere **utgangssignal** som **funksjon** av en eller flere **inngangssignal**

Hvordan dette implementeres internt i maskinen er uinteressant sett utenifra

I noen tilfeller kan man fjerne tilstander (forenkle designet) uten å påvirke inngangs/utgangs-funksjonene

# Reduksjon av tilstander

Hvis **to tilstander** har samme utgangssignal, samt leder til de **samme nye tilstandene** gitt like inngangsverdier, er de to opprinnelige tilstandene **like**. En tilstand som er lik en annen tilstand kan **fjernes**.



# Reduksjon av tilstander

		Nåværende tilstand		Neste tilstand		
		Inngang		Utgang		
Eksempel:		A	0	B	0	
		A	1	B	0	
		B	0	C	0	
		B	1	D	0	
	Tilstand G er lik tilstand E		C	0	A	0
			C	1	D	0
			D	0	E	0
			D	1	F	1
			E	0	A	0
			E	1	F	1
			F	0	G	0
			F	1	F	1
		G	0	A	0	
		G	1	F	1	

# Reduksjon av tilstander

	Nåværende tilstand		Neste tilstand	
	Inngang		Utgang	
Eksempel:  Fjerner tilstand G. Erstatte hopp til G med hopp til E	A	0	B	0
	A	1	B	0
	B	0	C	0
	B	1	D	0
	C	0	A	0
	C	1	D	0
	D	0	E	0
	D	1	F	1
	E	0	A	0
	E	1	F	1
	F	0	<b>E</b>	0
	F	1	F	1

# Reduksjon av tilstander

	Nåværende tilstand		Neste tilstand	
	Inngang		Utgang	
	A	0	B	0
Eksempel:	A	1	B	0
	B	0	C	0
	B	1	D	0
Nå er tilstand F lik	C	0	A	0
tilstand D	C	1	D	0
	D	0	E	0
	D	1	F	1
Fjerner tilstand F	E	0	A	0
	E	1	F	1
	F	0	E	0
	F	1	F	1

# Reduksjon av tilstander

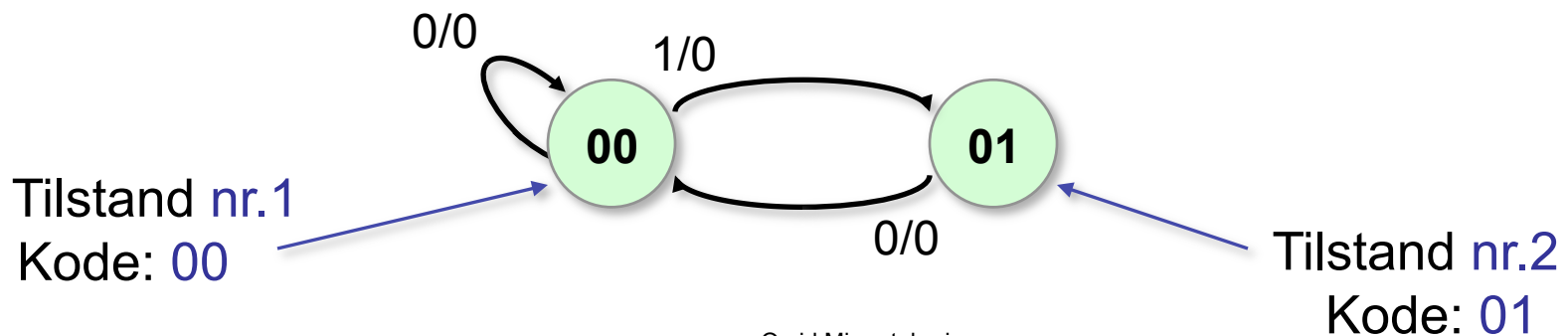
		Nåværende tilstand		Neste tilstand	
		Inngang		Utgang	
Eksempel:	A	0	B	0	
	A	1	B	0	
	B	0	C	0	
	B	1	D	0	
Har fjernet tilstand F	C	0	A	0	
	C	1	D	0	
	D	0	E	0	
	D	1	D	1	
	E	0	A	0	
	E	1	D	1	

# Tilordning av tilstandskoder

I en tilstandsmaskin med  $M$  tilstander må hver tilstand tilordnes en kode basert på minimum  $N$  bit der  $2^N \geq M$

Kompleksiteten til den kombinatoriske delen avhenger av valg av tilstandskode

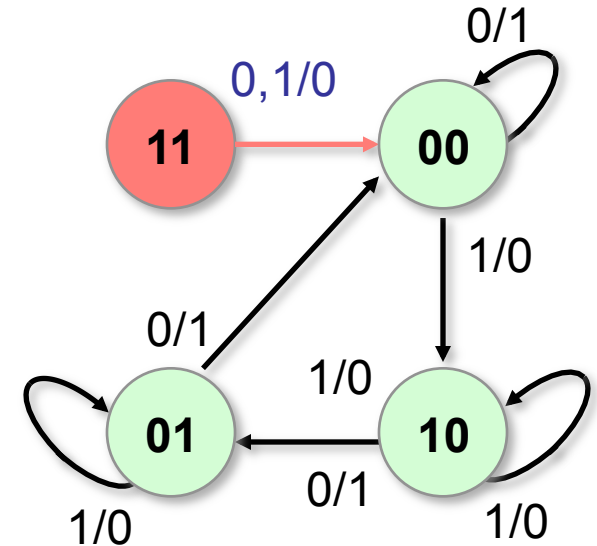
Anbefalt strategi for valg av kode: prøv-og-feil i tilstandsdiagrammet



# Ubrukte tilstander

I en tilstandsmaskin med  $N$  flip-floppe vil det alltid finnes  $2^N$  tilstander. Designer man for  $M$  tilstander der  $M < 2^N$  vil det finnes ubrukte tilstander.

**Problem:** Under oppstart (power up) har man ikke full kontroll på hvilken tilstand man havner i først. Havner man i en ubrukt tilstand som ikke leder videre til de ønskede tilstandene vil systemet bli låst.



**Løsning:** Design systemet slik at alle ubrukte tilstander leder videre til en ønsket tilstand.

## Generell designprosedyre basert på D flip-flops

- 1) Definer tilstandene, inngangene og utgangene
- 2) Velg tilstandskoder, og tegn tilstandsdiagram
- 3) Tegn tilstandstabell
- 4) Reduser antall tilstander hvis nødvendig
- 5) Bytt tilstandskoder hvis nødvendig for å forenkle
- 6) Finn de kombinatoriske funksjonene
- 7) Sjekk at ubrukte tilstander leder til ønskede tilstander
- 8) Tegn opp kretsen

# Design eksempel nr.4

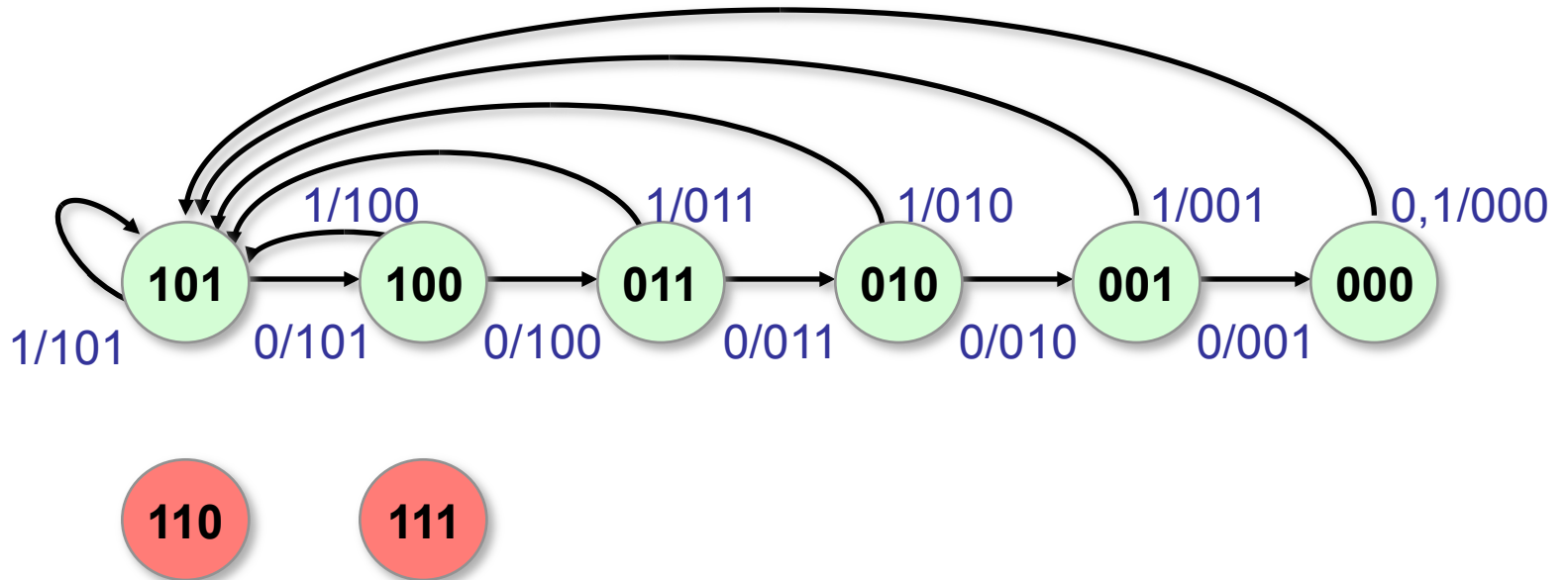
Design en teller som teller sekvensen 5,4,3,2,1,0. Etter 0 skal telleren gjenta sekvensen (telle rundt). Telleren skal kunne resettes til 5 med ett reset signal.

- 1) Velger en tilstand for hvert tall ut. Systemet har 1 reset inngang, og trenger 3 utganger for å representere tallene 5 til 0.
- 2) Velger tilstandskoder som direkte representerer tallene ut. Tallene ut blir gitt av tilstandene



# Eksempel nr.4

2) Tegner tilstandsdiagram



Registrerer at vi har to ubrukte tilstander

# Eksempel nr.4

- 3) Tegner tilstandstabell
- 4) Ingen reduksjonsmulighet
- 5) Velger å ikke bytte tilstandskoder da utgangene i såfall må omformes

Ubrukte tilstander

Nåværende tilstand / utgang	Inngang				Neste tilstand		
	Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>	R	Q <sub>A</sub>	Q <sub>B</sub>	Q <sub>C</sub>
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	X	X	X
1	1	0	1	1	X	X	X
1	1	1	0	0	X	X	X
1	1	1	1	1	X	X	X

# Eksempel nr.4

- 6) Setter inn i karnaughdiagram og finner forenklete funksjoner

$D_A$

		$Q_C R$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	1	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	x	x	x	x
	10	0	1	1	1

$D_B$

		$Q_C R$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	1
	11	x	x	x	x
	10	1	0	0	0

$D_C$

		$Q_C R$			
		00	01	11	10
$Q_A Q_B$	00	1	1	1	0
	01	1	1	1	0
	11	x	x	x	x
	10	1	1	1	0

$$D_A = R + Q_A' Q_B' Q_C' + Q_A Q_C$$

$$D_B = Q_B Q_C R' + Q_A Q_C' R'$$

$$D_C = Q_C' + R$$

# Eksempel nr.4

6) Sjekk at ubrukte tilstander leder til ønskede tilstander – ok

Nåværende tilstand / utgang				Inngang	Neste tilstand		
$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$		$R$	$Q_A$	$Q_B$	$Q_C$
1	1	0		0	0	1	1
1	1	0		1	1	0	1
1	1	1		0	1	1	0
1	1	1		1	1	0	1

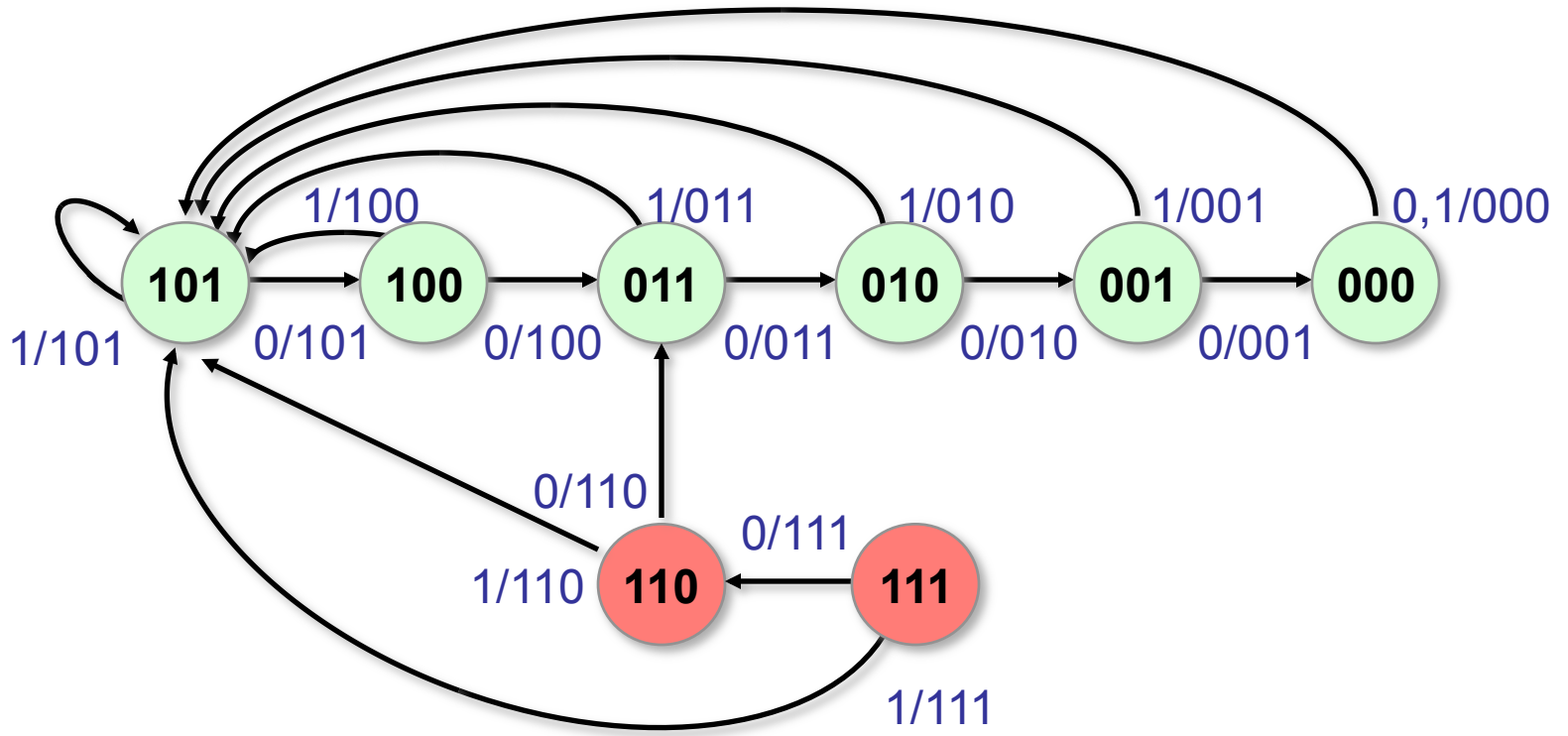
$$D_A = R + Q_A'Q_B'Q_C' + Q_A Q_C$$

$$D_B = Q_B Q_C R' + Q_A Q_C' R'$$

$$D_C = Q_C' + R$$

# Eksempel nr.4

6) Alle ubrukte tilstander leder til ønskede tilstander, viser med diagram

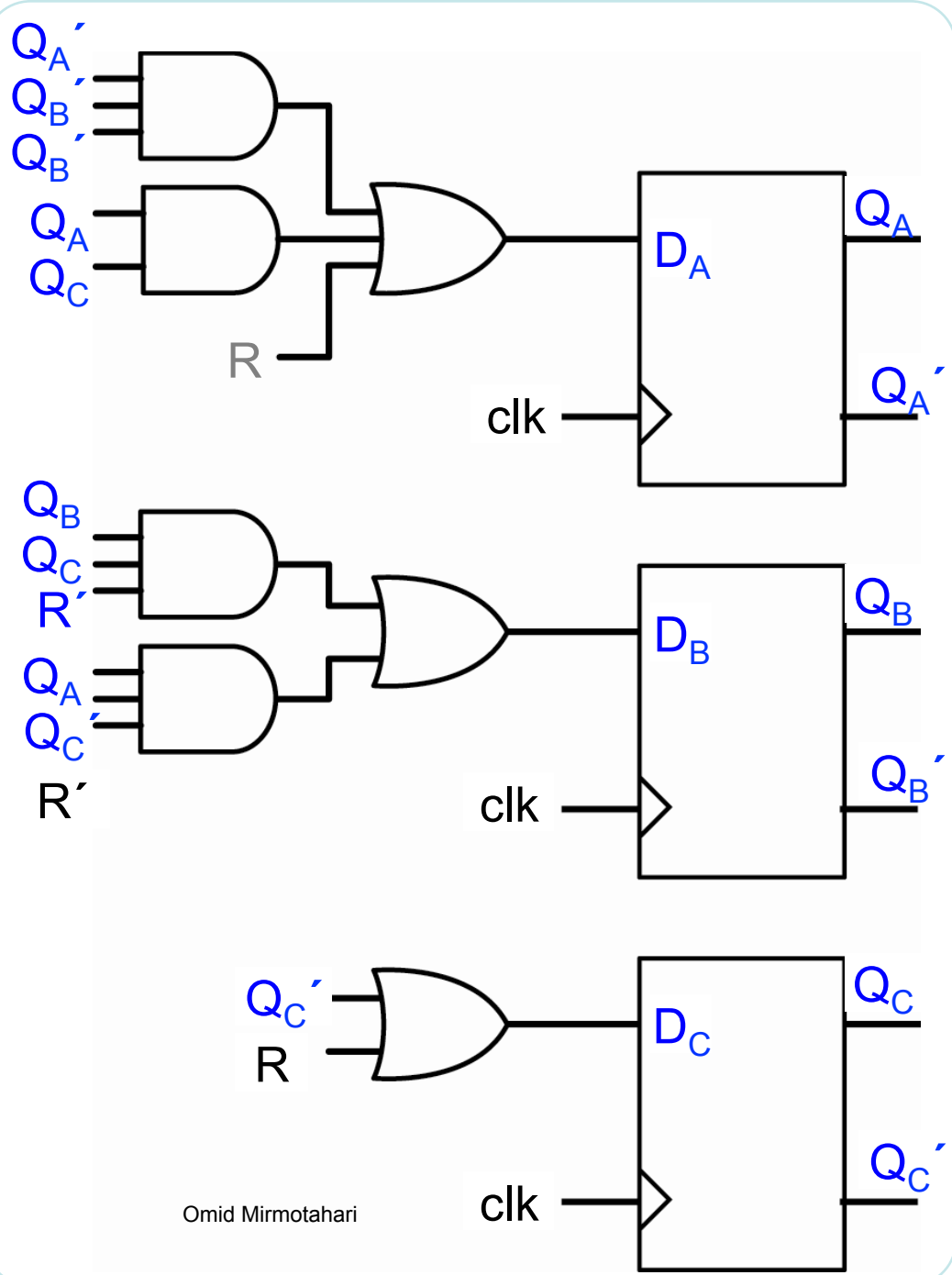


# Eksempel nr.4

7) Tegner opp krets

$Q_A$ ,  $Q_B$  og  $Q_C$  blir tellerens utganger

Telleren resettes ved å sette  $R=1$

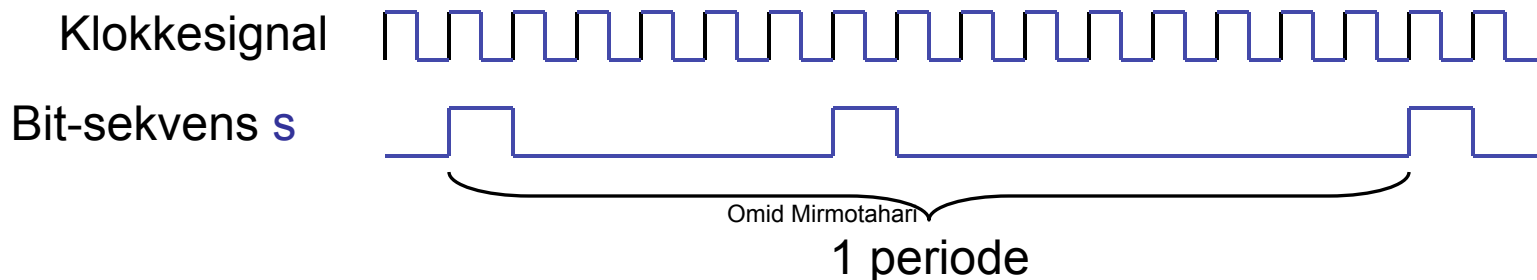


## Eksempel nr.5 - trafikklys

Ønsker å bruke tilstandsmaskin for å styre trafikklys

Krysset har to vanlige trafikklys **A** og **B**. Disse styres med de binære signalene  $R_A$ ,  $G_A$ ,  $Gr_A$  samt  $R_B$ ,  $G_B$ ,  $Gr_B$ . Setter man  $G_A$  til "1" lyser det grønt i lys **A** osv.

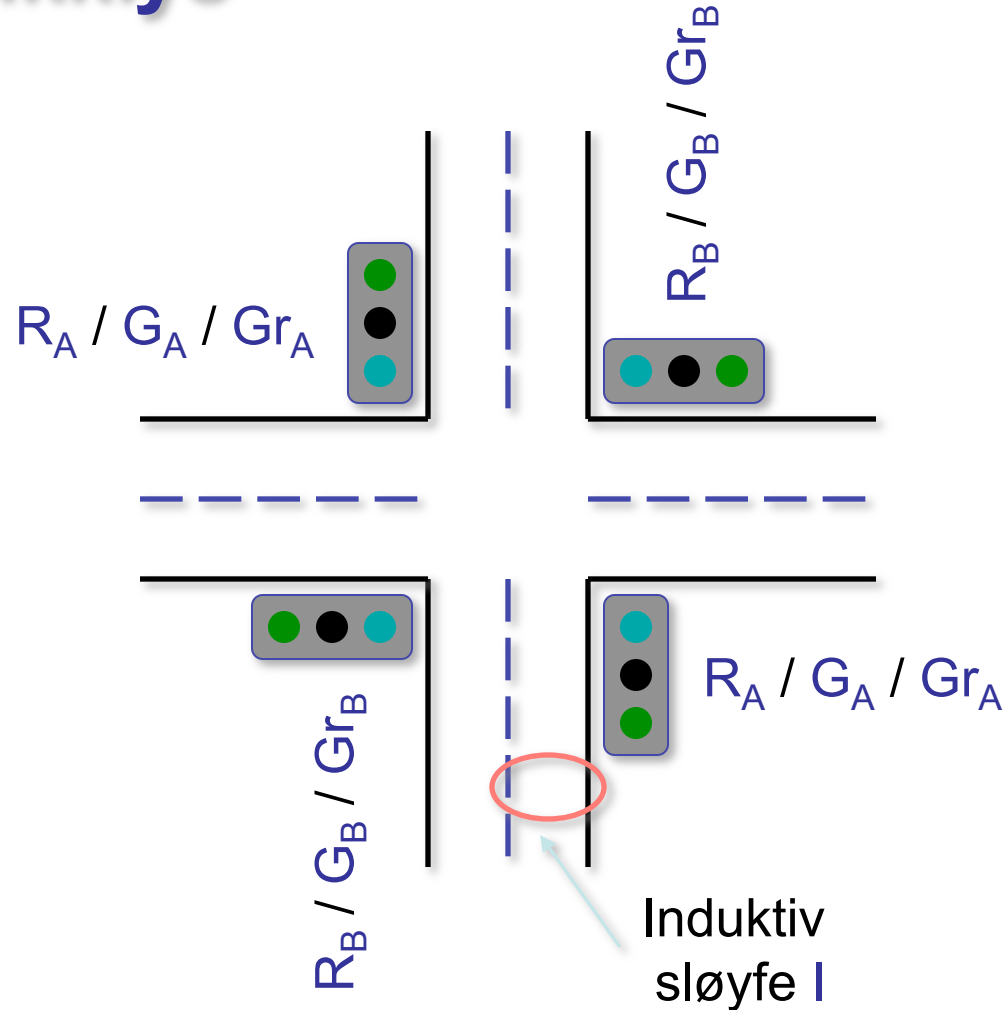
For å generere lyssekvensene bruker vi en repeterende bit-sekvens **s** som vist under. Avstanden mellom "1"er pulsene gir intervallene mellom skifte fra grønt i lys **A** til grønt i lys **B** og motsatt.



# Eksempel nr.5 - trafikklys

Systemet har en induktiv sensor i bakken som registrerer biler den ene veien. Bil over sensoren gir  $I=1$  ellers har vi  $I=0$

Vi ønsker at bil registrert av sensoren skal gi grønt lys i  $A$  så fort som mulig





## Eksempel nr.5

1,2) Velger følgende forenklete tilstander:

00 - Grønt lys i A, rødt lys i B

01 - Gult lys i A og B. Skifter mot grønt lys i B.

10 - Rødt lys A, grønt lys i B

11 - Gult lys i A og B. Skifter mot grønt lys i A.

Innganger: s, l

Utganger:  $R_A$ ,  $G_A$ ,  $Gr_A$ ,  $R_B$ ,  $G_B$ ,  $Gr_B$

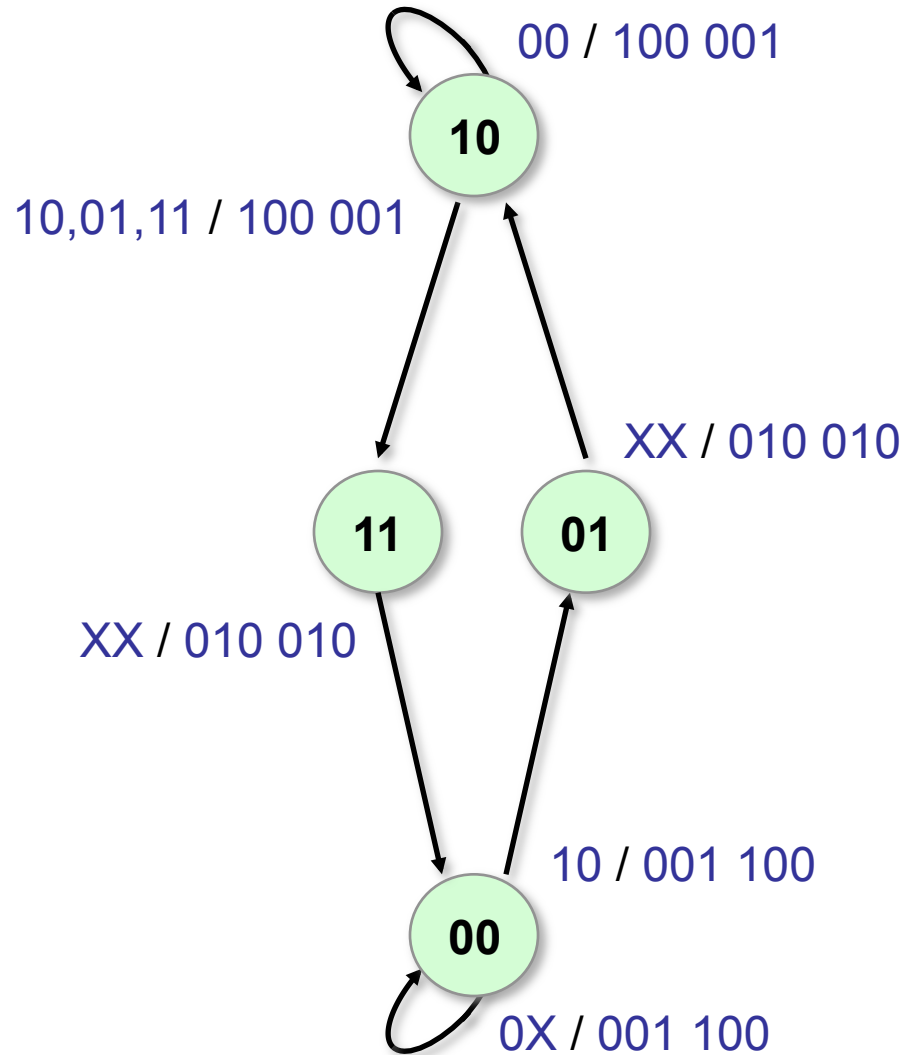
Lar utgangene kun være en funksjon av tilstanden

# Eksempel nr.5

## 2) Tilstandsdiagram

X – don't care

sl /  $R_A G_A Gr_A$   $R_B G_B Gr_B$



Nåværende tilstand

Neste tilstand

Innganger

Utganger

6) Finner kombinatoriske funksjoner

	$Q_A$	$Q_B$	$s$	$l$	$Q_A$	$Q_B$	$R_A$	$G_A$	$Gr_A$	$R_B$	$G_B$	$Gr_B$
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0
	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1
	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1
	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0

$$D_A = Q_A \oplus Q_B$$

$$D_B = Q_A Q_B 'l + Q_B 'sl'$$

$$R_A = Q_A Q_B '$$

$$G_A = Q_B$$

$$Gr_A = Q_A 'Q_B '$$

$$R_B = Gr_A$$

$$G_B = G_A$$

$$Gr_B = R_A$$

# Eksempel nr.5

7) Tegner opp krets

$$D_A = Q_A \oplus Q_B$$

$$D_B = Q_A Q_B' + Q_B' s'$$

$$R_A = Q_A Q_B'$$

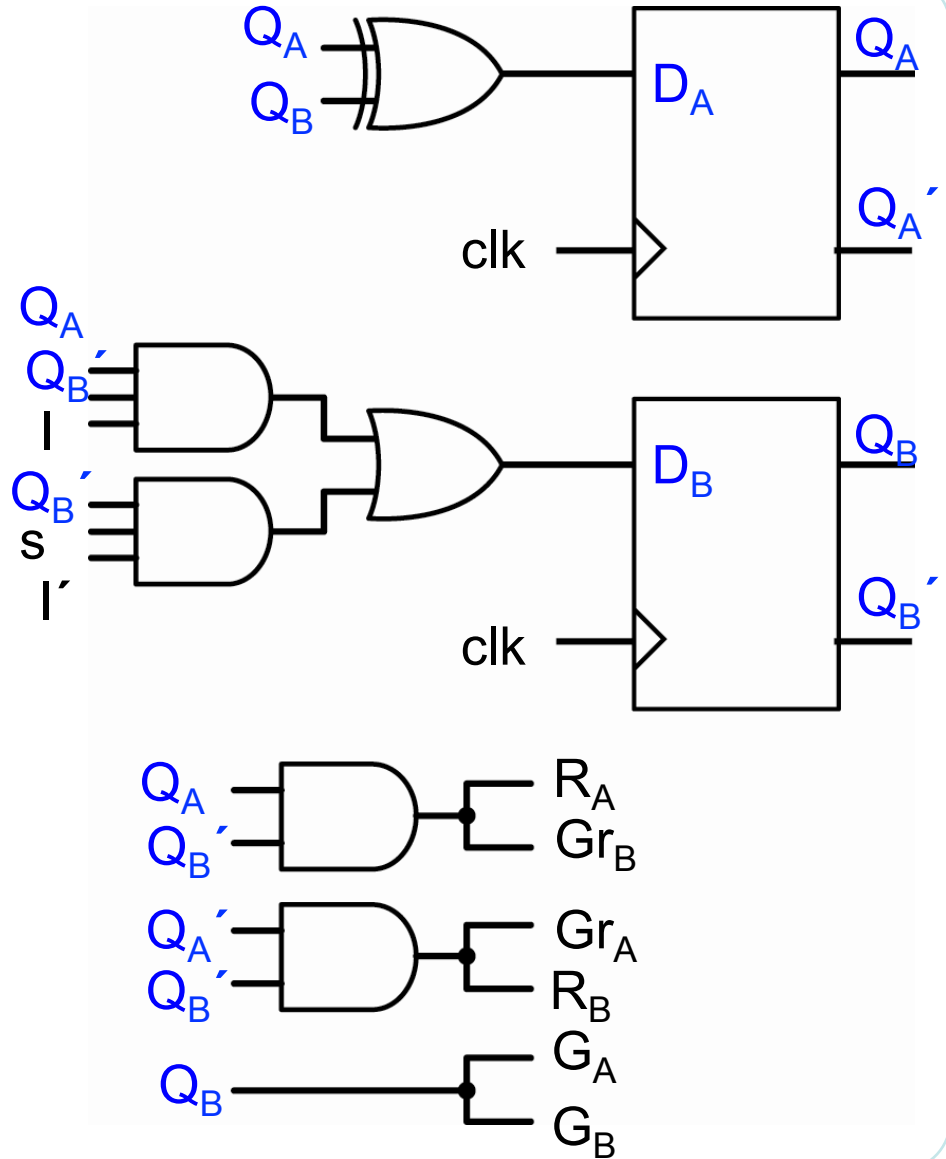
$$G_A = Q_B$$

$$Gr_A = Q_A' Q_B'$$

$$R_B = Gr_A$$

$$G_B = G_A$$

$$Gr_B = R_A$$



# Oppsummering

- Tilstandsmaskin
- Tilstandstabell
- Tilstandsdiagram
- Analyse av D flip-flop basert tilstandsmaskin
- Reduksjon av antall tilstander
- Tilordning av tilstandskoder
- Designprosedyre for tilstandsmaskin basert på D flip-flops