

Sekventkalkyle for utsagnslogikk

En sekvent

$$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$$

Hva er en sekvent?

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.
- Både antesedenten og suksedenten kan være tomme

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.
- Både antesedenten og suksedenten kan være tomme :
- Tom antesedent: $\Rightarrow B_1, \dots, B_m$

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.
- Både antesedenten og suksedenten kan være tomme :
- Tom antesedent: $\Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Tom suksedent: $A_1, \dots, A_n \Rightarrow$

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.
- Både antesedenten og suksedenten kan være tomme :
- Tom antesedent: $\Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Tom suksedent: $A_1, \dots, A_n \Rightarrow$
- Begge tomme: \Rightarrow

Hva er en sekvent?

- En sekvent består av to sekvenser av formler,
- skrevet på hver sin side av symbolet \Rightarrow
- $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Sekvensen før (til venstre for) \Rightarrow er **antesedenten**.
- Sekvensen etter (til høyre for) \Rightarrow er **suksedenten**.
- Både antesedenten og suksedenten kan være tomme :
- Tom antesedent: $\Rightarrow B_1, \dots, B_m$
- Tom suksedent: $A_1, \dots, A_n \Rightarrow$
- Begge tomme: \Rightarrow

Hva er en gyldig sekvent?

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B_1 \wedge \dots \wedge \neg B_m$ er en kontradiksjon

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B_1 \wedge \dots \wedge \neg B_m$ er en kontradiksjon

hvis $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n \vee B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B_1 \wedge \dots \wedge \neg B_m$ er en kontradiksjon

hvis $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n \vee B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi

Hva er en gyldig sekvent?

En sekvent er gyldig hvis det ikke fins noen valuasjon som gjør alle formlene i antesedenten sanne og alle i suksedenten gale.

Altså:

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B_1 \wedge \dots \wedge \neg B_m$ er en kontradiksjon

hvis $\neg A_1 \vee \dots \vee \neg A_n \vee B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi

hvis $A_1 \wedge \dots \wedge A_n \rightarrow B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi

hvis $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologisk konsekvens av $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$.

Og spesielt

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?)

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?)

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?) $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ er en kontradiksjon.

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?) $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ er en kontradiksjon.

$A \Rightarrow$ er gyldig hviss A er en kontradiksjon.

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?) $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ er en kontradiksjon.

$A \Rightarrow$ er gyldig hviss A er en kontradiksjon.

\Rightarrow er

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?) $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ er en kontradiksjon.

$A \Rightarrow$ er gyldig hviss A er en kontradiksjon.

\Rightarrow er (?)

Og spesielt

$\Rightarrow B_1, \dots, B_m$ er gyldig hviss (?) $B_1 \vee \dots \vee B_m$ er en tautologi.

$\Rightarrow B$ er gyldig hviss B er en tautologi.

$A_1, \dots, A_n \Rightarrow$ er gyldig hviss (?) $A_1 \wedge \dots \wedge A_n$ er en kontradiksjon.

$A \Rightarrow$ er gyldig hviss A er en kontradiksjon.

\Rightarrow er (?) ikke gyldig.

Eksempel 1

Eksempel 1

$$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$$

Eksempel 1

$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$ er gyldig

Eksempel 1

$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$ er gyldig

fordi

Eksempel 1

$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$ er gyldig

fordi

$$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$$

Eksempel 1

$(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R) \Rightarrow (P \rightarrow R)$ er gyldig

fordi

$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R)$ er en tautologi.

Eksempel 2

Eksempel 2

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$$

Eksempel 2

$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$ er gyldig

Eksempel 2

$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$ er gyldig

fordi

Eksempel 2

$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$ er gyldig

fordi

$$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

Eksempel 2

$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$ er gyldig

fordi

$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$ er en tautologi

Vi beviser sekventer

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800,

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800, forskjellen er bare

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800, forskjellen er bare. . .

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800, forskjellen er bare. . .at

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800, forskjellen er bare. . . at
- aksiomene nå er sekventer, og

Vi beviser sekventer

- fra aksiomer
- ved hjelp av regler
- akkurat som i for eksempel ND1800, forskjellen er bare. . . at
- aksiomene nå er sekventer, og
- reglene lar oss avlede sekventer fra sekventer

En sekvent er et aksiom hviss antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$
- $Q, P, V \Rightarrow Q, R$

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$
- $Q, P, V \Rightarrow Q, R$
- $P, V \Rightarrow Q, R, P$

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$
- $Q, P, V \Rightarrow Q, R$
- $P, V \Rightarrow Q, R, P$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow V, R$

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$
- $Q, P, V \Rightarrow Q, R$
- $P, V \Rightarrow Q, R, P$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow V, R$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow (Q \wedge V), V$

Aksiomer

En sekvent er et aksiom hvis antesedenten og suksedenten har en felles formel.

Eksempler:

- $R, P, V \Rightarrow Q, R$
- $Q, P, V \Rightarrow Q, R$
- $P, V \Rightarrow Q, R, P$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow V, R$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow (Q \wedge V), V$
- $(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (P \wedge V), (R \wedge V)$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

Regler

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, \Pi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \wedge B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, \Pi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \wedge B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \Rightarrow \Pi \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \vee B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

Regler

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, \Pi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \wedge B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \Rightarrow \Pi \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \vee B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \vee B), \Pi}$$

Regler

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, \Pi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \wedge B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \Rightarrow \Pi \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \vee B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \vee B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \rightarrow B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A}{\Gamma, (\neg A), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (\neg A), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \wedge B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, \Pi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \wedge B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A, \Delta \Rightarrow \Pi \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \vee B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, A, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \vee B), \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, \Delta \Rightarrow \Pi, A \quad \Gamma, B, \Delta \Rightarrow \Pi}{\Gamma, (A \rightarrow B), \Delta \Rightarrow \Pi}$$

$$\frac{\Gamma, A \Rightarrow \Delta, B, \Pi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, (A \rightarrow B), \Pi}$$

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

$$Q, P, V \Rightarrow Q, R$$

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

$$Q, P, V \Rightarrow Q, R$$

$$R, P, V \Rightarrow Q, R$$

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

$$\begin{array}{ccc} Q, P, V \Rightarrow Q, R & & R, P, V \Rightarrow Q, R \\ & \searrow & / \\ & \vee\vee & \\ (Q \vee R), P, V \Rightarrow Q, R & & \end{array}$$

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

$$Q, P, V \Rightarrow Q, R$$

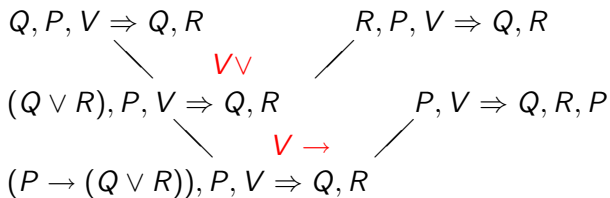
$$(Q \vee R), P, V \Rightarrow Q, R$$

$\vee\vee$

$$R, P, V \Rightarrow Q, R$$

$$P, V \Rightarrow Q, R, P$$

Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem

$$Q, P, V \Rightarrow Q, R$$

$$R, P, V \Rightarrow Q, R$$

$$(Q \vee R), P, V \Rightarrow Q, R$$

$$P, V \Rightarrow Q, R, P$$

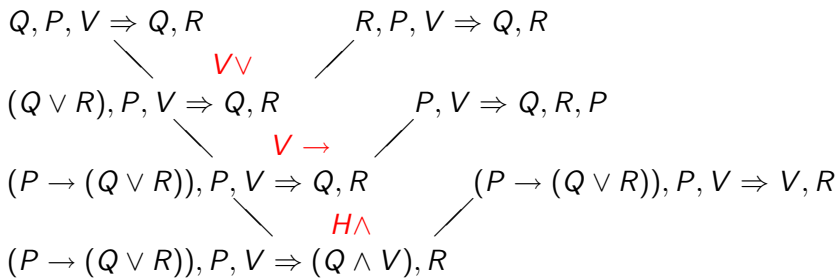
$$(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow Q, R$$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow V, R$$

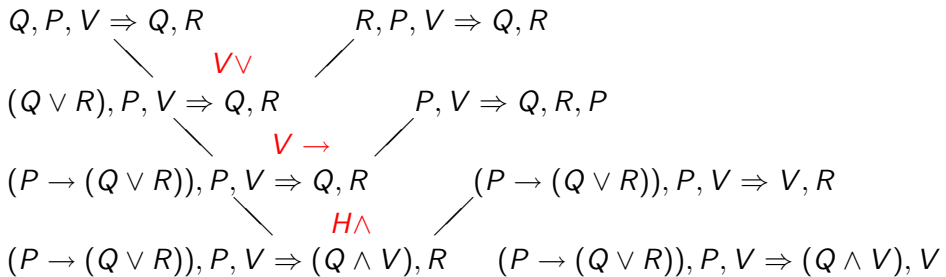
$\vee\vee$

$\vee \rightarrow$

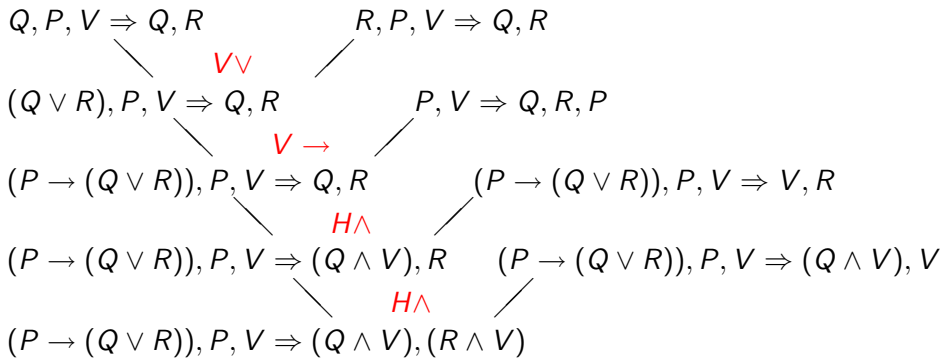
Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



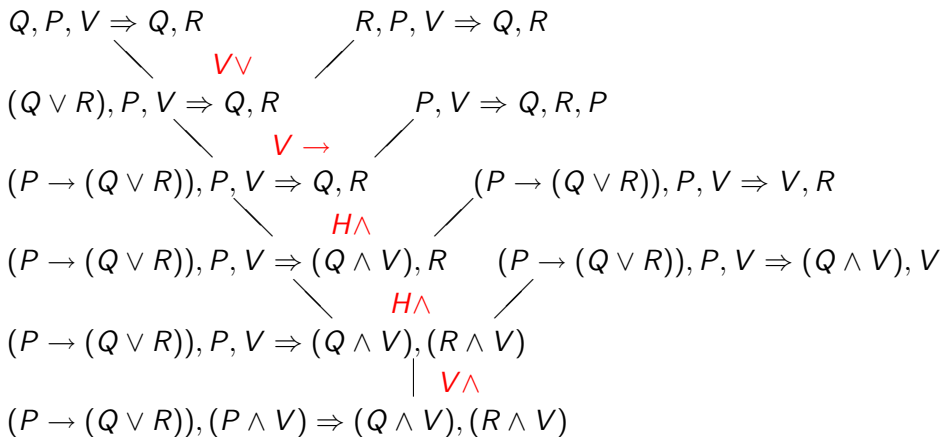
Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



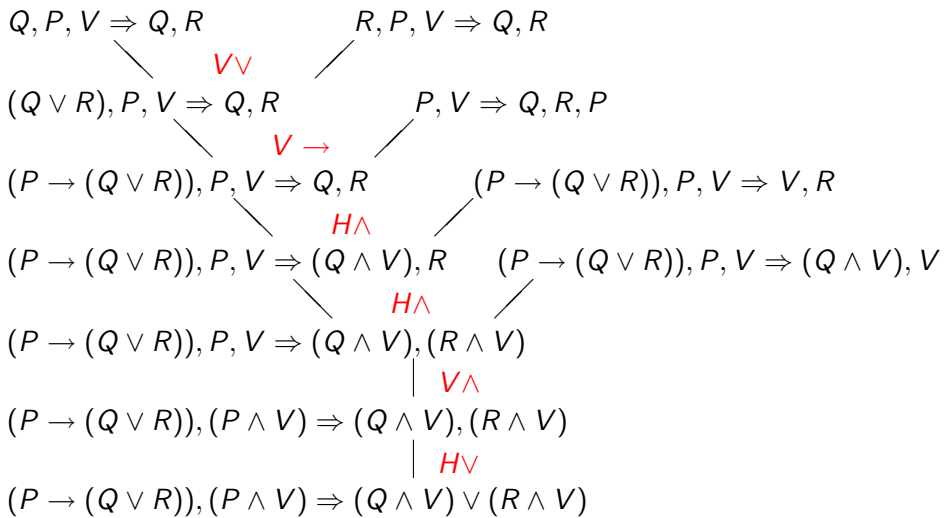
Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



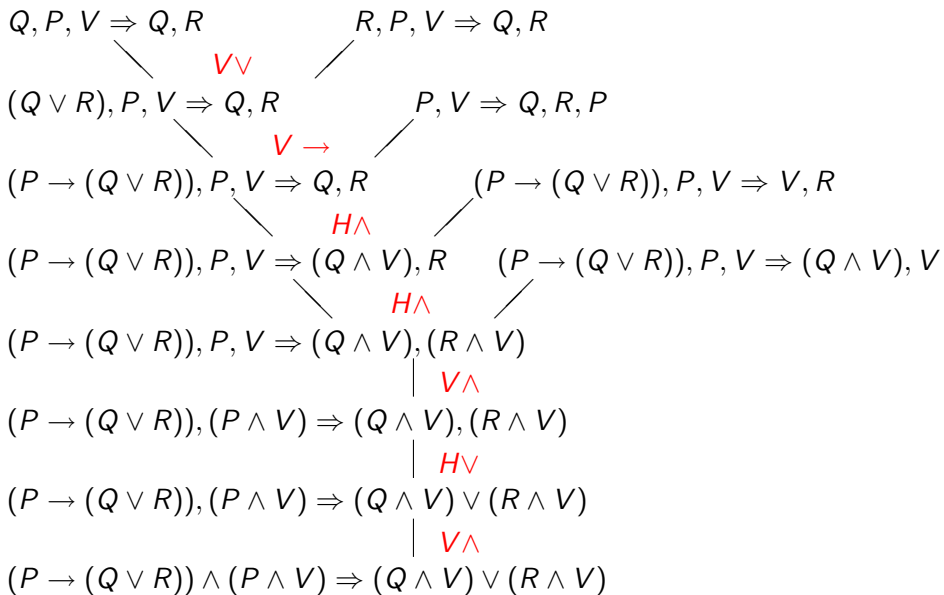
Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



Et bevis – fra aksiomer og frem til teorem



Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

$$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

| $V \wedge$

Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), P, V \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$$

$V \wedge$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V), (R \wedge V)$$

$H \vee$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)), (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

$V \wedge$

$$(P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (P \wedge V) \Rightarrow (Q \wedge V) \vee (R \wedge V)$$

Et bevis – fra teorem og bakover mot aksiomer

