

Mer om predikatlogikk

- Formalisering av norske setninger i første ordens predikatlogikk
- Funksjonssymboler
- Syntaks
- Gyldighet
- Noen gyldige formler
- Tillukninger

(Individ)konstanter: dagros, litago

Unære relasjonssymboler: ku, kd, d, veg

Binære relasjonssymboler: spise

• Kyr er klovdyr

$$\forall x (ku(x) \rightarrow kd(x))$$

• Klovdyr er dyr

$$\forall x (kd(x) \rightarrow d(x))$$

• Klovdyr er vegetarianere

$$\forall x (kd(x) \rightarrow veg(x))$$

• Vegetarianere spiser ikke dyr

$$\forall x (veg(x) \rightarrow \neg \exists y (d(y) \wedge spise(x,y)))$$

• Dagros og Litago er kyr

$$ku(dagros) \wedge ku(litago)$$

• Dagros spiser ikke Litago

$$\neg spise(dagros, litago)$$

- Kyr er klovdyr
 - Klovdyr er dyr
 - Klovdyr er vegetarianere
 - Vegetarianere spiser ikke dyr
 - Dagros og Litago er kyr
 - Et dyrs venstre bakbein er en del av dyret
 - Hvis noen spiser en del av et dyr, så spiser de dyret
-

–Dagros spiser ikke Litagos venstre bakbein

Binært relasjonssymbol del_av ($\text{del_av}(x,y) : x$ er en del av y)

Unært funksjonssymbol $\text{vb} ??$

$$\forall x (\text{dyr}(x) \rightarrow \text{del_av}(\text{vb}(x),x))$$

$$\forall x \forall y \forall z (\text{spise}(x,y) \wedge \text{del_av}(y,z) \wedge \text{dyr}(z) \rightarrow \text{spise}(x,z))$$

$$\neg \text{spise}(\text{dagros}, \text{vb}(\text{litago}))$$

–Et dyrs **venstre bakbein** er **en del av** dyret

–Hvis noen spiser **en del av** et dyr, så spiser de dyret

–Dagros spiser ikke Litagos **venstre bakbein**

Termer

- Alle individvariabler er termer
- Alle individkonstanter er termer
- Hvis t_1 og ... og t_n er termer og f er et n -ært funksjonssymbol, da er $f(t_1, \dots, t_n)$ en term.

Formler

- True og false er formler
- Hvis t_1 og \dots og t_n er termer og r er et n -ært relasjonssymbol, så er $r(t_1, \dots, t_n)$ en formel
- Hvis A og B er formler, så er (A) og $\neg A$ og $A \wedge B$ og $A \vee B$ og $A \rightarrow B$ formler
- Hvis x er en variabel og A er en formel, så er $\exists x A$ og $\forall x A$ formler.

Precedensregler

- $\exists x$ og $\forall x$ binder like sterkt som \neg

$$\exists x ku(x) \wedge spiser(y,x) \wedge \forall z \neg spiser(y,x) \rightarrow spiser(z,x)$$

kan bare tolkes som

$$((\exists x ku(x)) \wedge spiser(y,x) \wedge (\forall z (\neg spiser(y,x)))) \rightarrow spiser(z,x)$$

Gyldig formel (Valid wwf)

- Vanligvis er en formel sann i noen tolkninger og gal i noen tolkninger, men noen formler er gyldige; det vil si at de er sanne i alle tolkninger.
- En formel er altså gyldig hviss den ikke har noen motmodell
- Eksempler er alle tautologier, men vi har mer.

Noen gyldige formler

$$\forall x \neg A \rightarrow \neg \exists x A$$

$$\exists x \neg A \rightarrow \neg \forall x A$$

$$\forall x (A \rightarrow B) \rightarrow (\forall x A \rightarrow \forall x B)$$

$$\forall x A \wedge \forall x B \rightarrow \forall x (A \wedge B)$$

$$\exists x (A \vee B) \rightarrow \exists x A \vee \exists x B$$

$$\forall x \forall y A \rightarrow \forall y \forall x A$$

$$\exists x \forall y A \rightarrow \forall y \exists x A$$

Oppfyllebar (satisfiable) formel

- En formel oppfyllebar hvis den er sann i minst en tolkning.

- En formel er altså oppfyllebar hvis den har en modell

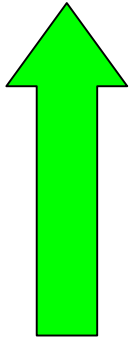
Åpen formel

- Formler med frie variabler kalles **åpne**.
- Åpne formler er vanskelige å tolke som klare påstander – deres betydning er ennå “åpen”. De tolkes lettere som mengder/relasjoner, for eksempel mengden av dem som kysser prinsesser:
$$\exists y (\text{Prinsesse}(y) \wedge \text{Kysser}(x,y))$$
- Åpne formler regnes ofte som “annenrangs” eller et nødvendig onde; prøv for eksempel å mate en formel med frie variabler til [denne teorembeviseren](#). (Du får feilmelding!)

Lukket formel

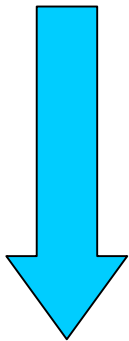
- En lukket formel er en formel uten frie variabler.
- Vi har to viktige måter å lukke formler på, det vil si måter å gjøre åpne formler om til lukkede formler.
- Dette er universell og eksistensiell tillukning.

$\exists x \exists y \exists z (\text{Prinsesse}(z) \wedge \text{Elsker}(x,z) \wedge \text{Elsker}(y,z))$



Eksistensiell tillukning

$\exists z (\text{Prinsesse}(z) \wedge \text{Elsker}(x,z) \wedge \text{Elsker}(y,z))$



Universiell tillukning

$\forall x \forall y \exists z (\text{Prinsesse}(z) \wedge \text{Elsker}(x,z) \wedge \text{Elsker}(y,z))$

En formel er gyldig hviss dens universelle tillukning er det.

En formel er oppfyllbar hviss dens eksistensielle tillukning er det.