Øvingsoppgaver (uke 42)

INF1800 – Logikk og beregnbarhet – Høsten 2008

1 Oppgave (Om sekventkalkyle)

Repetér definisjonen av en gyldig sekvent, og diskuter hvordan sekventkalkylen kan brukes til besvare følgende spørsmål.

a. Er formelen F gyldig?
b. Er formelen F falsifiserbar?
c. Er formelen F oppfyllbar?
d. Er formelen F kontradiktorisk?
e. Er mengden S av formler oppfyllbar?
f. Er mengden S av formler kontradiktorisk?

På hvilken måte er dette avhengig av sunnheten til kalkylen?

2 Oppgave (Fra kompendium)

Følgende oppgaver er tatt kompendiet *Logikk og beregnbarhet* av Herman Ruge Jervell, som er tilgjengelig via `http://folk.uio.no/herman/Logikk/oppgaver.pdf`.

a. Forklar hvorfor $A \to (B \to C)$ sier noe annet enn $(A \to B) \to C$. (1.1.3)
b. Er det i utsagnslogikk noen forskjell på $\neg A \lor B$ og $A \to B$? Forklar. Drøft om dette er rimelig. (1.1.4)
c. Sier $A \land B$ og $\neg(\neg A \lor \neg B)$ det samme i utsagnslogikk? (1.1.5)
d. Er det rimelig at A og $\neg\neg A$ sier det samme i utsagnslogikk? (1.1.6)
e. Vis at følgende er alltid sant "Om jeg trår på gasspedalen og vrir om på tenningsnøkkelen, vil bilen starte. Altså hvis jeg trår på gasspedalen vil bilen starte, eller hvis jeg vrir om på tenningsnøkkelen vil bilen starte." (1.1.8)
f. Oversett utsagnet $(\neg P \land Q) \to R$ til konjunktiv og til disjunktiv normalform. (1.3.1)

3 Oppgave (Sekventkalkyle)

Forsøk å finne sekventkalkylebevis for følgene sekventer. Hvis det ikke går, bruk informasjonen til å lage en valuasjon som falsifiserer sekventen.

a. $P \vdash P \land Q$
b. $P \to Q, Q \to R \vdash P \to R$
c. $P \lor Q, P \to R, Q \to R \vdash R$
d. $P \lor (Q \land R) \vdash (P \lor Q) \land R$
e. $\vdash ((P \to Q) \to P) \to P$
f. $\vdash (P \to (Q \to R)) \to ((P \to Q) \to (P \to R))$
g. $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$
h. $\vdash (P \to Q) \lor (P \to Q)$

4 Oppgave (Konger, damer og tigre II)

På utsiden av dørene står det nå følgende:

(1) Enten er det en tiger i dette rommet eller så er det en dame i det andre rommet	(2) I det andre rommet er det en dame

Kongen sier igjen: "Enten så er begge påstandene sanne, eller så er begge usanne!"
Inneholder det første rommet en dame eller en tiger? Hva med det andre rommet?
(Oppgaven er hentet fra *The lady or the tiger?*, Raymond Smullyan, 1982)

5 Oppgave (Andre sekvententkalkyleregler)

Diskuter hvordan en regel for konnektivet $\leftrightarrow$ *ville ha* sett ut hvis vi hadde laget en regel for dette konnektivet også.

6 Oppgave (Semantikk for sekventer)

Vis at $F_1, \ldots, F_m \vdash G_1, \ldots, G_n$ er gyldig hvis og bare hvis $F_1 \wedge \ldots \wedge F_m \to G_1 \vee \ldots \vee G_n$ er en tautologi.

7 Oppgave (Sant eller usant)

For hver av påstandene nedenfor, avgjør om påstanden er sann eller usann. Vi antar at A og B står for utsagnslogiske formler. Hvis påstanden er sann, forklar hvorfor. Hvis påstanden er usann, gi et moteksempel.

(a) Hvis $A \wedge B$ er gyldig, så er A gyldig og B gyldig.

(b) Hvis $A \vee B$ er gyldig, så er A oppfyllbar og B oppfyllbar.

(c) Hvis $A \vee B$ er gyldig, så er A gyldig eller B gyldig.

8 Oppgave (Utsagnslogikk)

For følgende valg av konnektiv, $\square$, finn ut om den utsagnslogiske formelen

$$(F \to G) \to ((H \square F) \to (H \square G))$$

er gyldig. Argumenter for svaret. Hvis den er gyldig, gi en begrunnelse. Hvis den ikke er gyldig, gi en valuasjon som gjør formelen usann.

1. $\square = \vee$
2. $\square = \wedge$
3. $\square = \to$