

# Øvingsoppgaver (uke 43)

## INF1800 – Logikk og beregnbarhet – Høsten 2008

### 1 Oppgave (Førsteordens logikk)

Finn førsteordens formler i språket  $\langle -; -; \text{Lat}, \text{Stud}, \text{Prob} \rangle$  for følgende setninger.

1. Alle Ifi-studenter er late.
2. Ingen Ifi-studenter er late.
3. Noen Ifi-studenter er late.
4. Alle Ifi-studenter som er late, får problemer på eksamen.
5. Noen Ifi-studenter som er late, får ingen problemer på eksamen.

Finn førsteordens formler i språket  $\langle \text{Ola}, \text{Kari}; -; \text{Mor}, \text{Far} \rangle$  for følgende setninger.

1. Ola er far til Kari.
2. Kari er mor til noen.
3. Ola har ingen mor.
4. Alle har en mor og en far.
5. Alle har en mormor.
6. Ingen er både mor og far.

### 2 Oppgave (Førsteordens logikk)

Vis at følgende formler er oppfyllebare. (Spesifiser en modell for hver formel - i det underliggende språket - som oppfyller denne formelen.)

- $\exists x \text{Liten}(x)$
- $\exists x (\text{Liten}(x) \wedge \text{Stor}(x))$
- $\exists x P_x \rightarrow \forall x P_x$

Vis at følgende formler ikke er oppfyllebare. (Hint: Anta at formelen *er* oppfyllebar.)

- $P_a \wedge \neg P_a$
- $\exists x (\text{Liten}(x) \wedge \neg \text{Liten}(x))$
- $\neg \text{Stor}(a) \wedge \forall x \text{Stor}(x)$

Vis at følgende formler er gyldige. (Hint: Velg en vilkårlig modell.)

- $\forall x P_x a \rightarrow \forall z P_z a$
- $(\forall x P_x \wedge \forall y Q_y) \rightarrow \forall x P_x$
- $\exists x \text{Liten}(x) \vee \exists x \neg \text{Liten}(x)$

Vis at følgende formler er falsifiserbare. (Spesifiser en modell for hver formel – i det underliggende språket – som falsifiserer denne formelen.)

- $\forall x P_x$
- $\exists x \text{Stor}(x) \rightarrow \forall x \text{Stor}(x)$
- $\exists x P_x \rightarrow \exists x (P_x \wedge Q_x)$

## Ekstraoppgaver

### 3 Oppgave (Konger, damer og tigre III)

Kongen var misfornøyd, for alle fangene klarte oppgavene. Derfor bestemte han seg for å gjøre oppgavene litt vanskeligere. Kongen forklarer: "I det venstre rommet (rom 1), så er det slik at hvis det er en dame der, så er det som står på utsiden sant, men hvis det er en tiger der, så er det som står på utsiden usant. I det andre rommet (rom 2), så er det omvendt: Hvis det er en dame der, så er det som står på utsiden usant, og hvis det er en tiger der, så er det som står på utsiden sant. Det er mulig at begge rommene inneholder tigre eller at begge rommene inneholder damer, eller at det er en tiger og en dame."

(1) BEGGE ROMMENE INNEHOLDER DAMER
--

(2) BEGGE ROMMENE INNEHOLDER DAMER
--

Hvilket rom velger du?

(Oppgaven er hentet fra *The lady or the tiger?*, Raymond Smullyan, 1982)

### 4 Oppgave (Dyr i drift)

Formaliser følgende setninger i passende førsteordens språk.

- Alle kyr har et søskenbarn i Kuwait.
- Noen kyr er hellige.
- Bare griske svindlere påstår at griser legger egg.
- Det fins sorte får også blant sauer.

(Setningene er hentet fra *Dyr i Drift* av odelsgutt Ragnar Aalbu © 2008 Cappelen Damm.)

### 5 Oppgave (Førsteordens logikk)

Anta at vi har en lukket formel  $\forall x\varphi$  og at  $a$  er et konstantsymbol som ikke forekommer i  $\forall x\varphi$ .

- Vis at  $\forall x\varphi$  er falsifiserbar hvis og bare hvis  $\varphi[x/a]$  er falsifiserbar.
- Vis at  $\forall x\varphi$  er gyldig hvis og bare hvis  $\varphi[x/a]$  er gyldig.