

# Øvingsoppgaver (uke 44)

## INF1800 – Logikk og beregnbarhet – Høsten 2008

### 1 Oppgave (Førsteordens logikk)

Bevis eller finn motmodeller for følgende sekventer

1.  $\forall x(Px \rightarrow Pfx) \vdash Pa \rightarrow Pffa$
2.  $\forall x(Px \rightarrow \exists xPx)$
3.  $\exists x(Px \rightarrow \exists xPx)$
4.  $\forall x(Px \rightarrow \forall xPx)$
5.  $\exists x(Px \rightarrow \forall xPx)$
6.  $P \vee \forall x\neg Qx \vdash \forall x(P \vee \neg Qx)$
7.  $\forall x\forall y(Pxy \rightarrow Pyx), \forall x\exists yPxy \vdash \forall x\exists y(Pxy \wedge Pyx)$
8.  $\exists x(Px \vee Qx) \vdash \exists xPx \vee \exists xQx$
9.  $\exists x(Px \wedge Qx) \vdash \exists xPx \wedge \exists xQx$
10.  $\vdash \forall x\exists y\forall z\exists w(Rxy \rightarrow R wz)$
11.  $\forall x((Px \wedge Qx) \rightarrow Rx) \vdash \forall x(Px \rightarrow Rx) \vee \forall x(Qx \rightarrow Rx)$

### 2 Oppgave (Gyldighetsbevarende regler)

Vi sier at en sekventkalkyleregul er *gyldighetsbevarende* (nedover) hvis konklusjonen er gyldig hver gang begge premissene er gyldige. Vis at  $L\rightarrow$ -regelen er gyldighetsbevarende (nedover).

$$\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} L\rightarrow$$

Diskuter hva dette har å gjøre med sunnhet av en kalkyle.

### 3 Oppgave (Preneks normalform)

Skriv om følgende formler til preneks normalform.

- (a)  $\neg\forall xPx$
- (b)  $\forall xPx \vee \forall xQx$
- (c)  $\neg\forall x(Px \rightarrow \exists xQx)$
- (d)  $(\forall xPx \vee \forall xQx) \rightarrow \forall x(Px \vee Qx)$

Er  $\forall xPx \vee \forall xQx$  ekvivalent med  $\forall x(Px \vee Qx)$ ? Lag et bevis eller finn et moteksempel.