INF1800 – Logikk og beregnbarhet

Forelesning 16: Utsagnslogikk – Sekventkalkyle

Roger Antonsen

Institutt for informatikk
Universitetet i Oslo

8. oktober 2008

(Sist oppdatert: 2008-10-09 01:01)

Noen kommentarer

Forelesningene, notatene og boken

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.
- Noen oppfordringer:

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.
- Noen oppfordringer:
    - Regn oppgaver!

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.
- Noen oppfordringer:
  - Regn oppgaver!
  - Gå på gruppetimene!

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.
- Noen oppfordringer:
  - Regn oppgaver!
  - Gå på gruppetimene!
  - Vær nysgjerrig!

Forelesningene, notatene og boken

- Jeg sier stor sett mye mer i timen enn det som står i forelesningsnotatene.
- Derfor: for å få fullt utbytte av undervisningen, så holder det ikke å *kun* lese notatene.
- Kalkylen for utsagnslogikk kan leses helt uavhengig av boken.
- Boka kan allikevel godt leses som et supplement til det vi gjør her.
- Finner dere feil i notatene, så si ifra.
- Noen oppfordringer:
    - Regn oppgaver!
    - Gå på gruppetimene!
    - Vær nysgjerrig!
    - Repetér begrepene!

Viktige begreper fra forrige forelesning

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon
- utledning

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon
- utledning
- bevis

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon
- utledning
- bevis
- sekventkalkyle

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon
- utledning
- bevis
- sekventkalkyle
- gyldighet av sekvent

Viktige begreper fra forrige forelesning

- sekventer
- aksiomer
- regler
- slutninger
- premiss
- konklusjon
- utledning
- bevis
- sekventkalkyle
- gyldighet av sekvent
- falsifiserbarhet av sekvent

Eksempel på et bevis

Eksempel på et bevis

$$\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B$$

Eksempel på et bevis

$$\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B$$

Eksempel på et bevis

$$\frac{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A, \neg B}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$\frac{\neg(A \land B) \;\vdash\; \neg A, \neg B}{\neg(A \land B) \;\vdash\; \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$\cfrac{\cfrac{\neg(A \land B), A \ \vdash \ \neg B}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\neg(A \land B), A \;\vdash\; \neg B}{\neg(A \land B) \;\vdash\; \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \;\vdash\; \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg(A \land B), A, B \ \vdash}{\neg(A \land B), A \ \vdash \ \neg B}}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\textcolor{red}{\neg}(A \land B), A, B \ \vdash}{\neg(A \land B), A \ \vdash \ \neg B}}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \ \vdash \ \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på et bevis

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{A, B \vdash A \land B}{\neg(A \land B), A, B \vdash}}{\neg(A \land B), A \vdash \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A \lor \neg B}
$$

Eksempel på et bevis

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{A, B \vdash A \land B}{\neg(A \land B), A, B \vdash}}{\neg(A \land B), A \vdash \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A \lor \neg B}
$$

Eksempel på et bevis

$$
\begin{array}{c}
\times \\
A, B \vdash A \\
\hline
A, B \vdash A \land B \\
\hline
\neg(A \land B), A, B \vdash \\
\hline
\neg(A \land B), A \vdash \neg B \\
\hline
\neg(A \land B) \vdash \neg A, \neg B \\
\hline
\neg(A \land B) \vdash \neg A \lor \neg B
\end{array}
$$

Eksempel på et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{A, B \vdash A} \qquad \overset{\times}{A, B \vdash B}}{A, B \vdash A \mathbin{\color{red}{\land}} B}}{\neg(A \land B), A, B \vdash}}{\neg(A \land B), A \vdash \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A, \neg B}}{\neg(A \land B) \vdash \neg A \lor \neg B}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$A \rightarrow B \vdash A \rightarrow B \land C$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$A \rightarrow B \;\vdash\; A \rightarrow B \wedge C$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\frac{A \to B, A \;\vdash\; B \land C}{A \to B \;\vdash\; A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\frac{A \rightarrow B, A \ \vdash \ B \land C}{A \rightarrow B \ \vdash \ A \rightarrow B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\cfrac{\cfrac{\overset{\times}{A \vdash B \land C, A}}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\times}{A \vdash B \land C, A}}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$
\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{A \vdash B \land C, \color{red}{A}} \qquad \color{red}{B}\color{black}{, A \vdash B \land C}}{A \color{red}{\rightarrow}\color{black}{} B, A \vdash B \land C}}{A \rightarrow B \vdash A \rightarrow B \land C}
$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\times}{A \vdash B \land C, A} \qquad B, A \vdash B \land C}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{A \vdash B \land C, A} \qquad \dfrac{\overset{\times}{B, A \vdash B}}{B, A \vdash B \land C}}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$
\dfrac{
  \dfrac{\dfrac{\times}{A \vdash B \land C, A} \qquad \dfrac{\dfrac{\times}{\color{red}{B}, A \vdash \color{red}{B}}}{B, A \vdash B \land C}}
  {A \rightarrow B, A \vdash B \land C}
}{
  A \rightarrow B \vdash A \rightarrow B \land C
}
$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{A \vdash B \land C, A} \qquad \dfrac{\overset{\times}{B, A \vdash B} \qquad B, A \vdash C}{B, A \vdash B \land C}}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\begin{array}{c}\times\\ A \vdash B \land C, A\end{array} \qquad \dfrac{\begin{array}{c}\times\\ B, A \vdash B\end{array} \qquad B, A \vdash C}{B, A \vdash B \land C}}{A \to B, A \vdash B \land C}}{A \to B \vdash A \to B \land C}$$

- Rotsekventen er falsifiserbar!

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$\dfrac{\dfrac{\overset{\times}{A \vdash B \wedge C, A} \qquad \dfrac{\overset{\times}{B, A \vdash B} \qquad B, A \vdash C}{B, A \vdash B \wedge C}}{A \rightarrow B, A \vdash B \wedge C}}{A \rightarrow B \vdash A \rightarrow B \wedge C}$$

- Rotsekventen er falsifiserbar!
- Vi kan lese ut en motmodell fra løvsekventen som ikke er lukket.

Eksempel på en utledning som ikke er et bevis

$$
\dfrac{
  \dfrac{
    \dfrac{\times}{A \;\vdash\; B \land C, A}
    \qquad
    \dfrac{
      \dfrac{\times}{B, A \;\vdash\; B}
      \qquad
      B, A \;\vdash\; C
    }{B, A \;\vdash\; B \land C}
  }{A \to B, A \;\vdash\; B \land C}
}{A \to B \;\vdash\; A \to B \land C}
$$

- Rotsekventen er falsifiserbar!
- Vi kan lese ut en motmodell fra løvsekventen som ikke er lukket.
- Motmodellen er en valuasjon v slik at $v(A) = \mathbf{1}$, $v(B) = \mathbf{1}$ og $v(C) = \mathbf{0}$.

Sunnhet av sekventkalkyle

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK er komplett hvis enhver gyldig sekvent er LK-bevisbar.

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK er komplett hvis enhver gyldig sekvent er LK-bevisbar.

Gyldighet
(semantisk)
Universell påstand:
"for alle valuasjoner..."

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK er komplett hvis enhver gyldig sekvent er LK-bevisbar.

Gyldighet
(semantisk)
Universell påstand:
"for alle valuasjoner..."

Bevisbarhet
(syntaktisk)
Eksistensiell påstand:
"det fins et bevis..."

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK er komplett hvis enhver gyldig sekvent er LK-bevisbar.

$$\xleftarrow{\text{sunnhet}}$$

Gyldighet
(semantisk)
Universell påstand:
"for alle valuasjoner. . . "

Bevisbarhet
(syntaktisk)
Eksistensiell påstand:
"det fins et bevis. . . "

Introduksjon

Definisjon (Sunnhet)

Sekventkalkylen LK er sunn hvis enhver LK-bevisbar sekvent er gyldig.

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK er komplett hvis enhver gyldig sekvent er LK-bevisbar.

Gyldighet (semantisk) Universell påstand: “for alle valuasjoner. . . ”	$\xleftarrow{\text{sunnhet}}$ $\xrightarrow{\text{kompletthet}}$	**Bevisbarhet** (syntaktisk) Eksistensiell påstand: “det fins et bevis. . . ”

Introduksjon

Introduksjon

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

Introduksjon

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Komplettheet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og komplettheet er duale begreper.

Introduksjon

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.

Introduksjon

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.
- Kompletthet gir at vi kan bevise *alle* gyldige sekventer.

Introduksjon

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.
- Kompletthet gir at vi kan bevise *alle* gyldige sekventer.
- Husk at vi introduserte LK som et systematisk forsøk på å falsifisere.

Introduksjon

Sunnhet: $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.
- Kompletthet gir at vi kan bevise *alle* gyldige sekventer.
- Husk at vi introduserte LK som et systematisk forsøk på å falsifisere.
- En sekvent er gyldig hvis og bare hvis den ikke er falsifiserbar.

Introduksjon

Sunnhet: $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.
- Kompletthet gir at vi kan bevise *alle* gyldige sekventer.
- Husk at vi introduserte LK som et systematisk forsøk på å falsifisere.
- En sekvent er gyldig hvis og bare hvis den ikke er falsifiserbar.
- Vi kan dermed uttrykke sunnhet og kompletthet slik:

Introduksjon

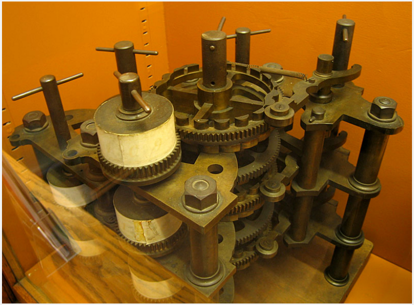
Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar

- Sunnhet og kompletthet er duale begreper.
- Sunnhet gir at vi ikke kan bevise noe *mer* enn de gyldige sekventene.
- Kompletthet gir at vi kan bevise *alle* gyldige sekventer.
- Husk at vi introduserte LK som et systematisk forsøk på å falsifisere.
- En sekvent er gyldig hvis og bare hvis den ikke er falsifiserbar.
- Vi kan dermed uttrykke sunnhet og kompletthet slik:

Sunnhet:	$\Gamma \vdash \Delta$ falsifiserbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ ikke bevisbar
Kompletthet:	$\Gamma \vdash \Delta$ ikke bevisbar	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ falsifiserbar

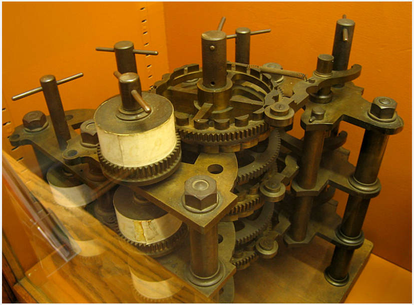
Introduksjon

En LK-maskin?



Introduksjon

En LK-maskin?

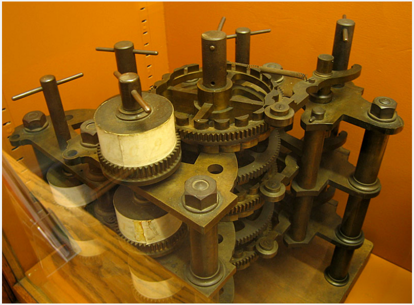


Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

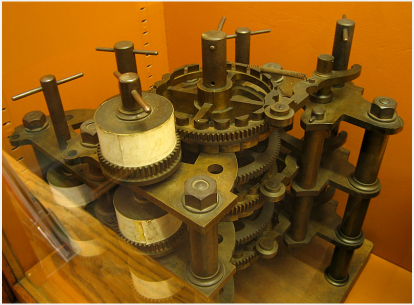
Alt som skrives ut er gyldig.

Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

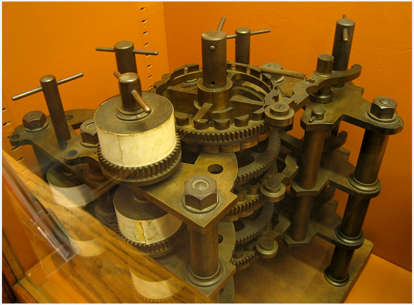
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

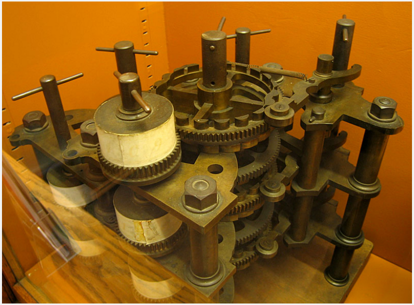
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
    - Da vises for lite.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

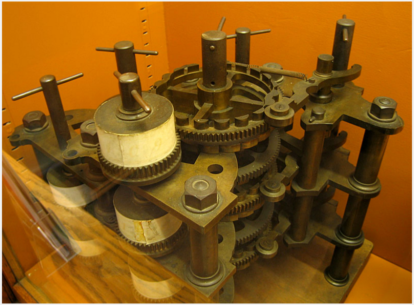
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2, 5, 7, 11, 17, 19, ...

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

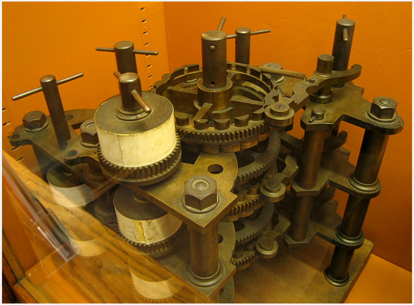
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall: $2, \quad 5, 7, 11, \quad 17, 19, \ldots$
- Noe kan være komplett uten å være sunt.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

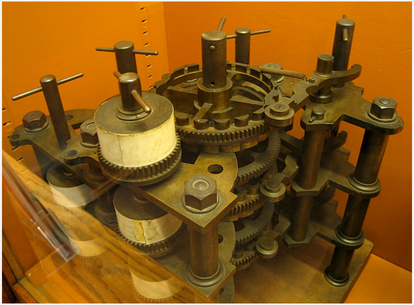
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2,   5, 7, 11,   17, 19, . . .
- Noe kan være komplett uten å være sunt.
  - Da vises for mye.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

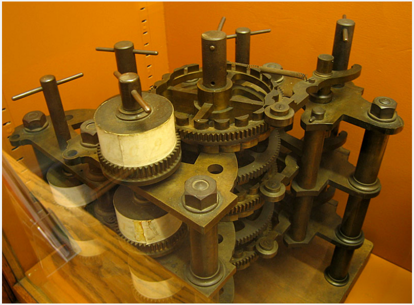
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2, 5, 7, 11, 17, 19, . . .
- Noe kan være komplett uten å være sunt.
  - Da vises for mye.
  - Eksempel med primtall:
    2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . .

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

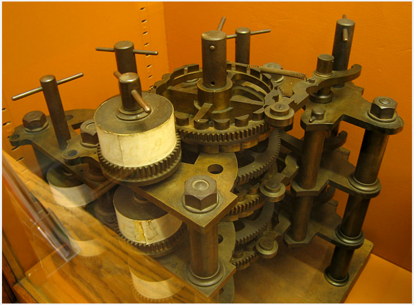
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
    - Da vises for lite.
    - Eksempel med primtall:
      2,   5, 7, 11,   17, 19, . . .
- Noe kan være komplett uten å være sunt.
    - Da vises for mye.
    - Eksempel med primtall:
      2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . .
- Vi ønsker begge deler

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

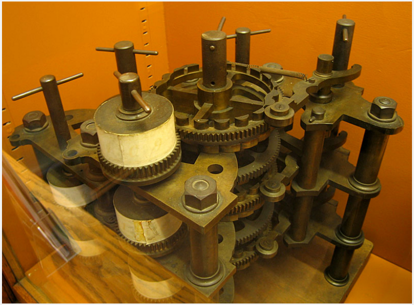
Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2, 5, 7, 11, 17, 19, . . .
- Noe kan være komplett uten å være sunt.
  - Da vises for mye.
  - Eksempel med primtall:
    2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . .
- Vi ønsker begge deler
  - Hverken for mye eller for lite.

Introduksjon

En LK-maskin?



Sunnhet

Alt som skrives ut er gyldig.

Kompletthet

Alt som er gyldig blir skrevet ut.

- Noe kan være sunt uten å være komplett.
  - Da vises for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2, 5, 7, 11, 17, 19, . . .
- Noe kan være komplett uten å være sunt.
  - Da vises for mye.
  - Eksempel med primtall:
    2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . .
- Vi ønsker begge deler
  - Hverken for mye eller for lite.
  - Eksempel med primtall:
    2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 . . .