INF1800 – Logikk og beregnbarhet

Forelesning 18: Førsteordens logikk

Roger Antonsen

Institutt for informatikk
Universitetet i Oslo

15. oktober 2008

(Sist oppdatert: 2008-10-15 23:50)

Repetisjon og noen løse tråder

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler
   - konnektiver: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ og $\neg$
   - hjelpesymboler: ‘(’ og ‘)’ og ‘,’
   - kvantorer: $\exists$ og $\forall$
   - variable: $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler
   - konnektiver: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ og $\neg$
   - hjelpesymboler: '(' og ')' og ','
   - kvantorer: $\exists$ og $\forall$
   - variable: $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$
2. Ikke-logiske symboler:

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler
   - konnektiver: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ og $\neg$
   - hjelpesymboler: '(' og ')' og ','
   - kvantorer: $\exists$ og $\forall$
   - variable: $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$
2. Ikke-logiske symboler:
   - en tellbar mengde konstantsymboler
   - en tellbar mengde funksjonssymboler (med aritet)
   - en tellbar mengde relasjonssymboler (med aritet)

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler
   - konnektiver: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ og $\neg$
   - hjelpesymboler: '(' og ')' og ','
   - kvantorer: $\exists$ og $\forall$
   - variable: $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$
2. Ikke-logiske symboler:
   - en tellbar mengde konstantsymboler
   - en tellbar mengde funksjonssymboler (med aritet)
   - en tellbar mengde relasjonssymboler (med aritet)

- De ikke-logiske symbolene utgjør en signatur

Førsteordens språk

Et førsteordens språk $\mathcal{L}$ består av:

1. Logiske symboler
   - konnektiver: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ og $\neg$
   - hjelpesymboler: '(' og ')' og ','
   - kvantorer: $\exists$ og $\forall$
   - variable: $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, x_3, \ldots\}$
2. Ikke-logiske symboler:
   - en tellbar mengde konstantsymboler
   - en tellbar mengde funksjonssymboler (med aritet)
   - en tellbar mengde relasjonssymboler (med aritet)

- De ikke-logiske symbolene utgjør en signatur

$$\langle \underbrace{c_1, c_2, c_3, \ldots}_{\text{konstantsymboler}} ; \underbrace{f_1, f_2, f_3, \ldots}_{\text{funksjonssymboler}} ; \underbrace{R_1, R_2, R_3, \ldots}_{\text{relasjonssymboler}} \rangle.$$

Eksempler på signaturer

Eksempler på signaturer

Vi har sett følgende signaturer:

Eksempler på signaturer

Vi har sett følgende signaturer:

enkelt språk:	$\langle$	a	;	f, g	;	P, R	$\rangle$
aritmetikk 1:	$\langle$	0	;	$s, +$	;	$=$	$\rangle$
aritmetikk 2:	$\langle$	$0, 1$	;	$+, \times$	;	$=, <$	$\rangle$
mengdelære:	$\langle$	$\emptyset$	;	$\cap, \cup$	;	$=, \in$	$\rangle$
familierelasjoner:	$\langle$	$\mathsf{Ola}, \mathsf{Kari}$	;	$\mathsf{mor}, \mathsf{far}$	;	$\mathsf{Mor}, \mathsf{Far}, \mathsf{Slektning}$	$\rangle$
beundring:	$\langle$	a, b	;		;	$\mathsf{Idol}, \mathsf{Liker}$	$\rangle$

Mengden av førsteordens termer og formler

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, \ldots, t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.
   - Hvis φ og ψ er formler, så er $\neg\varphi$, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$ og $(\varphi \to \psi)$ formler.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.
   - Hvis φ og ψ er formler, så er $\neg\varphi$, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \vee \psi)$ og $(\varphi \to \psi)$ formler.
   - Hvis φ er en formel og x er en variabel, så er $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ formler.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.
   - Hvis φ og ψ er formler, så er $\neg\varphi$, $(\varphi \land \psi)$, $(\varphi \lor \psi)$ og $(\varphi \to \psi)$ formler.
   - Hvis φ er en formel og x er en variabel, så er $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ formler.

- En variabel x er bundet hvis den er innenfor skopet til en kvantor.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.
   - Hvis φ og ψ er formler, så er $\neg\varphi$, $(\varphi \land \psi)$, $(\varphi \lor \psi)$ og $(\varphi \rightarrow \psi)$ formler.
   - Hvis φ er en formel og x er en variabel, så er $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ formler.

- En variabel x er bundet hvis den er innenfor skopet til en kvantor.
- En variabelforekomst er fri hvis den ikke er bundet.

Mengden av førsteordens termer og formler

Hvis et førsteordens språk $\mathcal{L}$ er gitt, så får vi (definert induktivt):

1. Mengden $\mathcal{T}$ av termer i $\mathcal{L}$:
   - Enhver variabel og konstant er en term.
   - Hvis f er et funksjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $f(t_1, ..., t_n)$ en term.
2. Mengden $\mathcal{F}$ av formler i $\mathcal{L}$:
   - Hvis R er et relasjonssymbol med aritet n og $t_1, \ldots, t_n$ er termer, så er $R(t_1, \ldots, t_n)$ en (atomær) formel.
   - Hvis φ og ψ er formler, så er $\neg\varphi$, $(\varphi \land \psi)$, $(\varphi \lor \psi)$ og $(\varphi \to \psi)$ formler.
   - Hvis φ er en formel og x er en variabel, så er $\forall x \varphi$ og $\exists x \varphi$ formler.

- En variabel x er bundet hvis den er innenfor skopet til en kvantor.
- En variabelforekomst er fri hvis den ikke er bundet.
- En term som ikke inneholder variable kalles lukket.

En kort oppsummering av modeller

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket $\langle$ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂ $\rangle$

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket ⟨🚺, 🚹, ☕; 🏭; ♀, ♂⟩, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket $\langle$ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂ $\rangle$, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket $\langle$ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂ $\rangle$, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.
- 🏭$^{\mathcal{M}}$ må være en funksjon på domenet.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket ⟨ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂ ⟩, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.
- 🏭$^{\mathcal{M}}$ må være en funksjon på domenet.
- ♀$^{\mathcal{M}}$ og ♂$^{\mathcal{M}}$ må være relasjoner på domenet.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket ⟨ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂⟩, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.
- 🏭$^{\mathcal{M}}$ må være en funksjon på domenet.
- ♀$^{\mathcal{M}}$ og ♂$^{\mathcal{M}}$ må være relasjoner på domenet.
- Husk på ariteten til symbolene.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket $\langle$ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂$\rangle$, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.
- 🏭$^{\mathcal{M}}$ må være en funksjon på domenet.
- ♀$^{\mathcal{M}}$ og ♂$^{\mathcal{M}}$ må være relasjoner på domenet.
- Husk på ariteten til symbolene.
- Her kan for eksempel 🏭 ha aritet 2, og ♀ og ♂ ha aritet 1.

En kort oppsummering av modeller

En modell $\mathcal{M}$ for et språk $\mathcal{L}$ består av

1. en ikke-tom mengde $|\mathcal{M}|$, kalt domenet til $\mathcal{M}$, og
2. en tolkning av alle ikke-logiske symboler i språket.

For eksempel, hvis $\mathcal{L}$ er språket $\langle$ 🚺 , 🚹 , ☕ ; 🏭 ; ♀ , ♂$\rangle$, så må en modell $\mathcal{M}$ gi et domene og en tolkning til alle symbolene.

- 🚺$^{\mathcal{M}}$, 🚹$^{\mathcal{M}}$ og ☕$^{\mathcal{M}}$ må være elementer i domenet.
- 🏭$^{\mathcal{M}}$ må være en funksjon på domenet.
- ♀$^{\mathcal{M}}$ og ♂$^{\mathcal{M}}$ må være relasjoner på domenet.
- Husk på ariteten til symbolene.
- Her kan for eksempel 🏭 ha aritet 2, og ♀ og ♂ ha aritet 1.
- En mulig formel i dette språket er ♂(🚹) $\land \forall x($♀$(x) \rightarrow$ ♂(🏭(🚺, ☕))).

Substitusjoner og frie variable

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Eksempel

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Eksempel

- $\exists x P(x, y)[y/f(x)]$

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Eksempel

- $\exists x P(x, y)[y/f(x)] = \exists x P(x, f(x))$

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Eksempel

- $\exists x P(x, y)[y/f(x)] = \exists x P(x, f(x))$

- Her blir en variabel bundet *etter* substitusjon.

Substitusjoner og frie variable

- Vi har sett at substitusjon ikke blir gjort for bundne variable.
- Vi har enda et tilfelle hvor vi ønsker å forhindre substitusjon.

Eksempel

- $\exists x P(x, y)[y/f(x)] = \exists x P(x, f(x))$

- Her blir en variabel bundet *etter* substitusjon.
- Dette kan endre meningen til en formel på en måte som vi ikke ønsker.

Substitusjoner og frie variable

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Eksempel

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Eksempel

Termen $f(x)$ er ikke fri for y i formelen $\exists x P(x, y)$.

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Eksempel

Termen $f(x)$ er ikke fri for y i formelen $\exists x P(x, y)$.

- En måte å unngå dette på er å omdøpe bundne variable først.

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Eksempel

Termen $f(x)$ er ikke fri for y i formelen $\exists x P(x, y)$.

- En måte å unngå dette på er å omdøpe bundne variable først.
- F.eks. se på $\exists z P(z, y)$ i stedet for $\exists x P(x, y)$.

Substitusjoner og frie variable

Definisjon

Vi sier at t er fri for x i φ hvis ingen variabel i t blir bundet som følge av å substituere t for x i φ.

Eksempel

Termen $f(x)$ er ikke fri for y i formelen $\exists x P(x, y)$.

- En måte å unngå dette på er å omdøpe bundne variable først.
- F.eks. se på $\exists z P(z, y)$ i stedet for $\exists x P(x, y)$.
- Fra nå av antar vi at alle substitusjoner er “fri for”, det vil si at ingen variable blir bundet som følge av en substitusjon.

Lukkede og åpne formler

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable.

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x P x a$ er

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x P x a$ er lukket.

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x Pxa$ er lukket.
- $\forall x Pxy$ er

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x Pxa$ er lukket.
- $\forall x Pxy$ er *ikke* lukket.

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x P x a$ er lukket.
- $\forall x P x y$ er *ikke* lukket.
- $P x y$ er

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x P x a$ er lukket.
- $\forall x P x y$ er *ikke* lukket.
- $P x y$ er *ikke* lukket, men åpen.

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x Pxa$ er lukket.
- $\forall x Pxy$ er *ikke* lukket.
- Pxy er *ikke* lukket, men åpen.
- Pab er

Lukkede og åpne formler

Definisjon (Lukket/åpen formel)

En formel φ er lukket hvis $\mathsf{FV}(\varphi) = \emptyset$, det vil si at φ ikke inneholder noen frie variable. En formel er åpen hvis den ikke inneholder noen kvantorer.

Eksempel

- $\forall x Pxa$ er lukket.
- $\forall x Pxy$ er *ikke* lukket.
- Pxy er *ikke* lukket, men åpen.
- Pab er åpen *og* lukket.

Presedensregler

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y P y \land P x$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y P y \land P x$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y Py \land Px$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
    1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y Py \land Px$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\land$ binder svakere.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y Py \land Px$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\land$ binder svakere.
  3. $\lor$ binder enda svakere.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y P y \land P x$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\land$ binder svakere.
  3. $\lor$ binder enda svakere.
  4. $\rightarrow$ binder svakest.

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y P y \wedge P x$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\wedge$ binder svakere.
  3. $\vee$ binder enda svakere.
  4. $\rightarrow$ binder svakest.
- For eksempel:

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y P y \wedge P x$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\wedge$ binder svakere.
  3. $\vee$ binder enda svakere.
  4. $\rightarrow$ binder svakest.
- For eksempel:
  - $\exists y P y \wedge P x$

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y Py \land Px$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\land$ binder svakere.
  3. $\lor$ binder enda svakere.
  4. $\rightarrow$ binder svakest.
- For eksempel:
  - $\exists y Py \land Px$ betyr $(\exists y Py) \land Px$

Presedensregler

- På samme måte som for utsagnslogiske formler, har vi presedensregler for førsteordens formler.
- Mengden $\mathcal{F}$ av førsteordens formler er helt presist definert, men vi skal også godta f.eks. $\exists y Py \land Px$ som førsteordens formler (selv om parentesene mangler).
- Vi gir konnektivene ulik presedens i forhold til hverandre.
  1. $\neg$, $\forall$ og $\exists$ binder sterkest.
  2. $\land$ binder svakere.
  3. $\lor$ binder enda svakere.
  4. $\rightarrow$ binder svakest.
- For eksempel:
  - $\exists y Py \land Px$ betyr $(\exists y Py) \land Px$ og ikke $\exists y(Py \land Px)$

Semantikk (fortsettelse)

Noen kommentarer

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol $\mathtt{f}$ med aritet 0 kan betraktes som en konstant.

2. Et relasjonssymbol $\mathtt{R}$ med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.

2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.

3. Et tuppel $\langle e \rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.

2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.

3. Et tuppel $\langle e \rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.

2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.

3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.

3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet - så fins det nøyaktig to muligheter for $R^{\mathcal{M}}$.

3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet - så fins det nøyaktig to muligheter for $R^{\mathcal{M}}$.
   - Enten så er $R^{\mathcal{M}}$ tom eller så er $\langle\rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet - så fins det nøyaktig to muligheter for $R^{\mathcal{M}}$.
   - Enten så er $R^{\mathcal{M}}$ tom eller så er $\langle\rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
   - Vi kan derfor tenke på mengden $\{\emptyset, \{\langle\rangle\}\}$ av delmengder av D^0 som **Bool**.
3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet - så fins det nøyaktig to muligheter for $R^{\mathcal{M}}$.
   - Enten så er $R^{\mathcal{M}}$ tom eller så er $\langle\rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
   - Vi kan derfor tenke på mengden $\{\emptyset, \{\langle\rangle\}\}$ av delmengder av D^0 som **Bool**.
3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.
   - Når et relasjonssymbol R har aritet 1, så skriver vi derfor $\{e_1, \ldots, e_n\}$ i stedet for $\{\langle e_1\rangle, \ldots, \langle e_n\rangle\}$.

Noen kommentarer

1. Et funksjonssymbol f med aritet 0 kan betraktes som en konstant.
   - Da er $f^{\mathcal{M}}$ en funksjon fra D^0 til D.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet – så består $f^{\mathcal{M}}$ også av kun ett element $\langle\langle\rangle, e\rangle$, hvor $e \in D$.
   - Vi kan derfor identifisere $f^{\mathcal{M}}$ med e.
2. Et relasjonssymbol R med aritet 0 kan betraktes som en utsagnsvariabel.
   - Da er $R^{\mathcal{M}}$ en delmengde av D^0.
   - Siden D^0 består av kun ett element $\langle\rangle$ – det tomme tuppelet - så fins det nøyaktig to muligheter for $R^{\mathcal{M}}$.
   - Enten så er $R^{\mathcal{M}}$ tom eller så er $\langle\rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
   - Vi kan derfor tenke på mengden $\{\emptyset, \{\langle\rangle\}\}$ av delmengder av D^0 som **Bool**.
3. Et tuppel $\langle e\rangle$, hvor $e \in D$, kan vi identifisere med elementet e.
   - Når et relasjonssymbol R har aritet 1, så skriver vi derfor $\{e_1, \ldots, e_n\}$ i stedet for $\{\langle e_1\rangle, \ldots, \langle e_n\rangle\}$.
   - Vi antar derfor også at $R^{\mathcal{M}} \subseteq D$.

Eksempel – Et figurspråk

Eksempel – Et figurspråk

- Konstantsymboler: $\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}, \mathsf{d}, \mathsf{e}, \mathsf{f}$.

Eksempel – Et figurspråk

- Konstantsymboler: $\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}, \mathtt{d}, \mathtt{e}, \mathtt{f}$.
- Funksjonssymboler: ingen.

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

  $\mathsf{Sirkel}(x)$ x er en sirkel

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1
Firkant	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

  $\mathsf{Sirkel}(x)$ x er en sirkel

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1
Firkant	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler

	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1
Liten	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1
Liten	1

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1
Liten	1
Mindre	2

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1
Liten	1
Mindre	2

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\text{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\text{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\text{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\text{Stor}(x)$	x er stor
$\text{Liten}(x)$	x er liten
$\text{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y

Eksempel – Et figurspråk

Relasjonssymboler	aritet
Sirkel	1
Firkant	1
Trekant	1
Stor	1
Liten	1
Mindre	2

- Konstantsymboler: a, b, c, d, e, f.
- Funksjonssymboler: ingen.
- Vi leser på denne måten:

$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y

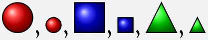
La oss nå lage en modell for dette språket!

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

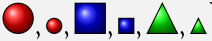
Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$  $\}$.

Eksempel – Et figurspråk

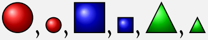
En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $\mathrm{D} = \{$$\}$.

$$\begin{aligned}
a^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} &= \\
b^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} &= \\
c^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} &= \\
d^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} &= \\
e^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} &= \\
f^{\mathcal{M}} &= & \qquad \mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} &=
\end{aligned}$$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $\mathrm{D} = \{$  $\}$.

$\mathrm{a}^{\mathcal{M}} =$ 

$\mathrm{b}^{\mathcal{M}} =$

$\mathrm{c}^{\mathcal{M}} =$

$\mathrm{d}^{\mathcal{M}} =$

$\mathrm{e}^{\mathcal{M}} =$

$\mathrm{f}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

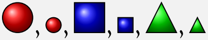
$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$ 

$b^{\mathcal{M}} =$ 

$c^{\mathcal{M}} =$

$d^{\mathcal{M}} =$

$e^{\mathcal{M}} =$

$f^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$ , , , , ,  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$	
$b^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$	
$c^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$	
$d^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$	
$e^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$	
$f^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$	

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$, , , , , $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$

$b^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$

$c^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

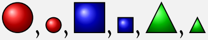
$d^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$e^{\mathcal{M}} = \quad \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$f^{\mathcal{M}} = \quad \mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$$\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}}$	$=$
$b^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}}$	$=$
$c^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}}$	$=$
$d^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$	$=$
$e^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$	$=$
$f^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}}$	$=$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $\mathrm{D} = \{$ , , , , ,  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$

$b^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$

$c^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

$d^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$e^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$f^{\mathcal{M}} =$  $\quad \mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$ , , , , ,  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$

$b^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$

$c^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

$d^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$e^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$f^{\mathcal{M}} =$  $\qquad \mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$, , , , , $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$

$b^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$

$c^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$

$d^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$

$e^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$

$f^{\mathcal{M}} =$  $\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

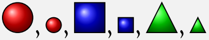
En tolkning av figurspråket

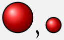
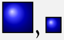
La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $\mathrm{D} = \{$ , , , , ,  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} =$	$\{$ ,  $\}$
$b^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} =$	$\{$ ,  $\}$
$c^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} =$	$\{$ ,  $\}$
$d^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} =$	
$e^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} =$	
$f^{\mathcal{M}} =$		$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} =$	

Eksempel – Et figurspråk

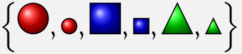
En tolkning av figurspråket

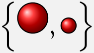
La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$  $\}$.

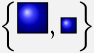
$a^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}}$	$=$	$\{$  $\}$
$b^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}}$	$=$	$\{$  $\}$
$c^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}}$	$=$	$\{$  $\}$
$d^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$	$=$	$\{$  $\}$
$e^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$	$=$	
$f^{\mathcal{M}} =$ 	$\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}}$	$=$	

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D =$ .

$a^{\mathcal{M}} =$  Sirkel$^{\mathcal{M}} =$ 

$b^{\mathcal{M}} =$  Firkant$^{\mathcal{M}} =$ 

$c^{\mathcal{M}} =$  Trekant$^{\mathcal{M}} =$ 

$d^{\mathcal{M}} =$  Stor$^{\mathcal{M}} =$ 

$e^{\mathcal{M}} =$  Liten$^{\mathcal{M}} =$ 

$f^{\mathcal{M}} =$  Mindre$^{\mathcal{M}} =$

Eksempel – Et figurspråk

En tolkning av figurspråket

La $\mathcal{M}$ være en modell med domene $D = \{$ , , , , ,  $\}$.

$a^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$

$b^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Firkant}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$

$c^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$

$d^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$ , ,  $\}$

$e^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$ , ,  $\}$

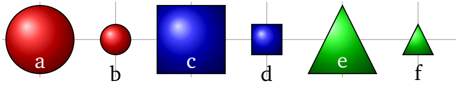
$f^{\mathcal{M}} =$  $\quad$ $\mathsf{Mindre}^{\mathcal{M}} = \{ \langle$ ,  $\rangle, \langle$ ,  $\rangle, \langle$ ,  $\rangle, \langle$ ,  $\rangle, \ldots \}$

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.

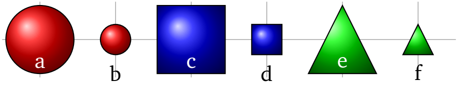
Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Eksempel – Et figurspråk

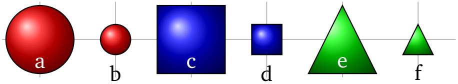
Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.

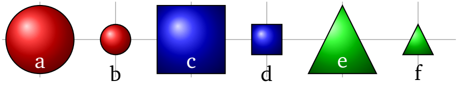


Sant

- $\mathsf{Sirkel}(a)$

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.

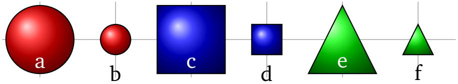


Sant

- Sirkel(a)
- Firkant(c)

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.

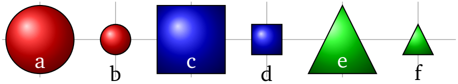


Sant

- Sirkel(a)
- Firkant(c)
- Liten(b)

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.

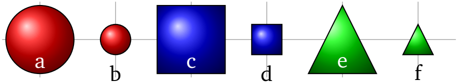


Sant

- Sirkel(a)
- Firkant(c)
- Liten(b)
- Mindre(b, e)

Eksempel – Et figurspråk

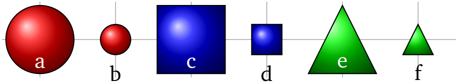
Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant	Usant
• Sirkel(a) • Firkant(c) • Liten(b) • Mindre(b, e)	

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant

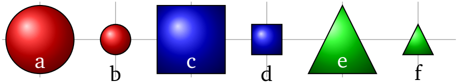
- $\mathsf{Sirkel}(a)$
- $\mathsf{Firkant}(c)$
- $\mathsf{Liten}(b)$
- $\mathsf{Mindre}(b, e)$

Usant

- $\mathsf{Trekant}(a)$

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant

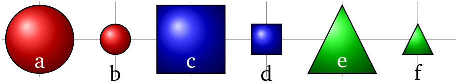
- $\mathsf{Sirkel}(a)$
- $\mathsf{Firkant}(c)$
- $\mathsf{Liten}(b)$
- $\mathsf{Mindre}(b, e)$

Usant

- $\mathsf{Trekant}(a)$
- $\mathsf{Stor}(b)$

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant

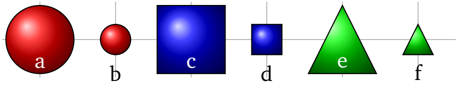
- Sirkel(a)
- Firkant(c)
- Liten(b)
- Mindre(b, e)

Usant

- Trekant(a)
- Stor(b)
- Mindre(a, b)

Eksempel – Et figurspråk

Vi foregriper begivenhetene og ser på hvilke atomære formler som er sanne og usanne i modellen $\mathcal{M}$.



Sant

- Sirkel(a)
- Firkant(c)
- Liten(b)
- Mindre(b, e)

Usant

- Trekant(a)
- Stor(b)
- Mindre(a, b)
- Mindre(a, a)

Utvidete språk

Utvidete språk

- I det foregående eksempelet hadde vi konstantsymboler for alle elementer i domenet.

Utvidete språk

- I det foregående eksempelet hadde vi konstantsymboler for alle elementer i domenet.
- Det er veldig nyttig.

Utvidete språk

- I det foregående eksempelet hadde vi konstantsymboler for alle elementer i domenet.
- Det er veldig nyttig.
- Strengt tatt har vi ingen garanti for et språk er så rikt.

Utvidete språk

- I det foregående eksempelet hadde vi konstantsymboler for alle elementer i domenet.
- Det er veldig nyttig.
- Strengt tatt har vi ingen garanti for et språk er så rikt.
- For enkelhets skyld – og for å definere semantikken – så skal vi anta vi at for enhver modell og ethvert språk, så inneholder språket konstantsymboler for alle elementer i domenet til modellen.

Utvidete språk

- I det foregående eksempelet hadde vi konstantsymboler for alle elementer i domenet.
- Det er veldig nyttig.
- Strengt tatt har vi ingen garanti for et språk er så rikt.
- For enkelhets skyld – og for å definere semantikken – så skal vi anta vi at for enhver modell og ethvert språk, så inneholder språket konstantsymboler for alle elementer i domenet til modellen.

Antakelse

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell for $\mathcal{L}$, så antar vi at for ethvert element a i $|\mathcal{M}|$, så fins et konstantsymbol $\bar{a}$ i $\mathcal{L}$. Vi antar også at $\mathcal{M}$ tolker $\bar{a}$ som a, med andre ord, at $\bar{a}^{\mathcal{M}} = a$.

Utvidete språk (i detalj – for spesielt interesserte)

⋆ Det går an å gjøre dette mer detaljert og nøyaktig, uten antakelsen om at alle språk har konstantsymboler for alle elementer.

Utvidete språk (i detalj – for spesielt interesserte)

- Det går an å gjøre dette mer detaljert og nøyaktig, uten antakelsen om at alle språk har konstantsymboler for alle elementer.
- Idéen er da å lage et nytt språk for hver modell og hvert språk.

Utvidete språk (i detalj – for spesielt interesserte)

* Det går an å gjøre dette mer detaljert og nøyaktig, uten antakelsen om at alle språk har konstantsymboler for alle elementer.
* Idéen er da å lage et nytt språk for hver modell og hvert språk.
* Her er detaljene for de som er spesielt interessert.

Utvidete språk (i detalj – for spesielt interesserte)

- Det går an å gjøre dette mer detaljert og nøyaktig, uten antakelsen om at alle språk har konstantsymboler for alle elementer.
- Idéen er da å lage et nytt språk for hver modell og hvert språk.
- Her er detaljene for de som er spesielt interessert.

Definisjon (Utvidet språk $\mathcal{L}(\mathcal{M})$)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk og $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Da er $\mathcal{L}(\mathcal{M})$ det førsteordens språket man får fra $\mathcal{L}$ ved å legge til *nye* konstantsymboler for hvert element i $|\mathcal{M}|$. Hvis a er i $|\mathcal{M}|$, så skriver vi $\bar{a}$ for den nye konstanten. Hvis $\mathcal{N}$ er en modell for $\mathcal{L}(\mathcal{M})$, så krever vi at $\bar{a}^{\mathcal{N}} = a$.

- Når vi tolker termer og formler fra språket $\mathcal{L}$ i en modell $\mathcal{M}$, så bruker vi det utvidete språket $\mathcal{L}(\mathcal{M})$ og antar at $\mathcal{M}$ er en $\mathcal{L}(\mathcal{M})$-modell.

Tolkning av termer

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$.

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

- Dette er et eksempel på en *rekursiv* definisjon.

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

- Dette er et eksempel på en *rekursiv* definisjon.
    - Tolkningen av konstantsymboler er allerede gitt, siden $\mathcal{M}$ er en modell for $\mathcal{L}$. Dette gir basistilfellet for rekursjonen.

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

- Dette er et eksempel på en *rekursiv* definisjon.
  - Tolkningen av konstantsymboler er allerede gitt, siden $\mathcal{M}$ er en modell for $\mathcal{L}$. Dette gir basistilfellet for rekursjonen.
  - Vi utvider tolkninger til å gjelde for sammensatte termer.

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

- Dette er et eksempel på en *rekursiv* definisjon.
  - Tolkningen av konstantsymboler er allerede gitt, siden $\mathcal{M}$ er en modell for $\mathcal{L}$. Dette gir basistilfellet for rekursjonen.
  - Vi utvider tolkninger til å gjelde for sammensatte termer.
- Vi merker oss at tolkninger kun er definert for *lukkede* termer.

Tolkning av termer

Definisjon (Tolkning av lukkede termer)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ være en modell for $\mathcal{L}$. Da tolker vi en lukket term $f(t_1, \ldots, t_n)$ på følgende måte:

$$f(t_1, \ldots, t_n)^{\mathcal{M}} = f^{\mathcal{M}}(t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}}).$$

- Dette er et eksempel på en *rekursiv* definisjon.
  - Tolkningen av konstantsymboler er allerede gitt, siden $\mathcal{M}$ er en modell for $\mathcal{L}$. Dette gir basistilfellet for rekursjonen.
  - Vi utvider tolkninger til å gjelde for sammensatte termer.
- Vi merker oss at tolkninger kun er definert for *lukkede* termer.
- Når vi nå har angitt hvordan lukkede termer skal tolkes, kan vi gå over til å definere hvordan *formler* skal tolkes.

Tolkning av formler

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \wedge \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \to \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \to \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \forall x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for alle a i $|\mathcal{M}|$.

Tolkning av formler

Definisjon (Tolkning av lukkede formler)

La $\mathcal{L}$ være et førsteordens språk, og la $\mathcal{M}$ en modell for $\mathcal{L}$. Vi definerer (ved rekursjon) hva det vil si at en lukket formel φ er sann i $\mathcal{M}$. Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \to \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \forall x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for alle a i $|\mathcal{M}|$.
- $\mathcal{M} \models \exists x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for minst en a i $|\mathcal{M}|$.

Oppfyllbarhet

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann.

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ.

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$
- $\exists x \mathsf{P}x \to \forall x \mathsf{P}x$

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$
- $\exists x P x \to \forall x P x$

Ikke oppfyllbar

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$
- $\exists x Px \to \forall x Px$

Ikke oppfyllbar

- $Pa \land \neg Pa$

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$
- $\exists x Px \to \forall x Px$

Ikke oppfyllbar

- $Pa \land \neg Pa$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \neg \mathsf{Liten}(x))$

Oppfyllbarhet

Definisjon (Oppfyllbarhet)

En lukket formel φ er oppfyllbar hvis det fins en modell $\mathcal{M}$ som gjør φ sann. Vi sier i så fall at $\mathcal{M}$ oppfyller φ og at $\mathcal{M}$ en en modell for φ. Hvis φ ikke er oppfyllbar, så er den kontradiktorisk.

Oppfyllbar

- $\exists x \mathsf{Liten}(x)$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \mathsf{Stor}(x))$
- $\exists x Px \to \forall x Px$

Ikke oppfyllbar

- $Pa \land \neg Pa$
- $\exists x(\mathsf{Liten}(x) \land \neg \mathsf{Liten}(x))$
- $\neg \mathsf{Stor}(a) \land \forall x \mathsf{Stor}(x)$

Gyldighet

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \rightarrow \forall z Pza$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \to \forall z Pza$
- $(\forall x Px \land \forall y Qy) \to \forall x Px$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \rightarrow \forall z Pza$
- $(\forall x Px \land \forall y Qy) \rightarrow \forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Liten}(x) \lor \exists x \neg \mathsf{Liten}(x)$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \rightarrow \forall z Pza$
- $(\forall x Px \land \forall y Qy) \rightarrow \forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Liten}(x) \lor \exists x \neg \mathsf{Liten}(x)$

Ikke gyldig (falsfiserbar)

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x P x a \to \forall z P z a$
- $(\forall x P x \land \forall y Q y) \to \forall x P x$
- $\exists x \mathsf{Liten}(x) \lor \exists x \neg \mathsf{Liten}(x)$

Ikke gyldig (falsfiserbar)

- $\forall x P x$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \to \forall z Pza$
- $(\forall x Px \land \forall y Qy) \to \forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Liten}(x) \lor \exists x \neg \mathsf{Liten}(x)$

Ikke gyldig (falsfiserbar)

- $\forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Stor}(x) \to \forall x \mathsf{Stor}(x)$

Gyldighet

Definisjon (Gyldighet)

En lukket formel φ er gyldig hvis den er sann i alle modeller $\mathcal{M}$, ellers så er den falsifiserbar.

Gyldig

- $\forall x Pxa \to \forall z Pza$
- $(\forall x Px \land \forall y Qy) \to \forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Liten}(x) \lor \exists x \neg \mathsf{Liten}(x)$

Ikke gyldig (falsfiserbar)

- $\forall x Px$
- $\exists x \mathsf{Stor}(x) \to \forall x \mathsf{Stor}(x)$
- $\exists x Px \to \exists x (Px \land Qx)$

Noen eksempler

Noen eksempler

Oppgave

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann, og $\neg Q(\bar{1})$ er sann fordi $Q(\bar{1})$ er usann

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann, og $\neg Q(\bar{1})$ er sann fordi $Q(\bar{1})$ er usann, og $Q(\bar{1})$ er usann fordi $1 \notin Q^{\mathcal{M}}$.

Noen eksempler

Noen eksempler

Oppgave

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x (Px \land Qx)$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \wedge Pb$
2. $\neg\exists x(Px \wedge Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x (Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x (Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x (Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{3\}$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{3\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$ og $2 \in P^{\mathcal{M}}$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{3\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$ og $2 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $(P^{\mathcal{M}} \cap Q^{\mathcal{M}}) = \emptyset$.

Noen eksempler

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \wedge Pb$
2. $\neg \exists x(Px \wedge Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2, 3\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2, 3\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = 1$, $b^{\mathcal{M}} = 2$ og $c^{\mathcal{M}} = 3$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{3\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$ og $2 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $(P^{\mathcal{M}} \cap Q^{\mathcal{M}}) = \emptyset$.
- Formel 3 er sann fordi $3 \in Q^{\mathcal{M}}$.