INF1800 – Logikk og beregnbarhet

Forelesning 19: Førsteordens logikk

Roger Antonsen

Institutt for informatikk
Universitetet i Oslo

21. oktober 2008

(Sist oppdatert: 2008-10-21 20:12)

Repetisjon

Semantikk

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \to \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \wedge \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \vee \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \rightarrow \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \forall x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for alle a i $|\mathcal{M}|$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \wedge \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \vee \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \rightarrow \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \forall x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for alle a i $|\mathcal{M}|$.
- $\mathcal{M} \models \exists x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for minst en a i $|\mathcal{M}|$.

Semantikk

Hvis $\mathcal{M}$ er en modell og φ er en lukket formel, så definerte vi $\mathcal{M} \models \varphi$. Vi brukte det utvidete språket – med konstanter for hvert element i domenet – for å gjøre dette.

- For atomære formler: $\mathcal{M} \models R(t_1, \ldots, t_n)$ hvis $\langle t_1^{\mathcal{M}}, \ldots, t_n^{\mathcal{M}} \rangle \in R^{\mathcal{M}}$.
- $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ hvis det ikke er tilfelle at $\mathcal{M} \models \varphi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \land \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ og $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \lor \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ eller $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \varphi \to \psi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi$ impliserer $\mathcal{M} \models \psi$.
- $\mathcal{M} \models \forall x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for alle a i $|\mathcal{M}|$.
- $\mathcal{M} \models \exists x\varphi$ hvis $\mathcal{M} \models \varphi[x/\bar{a}]$ for minst en a i $|\mathcal{M}|$.

Vi skriver $\mathcal{M} \models \varphi$ for at φ er sann i $\mathcal{M}$ eller at $\mathcal{M}$ gjør φ sann.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:
    - Sjekke om en formel er sann i en modell. (Modellsjekking)

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:
  - Sjekke om en formel er sann i en modell. (Modellsjekking)
  - Sjekke om en formel er oppfyllbar eller falsifiserbar.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:
    - Sjekke om en formel er sann i en modell. (Modellsjekking)
    - Sjekke om en formel er oppfyllbar eller falsifiserbar.
    - Sjekke om en formel er gyldig.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:
  - Sjekke om en formel er sann i en modell. (Modellsjekking)
  - Sjekke om en formel er oppfyllbar eller falsifiserbar.
  - Sjekke om en formel er gyldig.
  - Sjekke om formler er uavhengige av hverandre.

Språk og modeller: Et komplekst forhold

- Ved førsteordens språk har vi fått betydelig større uttrykkskraft.
- Modeller kan være rike på struktur.
- Det er et ikke-trivielt forhold mellom språk og modeller.
- Noe av det vi er interessert i:
  - Sjekke om en formel er sann i en modell. (Modellsjekking)
  - Sjekke om en formel er oppfyllbar eller falsifiserbar.
  - Sjekke om en formel er gyldig.
  - Sjekke om formler er uavhengige av hverandre.
  - Bruke språket til å beskrive modeller, forsøke å “fange inn” og beskrive virkeligheten.

Noen eksempler

Eksempel 1

Eksempel 1

Oppgave

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x P x$
2. $\forall x \neg Q x$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann, og $\neg Q(\bar{1})$ er sann fordi $Q(\bar{1})$ er usann

Eksempel 1

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $\exists x Px$
2. $\forall x \neg Qx$

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen $\mathcal{M}$ være $\{1\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1\}$.
- Det er ingen konstantsymboler eller funksjonssymboler i språket, så vi trenger ikke å spesifisere tolkningen av disse.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \emptyset$.
- Formel 1 er sann fordi $P(\bar{1})$ er sann, og $P(\bar{1})$ er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $\neg Q(\bar{1})$ er sann, og $\neg Q(\bar{1})$ er sann fordi $Q(\bar{1})$ er usann, og $Q(\bar{1})$ er usann fordi $1 \notin Q^{\mathcal{M}}$.

Eksempel 2

Eksempel 2

Oppgave

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \wedge Pb$
2. $\neg \exists x(Px \wedge Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \wedge Pb$
2. $\neg \exists x (Px \wedge Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \wedge Pb$
2. $\neg \exists x(Px \wedge Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x (Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg \exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $(P^{\mathcal{M}} \cap Q^{\mathcal{M}}) = \emptyset$.

Eksempel 2

Oppgave

Lag en modell som oppfyller følgende formler.

1. $Pa \land Pb$
2. $\neg\exists x(Px \land Qx)$
3. $\exists x Qx$.

Følgende er én måte å løse denne oppgaven på.

- La domenet til modellen være $\{1, 2\}$, det vil si, $|\mathcal{M}| = \{1, 2\}$.
- La konstantsymbolene tolkes slik at $a^{\mathcal{M}} = b^{\mathcal{M}} = 1$.
- Det er ingen funksjonssymboler i språket.
- La relasjonssymbolene tolkes slik at $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$ og $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.
- Formel 1 er sann fordi $1 \in P^{\mathcal{M}}$.
- Formel 2 er sann fordi $(P^{\mathcal{M}} \cap Q^{\mathcal{M}}) = \emptyset$.
- Formel 3 er sann fordi $2 \in Q^{\mathcal{M}}$.

Eksempel 3

Eksempel 3

Oppgave

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \rightarrow \forall x(Px \land Qx)$

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \rightarrow \forall x (Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \rightarrow G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

A2 Anta at a er et vilkårlig element i domenet D.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

A2 Anta at a er et vilkårlig element i domenet D.

- Fra antakelse A1 følger det at $\mathcal{M}$ gjør både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ sann.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

A2 Anta at a er et vilkårlig element i domenet D.

- Fra antakelse A1 følger det at $\mathcal{M}$ gjør både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ sann.
- Fra antakelse A2 følger det at $P\bar{a}$ og $Q\bar{a}$ begge er sanne i $\mathcal{M}$.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \rightarrow \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \rightarrow G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

A2 Anta at a er et vilkårlig element i domenet D.

- Fra antakelse A1 følger det at $\mathcal{M}$ gjør både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ sann.
- Fra antakelse A2 følger det at $P\bar{a}$ og $Q\bar{a}$ begge er sanne i $\mathcal{M}$.
- Da må også $P\bar{a} \land Q\bar{a}$ være sann i $\mathcal{M}$.

Eksempel 3

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $(\forall x Px \land \forall x Qx) \to \forall x(Px \land Qx)$

- For å vise at en implikasjon $(F \to G)$ er *gyldig*, så er det tilstrekkelig å vise at hvis en modell gjør F sann, så gjør den også G sann.

A1 Anta derfor at $\mathcal{M}$ er en modell med domene D som gjør $(\forall x Px \land \forall x Qx)$ sann.

(Fra antakelsen A1 skal vi altså vise at $\mathcal{M}$ gjør $\forall x(Px \land Qx)$ sann.)

A2 Anta at a er et vilkårlig element i domenet D.

- Fra antakelse A1 følger det at $\mathcal{M}$ gjør både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ sann.
- Fra antakelse A2 følger det at $P\bar{a}$ og $Q\bar{a}$ begge er sanne i $\mathcal{M}$.
- Da må også $P\bar{a} \land Q\bar{a}$ være sann i $\mathcal{M}$.
- Siden a var vilkårlig valgt, så følger det at $\forall x(Px \land Qx)$ er sann i $\mathcal{M}$.

Eksempel 4

Eksempel 4

Oppgave

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall xPx \lor \forall xQx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \rightarrow (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall x Px \lor \forall x Qx)$ usann.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall xPx \lor \forall xQx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall xPx \lor \forall xQx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall xPx$ og $\forall xQx$ usanne.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \rightarrow (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall x Px \lor \forall x Qx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall x Px \lor \forall x Qx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.
- For å gjøre $\forall x Px$ usann, la $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \vee Qx) \rightarrow (\forall xPx \vee \forall xQx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \vee Qx)$ sann, men som gjør $(\forall xPx \vee \forall xQx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall xPx$ og $\forall xQx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.
- For å gjøre $\forall xPx$ usann, la $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$.

  Da vil $P\bar{2}$, og derfor også $\forall xPx$, være usann.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \rightarrow (\forall xPx \lor \forall xQx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall xPx \lor \forall xQx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall xPx$ og $\forall xQx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.
- For å gjøre $\forall xPx$ usann, la $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$.

  Da vil $P\bar{2}$, og derfor også $\forall xPx$, være usann.
- For å gjøre $\forall xQx$ usann, la $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall x Px \lor \forall x Qx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.
- For å gjøre $\forall x Px$ usann, la $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$.

  Da vil $P\bar{2}$, og derfor også $\forall x Px$, være usann.
- For å gjøre $\forall x Qx$ usann, la $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.

  Da vil $Q\bar{1}$, og derfor også $\forall x Qx$, være usann.

Eksempel 4

Oppgave

Vis at følgende formel *ikke* er gyldig.

1. $\forall x(Px \lor Qx) \to (\forall x Px \lor \forall x Qx)$

- Vi må finne en modell som gjør formelen usann.
- Vi må altså finne en modell $\mathcal{M}$ som gjør $\forall x(Px \lor Qx)$ sann, men som gjør $(\forall x Px \lor \forall x Qx)$ usann.
- Da må modellen $\mathcal{M}$ gjøre både $\forall x Px$ og $\forall x Qx$ usanne.
- La domenet til $\mathcal{M}$ være $\{1, 2\}$.
- For å gjøre $\forall x Px$ usann, la $P^{\mathcal{M}} = \{1\}$.

  Da vil $P\bar{2}$, og derfor også $\forall x Px$, være usann.
- For å gjøre $\forall x Qx$ usann, la $Q^{\mathcal{M}} = \{2\}$.

  Da vil $Q\bar{1}$, og derfor også $\forall x Qx$, være usann.
- Det er lett å sjekke at $\forall x(Px \lor Qx)$ er sann i $\mathcal{M}$.

Eksempel 5

Eksempel 5

Oppgave

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \rightarrow \forall x \exists y Rxy$

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \rightarrow \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \rightarrow \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \to \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.
- La $a \in D$ være vilkårlig valgt.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \to \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.
- La $a \in D$ være vilkårlig valgt.
- Ved antakelse vet vi at $\mathcal{M} \models R\bar{a}\bar{a}$.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \to \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.
- La $a \in D$ være vilkårlig valgt.
- Ved antakelse vet vi at $\mathcal{M} \models R\bar{a}\bar{a}$.
- Da er det slik at $\mathcal{M} \models \exists y R\bar{a}y$.

Eksempel 5

Oppgave

Vis at følgende formel er gyldig.

1. $\forall x Rxx \rightarrow \forall x \exists y Rxy$

- La $\mathcal{M}$ være en modell med domene D og anta at $\mathcal{M} \models \forall x Rxx$.
- Det er tilstrekkelig å vise at $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.
- La $a \in D$ være vilkårlig valgt.
- Ved antakelse vet vi at $\mathcal{M} \models R\bar{a}\bar{a}$.
- Da er det slik at $\mathcal{M} \models \exists y R\bar{a}y$.
- Siden a var vilkårlig valgt, vil $\mathcal{M} \models \forall x \exists y Rxy$.

Figurspråket igjen

En utvidelse av figurspråket

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y
$\mathsf{Under}(x, y)$	x er nærmere bunnen enn y

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y
$\mathsf{Under}(x, y)$	x er nærmere bunnen enn y
$\mathsf{VenstreFor}(x, y)$	x er lenger til venstre enn y

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y
$\mathsf{Under}(x, y)$	x er nærmere bunnen enn y
$\mathsf{VenstreFor}(x, y)$	x er lenger til venstre enn y
$\mathsf{HoyreFor}(x, y)$	x er lenger til høyre enn y

En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y
$\mathsf{Under}(x, y)$	x er nærmere bunnen enn y
$\mathsf{VenstreFor}(x, y)$	x er lenger til venstre enn y
$\mathsf{HoyreFor}(x, y)$	x er lenger til høyre enn y
$\mathsf{Inntil}(x, y)$	x er rett ved siden av, rett over eller rett under y

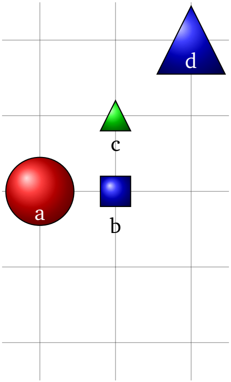
En utvidelse av figurspråket

Figurspråket

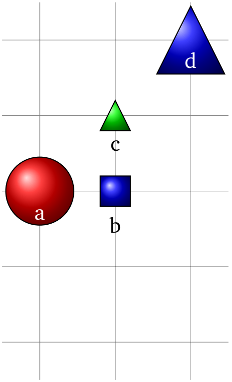
Atomær formel	Intendert tolkning
$\mathsf{Sirkel}(x)$	x er en sirkel
$\mathsf{Firkant}(x)$	x er en firkant
$\mathsf{Trekant}(x)$	x er en trekant
$\mathsf{Stor}(x)$	x er stor
$\mathsf{Liten}(x)$	x er liten
$\mathsf{Mindre}(x, y)$	x er mindre enn y
$\mathsf{Over}(x, y)$	x er nærmere toppen enn y
$\mathsf{Under}(x, y)$	x er nærmere bunnen enn y
$\mathsf{VenstreFor}(x, y)$	x er lenger til venstre enn y
$\mathsf{HoyreFor}(x, y)$	x er lenger til høyre enn y
$\mathsf{Inntil}(x, y)$	x er rett ved siden av, rett over eller rett under y
$\mathsf{Mellom}(x, y, z)$	x, y og z er i samme kolonne, rad eller diagonal, og x er mellom y og z

Forklarende eksempel til semantikken

Forklarende eksempel til semantikken

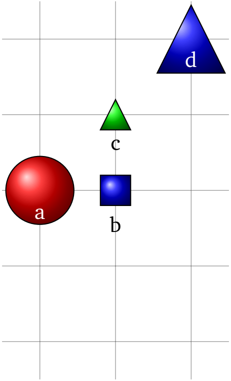


Forklarende eksempel til semantikken



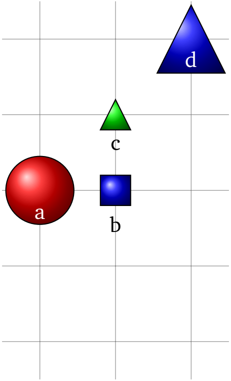
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)

Forklarende eksempel til semantikken



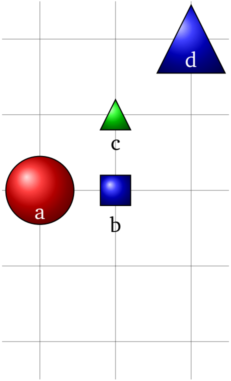
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
(vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$

Forklarende eksempel til semantikken



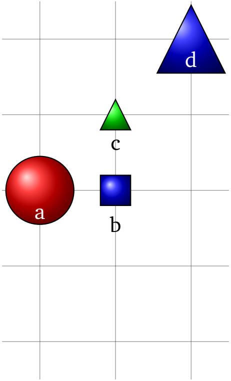
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$

Forklarende eksempel til semantikken



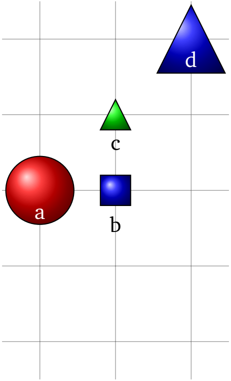
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\text{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\text{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\text{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$

Forklarende eksempel til semantikken



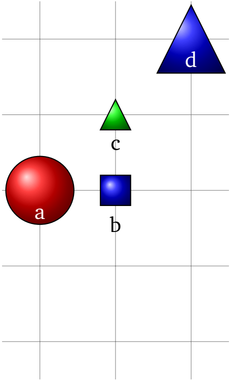
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$

Forklarende eksempel til semantikken



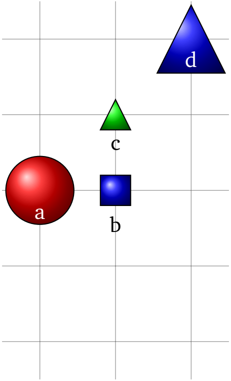
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$ ,  $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$
  fordi $\langle a^{\mathcal{M}}, c^{\mathcal{M}} \rangle = \langle$ ,  $\rangle \in \mathsf{Under}^{\mathcal{M}}$

Forklarende eksempel til semantikken



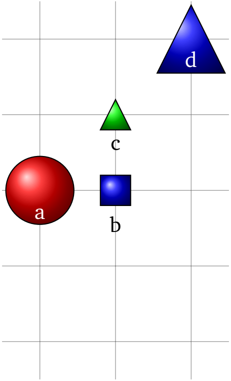
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$
  fordi $\langle a^{\mathcal{M}}, c^{\mathcal{M}} \rangle = \langle$, $\rangle \in \mathsf{Under}^{\mathcal{M}}$
- $\mathcal{M} \models \neg \mathsf{Under}(a, b)$

Forklarende eksempel til semantikken



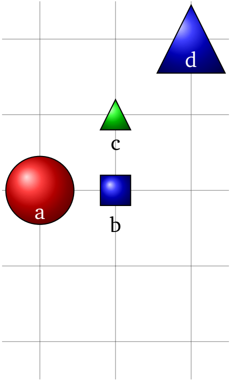
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$
  fordi $\langle a^{\mathcal{M}}, c^{\mathcal{M}} \rangle = \langle$, $\rangle \in \mathsf{Under}^{\mathcal{M}}$
- $\mathcal{M} \models \neg\mathsf{Under}(a, b)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{VenstreFor}(a, c) \land \neg\mathsf{VenstreFor}(b, c)$

Forklarende eksempel til semantikken



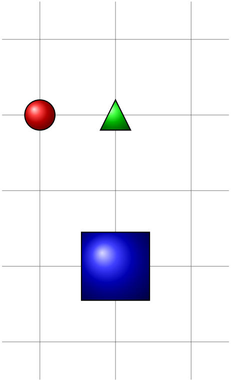
- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$
  fordi $\langle a^{\mathcal{M}}, c^{\mathcal{M}} \rangle = \langle$, $\rangle \in \mathsf{Under}^{\mathcal{M}}$
- $\mathcal{M} \models \neg\mathsf{Under}(a, b)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{VenstreFor}(a, c) \land \neg\mathsf{VenstreFor}(b, c)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Inntil}(a, b) \land \neg\mathsf{Inntil}(a, c)$

Forklarende eksempel til semantikken

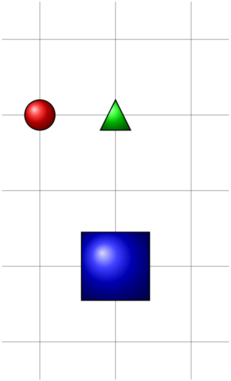


- $a^{\mathcal{M}} =$ , $b^{\mathcal{M}} =$ , $c^{\mathcal{M}} =$ , $d^{\mathcal{M}} =$ 
  (vi antar at dette er alle konstantene)
- $\mathsf{Trekant}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Under}(a, c)$
  fordi $\langle a^{\mathcal{M}}, c^{\mathcal{M}} \rangle = \langle$, $\rangle \in \mathsf{Under}^{\mathcal{M}}$
- $\mathcal{M} \models \neg\mathsf{Under}(a, b)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{VenstreFor}(a, c) \land \neg\mathsf{VenstreFor}(b, c)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Inntil}(a, b) \land \neg\mathsf{Inntil}(a, c)$
- $\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}(c, a, d) \land \neg\mathsf{Mellom}(c, b, d)$

Eksempel 1

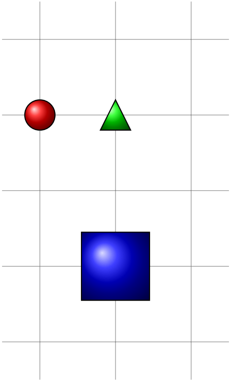


Eksempel 1



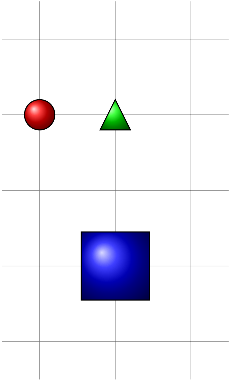
- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?

Eksempel 1



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

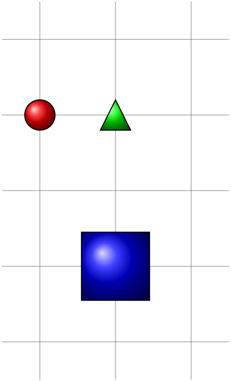
Eksempel 1



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$$

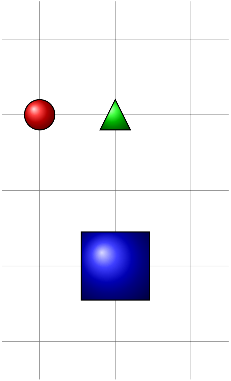
Eksempel 1



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \mathcal{M} \models \mathsf{Liten}(\bar{a})$$

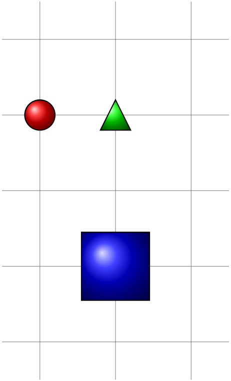
Eksempel 1



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\begin{gathered}\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)\\ \Updownarrow \\ \text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \mathcal{M} \models \mathsf{Liten}(\bar{a})\\ \Updownarrow \\ \text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}\end{gathered}$$

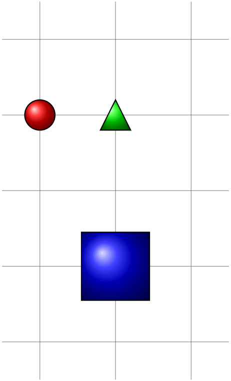
Eksempel 1



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \mathcal{M} \models \mathsf{Liten}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } a \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$$

Eksempel 1

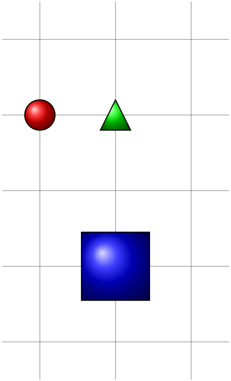


- Er det slik at $\mathcal{M} \vDash \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\vDash$.

$$\begin{gathered}
\mathcal{M} \vDash \exists x \mathsf{Liten}(x) \\
\Updownarrow \\
\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \mathcal{M} \vDash \mathsf{Liten}(\bar{a}) \\
\Updownarrow \\
\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} \\
\Updownarrow \\
\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } a \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}
\end{gathered}$$

- Siden $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$, kan vi konkludere med

Eksempel 1

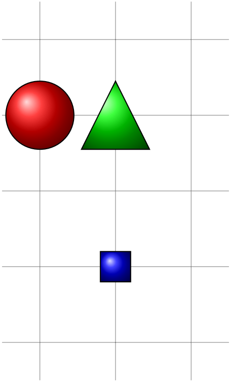


- Er det slik at $\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

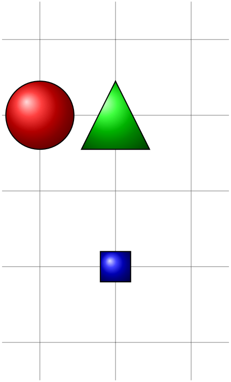
$$\mathcal{M} \models \exists x \mathsf{Liten}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \mathcal{M} \models \mathsf{Liten}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{det fins en } a \in |\mathcal{M}| \text{ slik at } a \in \mathsf{Liten}^{\mathcal{M}}$$

- Siden $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \{$●, ▲$\}$, kan vi konkludere med **JA.**

Eksempel 2

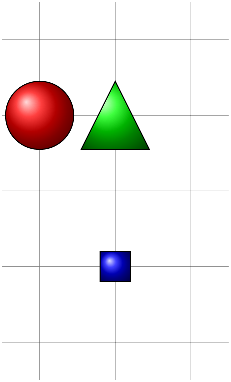


Eksempel 2



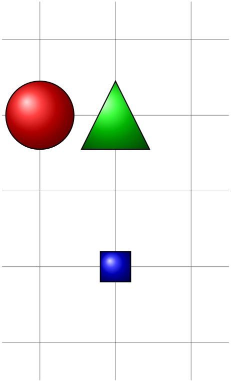
- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?

Eksempel 2



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

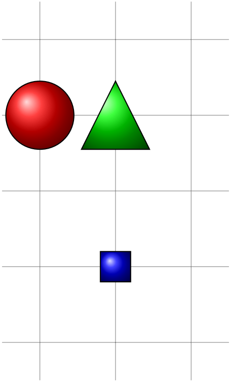
Eksempel 2



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$$

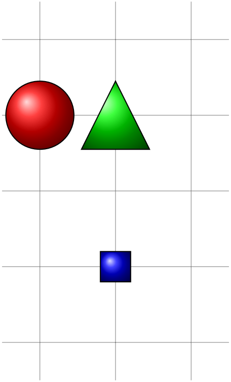
Eksempel 2



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a})$$

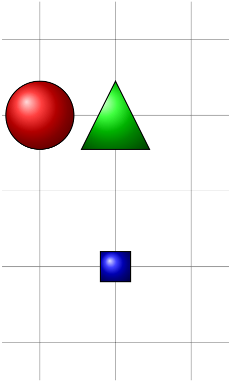
Eksempel 2



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$$

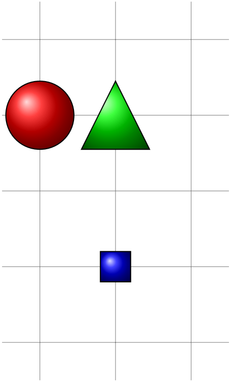
Eksempel 2



- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\begin{gathered}
\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x) \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}
\end{gathered}$$

Eksempel 2

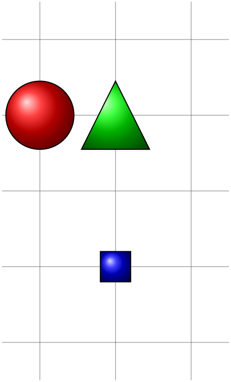


- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

$$\begin{gathered}
\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x) \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} \\
\Updownarrow \\
\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}
\end{gathered}$$

- Siden $|\mathcal{M}| = \{$, , $\}$ og $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$, så kan vi konkludere med

Eksempel 2

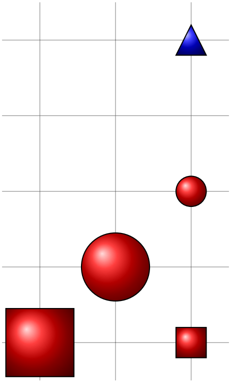


- Er det slik at $\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$?
- For å svare, må vi se på definisjonen av $\models$.

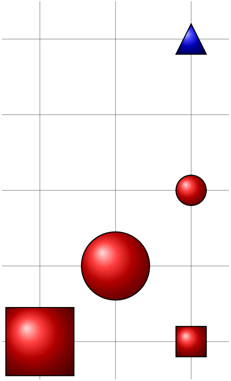
$$\mathcal{M} \models \forall x \mathsf{Stor}(x)$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } \bar{a}^{\mathcal{M}} \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så } a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$$

- Siden $|\mathcal{M}| = \{$, , $\}$ og $\mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$, $\}$, så kan vi konkludere med **NEI**.

Eksempel 3

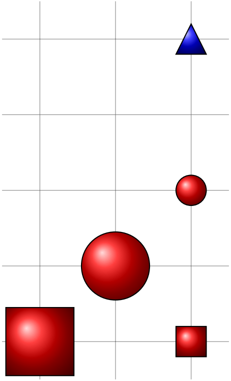


Eksempel 3



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \rightarrow \mathsf{Sirkel}(x))$$

Eksempel 3



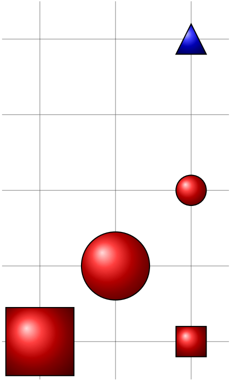
$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \mathsf{Sirkel}(x))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

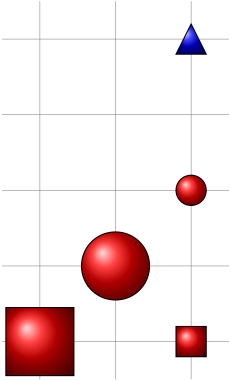
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \to \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$

Eksempel 3



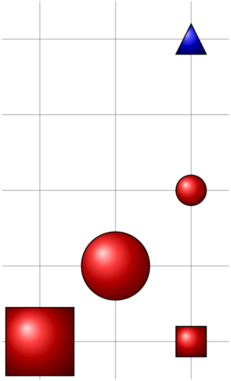
$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \rightarrow \mathsf{Sirkel}(x))$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så}$$
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \rightarrow \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så}$$
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \text{ impliserer } \mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$

Eksempel 3



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \mathsf{Sirkel}(x))$$
$$\Updownarrow$$
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \to \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \text{ impliserer } \mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$
$$\Updownarrow$$
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
hvis $a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$, så $a \in \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}}$

Eksempel 3



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \mathsf{Sirkel}(x))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \to \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a})$ impliserer $\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$

$$\Updownarrow$$

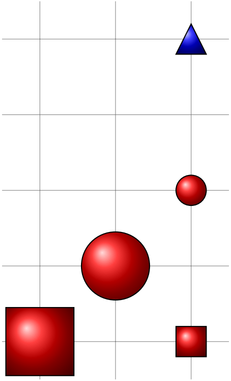
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

hvis $a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$, så $a \in \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}}$

$$\Updownarrow$$

"alle store objekter er sirkler"

Eksempel 3



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \mathsf{Sirkel}(x))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a}) \to \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
$\mathcal{M} \models \mathsf{Stor}(\bar{a})$ impliserer $\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a})$

$$\Updownarrow$$

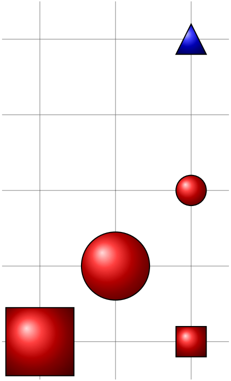
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så
hvis $a \in \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}}$, så $a \in \mathsf{Sirkel}^{\mathcal{M}}$

$$\Updownarrow$$

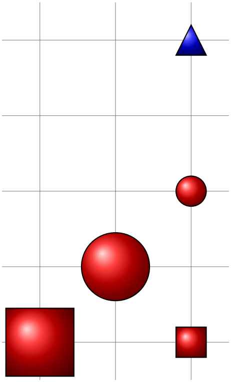
"alle store objekter er sirkler"

Påstanden holder ikke.

Eksempel 4

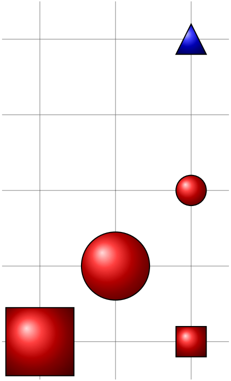


Eksempel 4



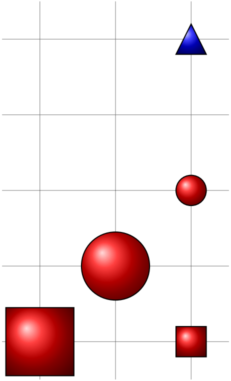
$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$
$$\Updownarrow$$
$$\text{for alle } a \in |\mathcal{M}| \text{ så}$$
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

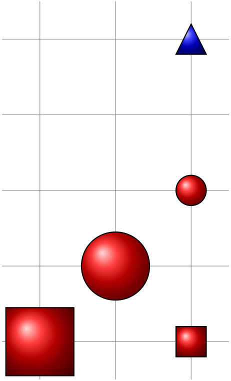
for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

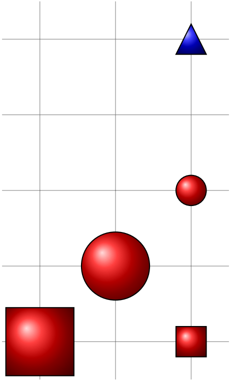
$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

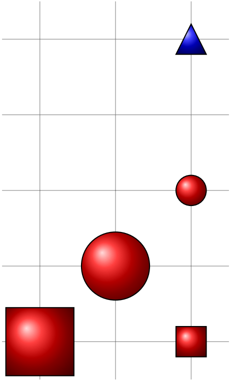
$$\mathcal{M} \models \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

fins $b, c \in \mathcal{M}$ slik at $\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \to \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \to \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

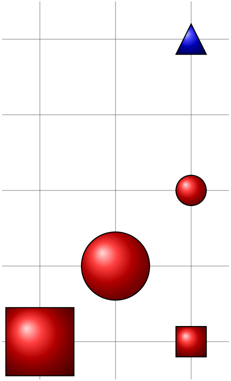
$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

fins $b, c \in \mathcal{M}$ slik at $\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$

Påstanden holder, fordi

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

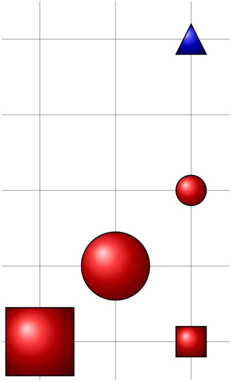
for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

fins $b, c \in \mathcal{M}$ slik at $\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$

Påstanden holder, fordi

$\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}($, , $)$ og

Eksempel 4



$$\mathcal{M} \models \forall x(\mathsf{Sirkel}(x) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(x, y, z))$$

$$\Updownarrow$$

for alle $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \mathsf{Sirkel}(\bar{a}) \rightarrow \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

$$\mathcal{M} \models \exists y \exists z \mathsf{Mellom}(\bar{a}, y, z)$$

$$\Updownarrow$$

for alle sirkler $a \in |\mathcal{M}|$ så

fins $b, c \in \mathcal{M}$ slik at $\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$

Påstanden holder, fordi

$\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}($, , $)$ og

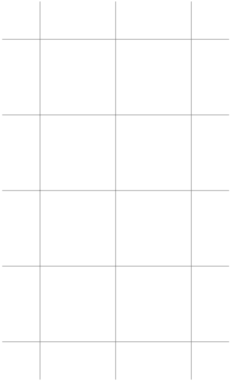
$\mathcal{M} \models \mathsf{Mellom}($, , $)$.

Eksempel 5

Eksempel 5

Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

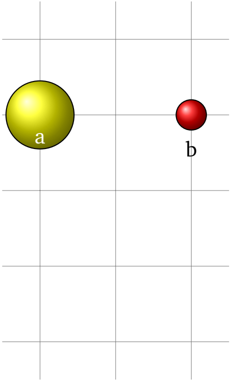
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$

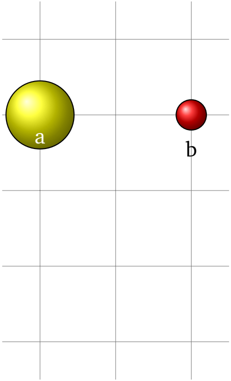
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$

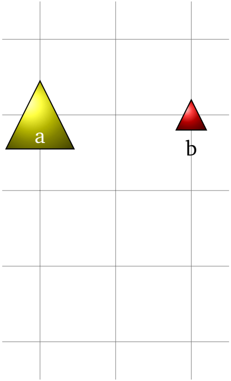
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$

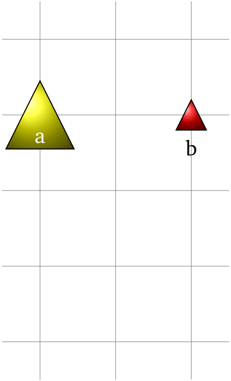
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \wedge \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$

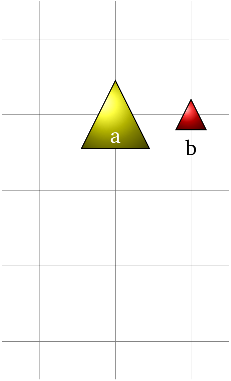
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$

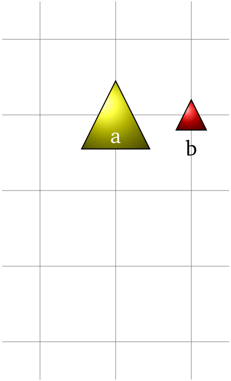
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$

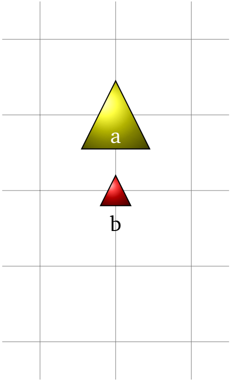
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \wedge \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \vee \mathsf{Inntil}(x, b))$
4. $\neg\exists x(\mathsf{VenstreFor}(x, a) \vee \mathsf{HoyreFor}(x, a))$

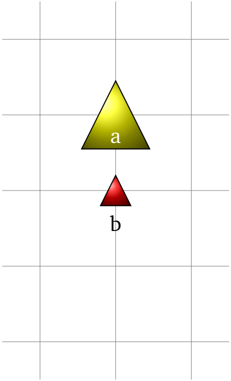
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \wedge \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \vee \mathsf{Inntil}(x, b))$
4. $\neg\exists x(\mathsf{VenstreFor}(x, a) \vee \mathsf{HoyreFor}(x, a))$

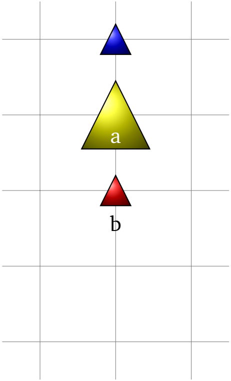
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
4. $\neg\exists x(\mathsf{VenstreFor}(x, a) \lor \mathsf{HoyreFor}(x, a))$
5. $\forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \exists y \mathsf{Over}(y, x))$

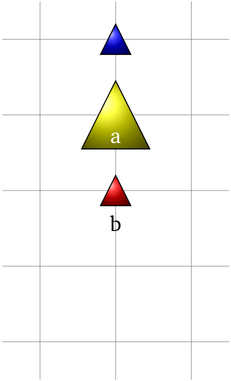
Eksempel 5



Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
4. $\neg\exists x(\mathsf{VenstreFor}(x, a) \lor \mathsf{HoyreFor}(x, a))$
5. $\forall x(\mathsf{Stor}(x) \to \exists y \mathsf{Over}(y, x))$

Eksempel 5

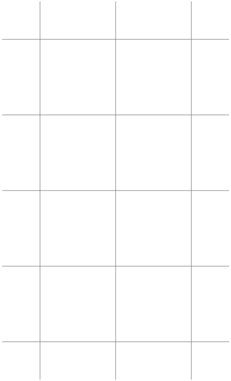


Er følgende formler oppfyllbare samtidig?

1. $\mathsf{Stor}(a) \land \mathsf{Liten}(b)$
2. $\forall x(\mathsf{Trekant}(x))$
3. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
4. $\neg\exists x(\mathsf{VenstreFor}(x, a) \lor \mathsf{HoyreFor}(x, a))$
5. $\forall x(\mathsf{Stor}(x) \rightarrow \exists y \mathsf{Over}(y, x))$

Svaret er JA!

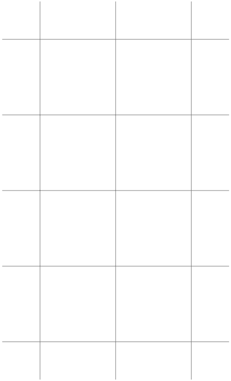
Eksempel 6



Eksempel 6

Er følgende formler oppfyllbare?

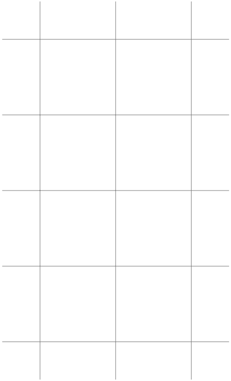
Eksempel 6



Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg \mathsf{Sirkel}(a) \land \neg \mathsf{Trekant}(a) \land \neg \mathsf{Firkant}(a))$

Eksempel 6

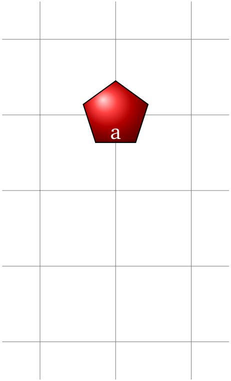


Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

   Svaret er JA!

Eksempel 6

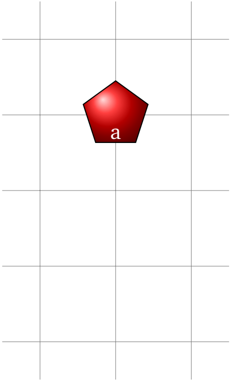


Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

   Svaret er JA!

Eksempel 6



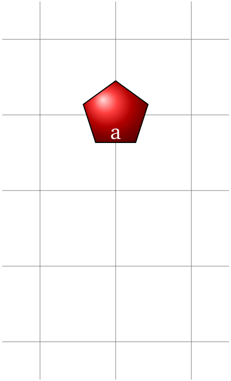
Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

   Svaret er JA!

   La $|\mathcal{M}| = \{$$\}$ og $a^{\mathcal{M}} =$ .

Eksempel 6



Er følgende formler oppfyllbare?

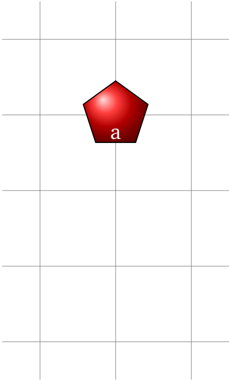
1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

   Svaret er JA!

   La $|\mathcal{M}| = \{$$\}$ og $a^{\mathcal{M}} =$ .

2. $\mathsf{Liten}(a) \land \mathsf{Stor}(a)$

Eksempel 6



Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

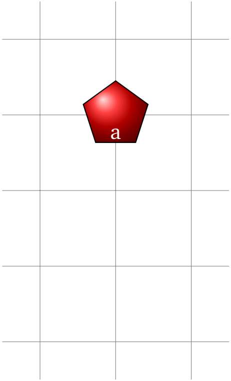
   Svaret er JA!

   La $|\mathcal{M}| = \{$$\}$ og $a^{\mathcal{M}} =$ .

2. $\mathsf{Liten}(a) \land \mathsf{Stor}(a)$

   Svaret er JA!

Eksempel 6



Er følgende formler oppfyllbare?

1. $\neg\mathsf{Sirkel}(a) \land \neg\mathsf{Trekant}(a) \land \neg\mathsf{Firkant}(a))$

   Svaret er JA!

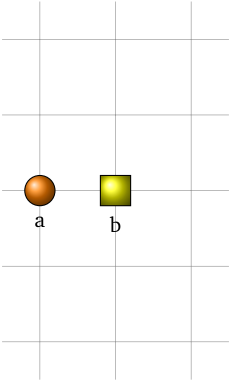
   La $|\mathcal{M}| = \{$$\}$ og $a^{\mathcal{M}} =$ .

2. $\mathsf{Liten}(a) \land \mathsf{Stor}(a)$

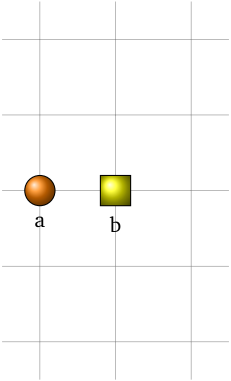
   Svaret er JA!

   La $|\mathcal{M}| = \{$$\}$, $a^{\mathcal{M}} =$  og
   $\mathsf{Liten}^{\mathcal{M}} = \mathsf{Stor}^{\mathcal{M}} = \{$$\}$

Bruke språket til å beskrive modeller

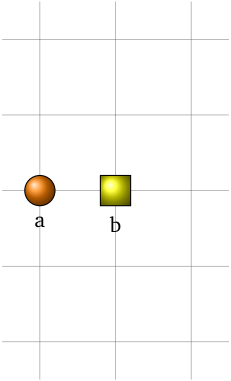


Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

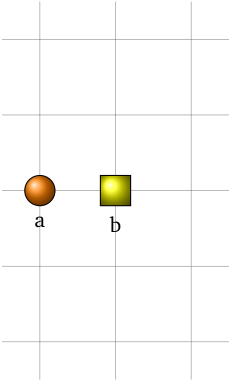
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$

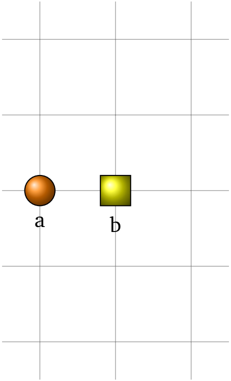
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$

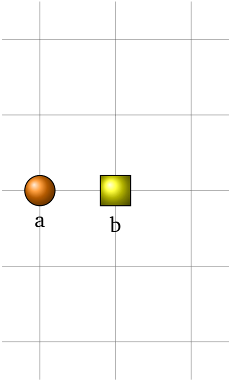
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$
3. $\mathsf{VenstreFor}(a, b)$

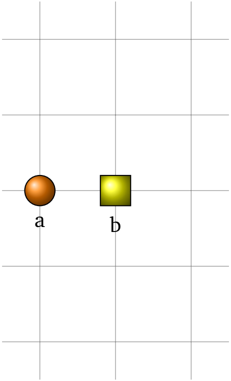
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$
3. $\mathsf{VenstreFor}(a, b)$
4. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$

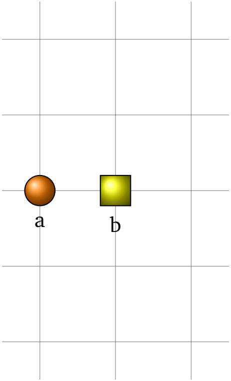
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$
3. $\mathsf{VenstreFor}(a, b)$
4. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
5. $\forall x(\neg \mathsf{Over}(x, a) \land \neg \mathsf{Under}(x, a))$

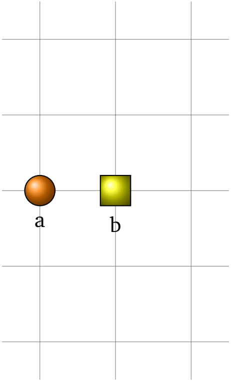
Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$
3. $\mathsf{VenstreFor}(a, b)$
4. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
5. $\forall x(\neg\mathsf{Over}(x, a) \land \neg\mathsf{Under}(x, a))$
6. $\forall x(\neg\mathsf{VenstreFor}(x, a) \land \neg\mathsf{HoyreFor}(x, b))$

Bruke språket til å beskrive modeller



Gi en mengde formler som beskriver denne modellen nøyaktig, dvs. som har denne og (essensielt) ingen andre modeller.

1. $\mathsf{Sirkel}(a) \land \mathsf{Firkant}(b)$
2. $\forall x \mathsf{Liten}(x)$
3. $\mathsf{VenstreFor}(a, b)$
4. $\forall x(\mathsf{Inntil}(x, a) \lor \mathsf{Inntil}(x, b))$
5. $\forall x(\neg\mathsf{Over}(x, a) \land \neg\mathsf{Under}(x, a))$
6. $\forall x(\neg\mathsf{VenstreFor}(x, a) \land \neg\mathsf{HoyreFor}(x, b))$

Ganske vanskelig...