



INF1800 – LOGIKK OG BEREGNBARHET

FORELESNING 22: FØRSTEORDENS LOGIKK

Roger Antonsen

Institutt for informatikk
Universitetet i Oslo

29. oktober 2008

(Sist oppdatert: 2008-10-29 08:35)

Litt om konsistens

Oppfylbarhet og konsistens

Oppfyllbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfyllbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er konsistent.

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er konsistent.

$$P \vee Q, \neg P \vdash$$

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er konsistent.

$$\frac{P \vee Q \vdash P}{P \vee Q, \neg P \vdash}$$

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er konsistent.

$$\frac{\frac{P \vdash P \quad Q \vdash P}{P \vee Q \vdash P}}{P \vee Q, \neg P \vdash}$$

Oppfylbarhet og konsistens

Definisjon

En mengde Γ av formler er **oppfylbar** hvis det fins en modell som oppfyller alle formlene i mengden.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er oppfylbar. La f.eks. v være en valuasjon som gjør Q sann og P usann.

Definisjon

En mengde Γ er **konsistent** hvis sekventen $\Gamma \vdash$ ikke er bevisbar. Hvis $\Gamma \vdash$ er bevisbar, så sier vi at Γ er **inkonsistent**.

Eksempel

Mengden $\{P \vee Q, \neg P\}$ er konsistent.

$$\begin{array}{c} \times \\ \frac{P \vdash P \quad Q \vdash P}{P \vee Q \vdash P} \\ \frac{}{P \vee Q, \neg P \vdash} \end{array}$$

Oppfylbarhet og konsistens

Oppfylbarhet og konsistens

Sunnhet og kompletthet – andre formuleringer

Sunnhet:

Kompletthet:

Oppfylbarhet og konsistens

Sunnhet og kompletthet – andre formuleringer

Sunnhet: enhver oppfylbar mengde er konsistent.

Kompletthet:

Oppfyllbarhet og konsistens

Sunnhet og kompletthet – andre formuleringer

Sunnhet: enhver oppfyllbar mengde er konsistent.

Kompletthet: enhver konsistent mengde er oppfyllbar.

Oppfyllbarhet og konsistens

Sunnhet og kompletthet – andre formuleringer

Sunnhet: enhver oppfyllbar mengde er konsistent.

Kompletthet: enhver konsistent mengde er oppfyllbar.

Oppgave (litt vanskelig)

Vis at disse formuleringene er ekvivalente med de vanlige formuleringene.