Bouree

- Tid - frekvens beskrivelse
- Noter har vært brukt i omtrent denne form siden 1000-tallet
- Viser at **frekvens** er helt sentral for vår oppfatning av lyd

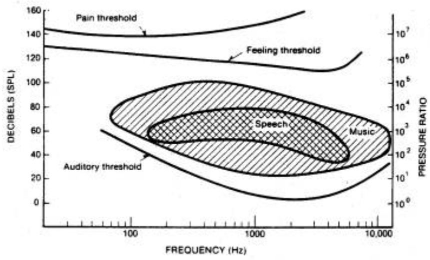
Frekvenser, toner, harmoni

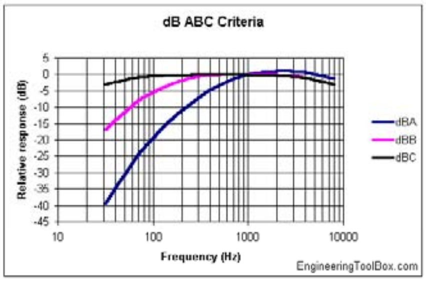
- Renstrøken a: 440 Hz
- 1 oktav er dobling: a = ..., 220, 440, 880, ...
- 12 halvtoner i en oktav, geometrisk rekke: $f_0 \cdot a^{12} = 2f_0 \Rightarrow a = 2^{1/12}$
- Låter harmonisk: Mange overlappende overtoner

Kvint	7 halvtoner	$2^{7/12}$ =1,4983 ≈ 3/2
Kvart	4 halvtoner	$2^{4/12}$ =1,3348 ≈ 4/3

UNIVERSITETET
I OSLO

Ørets følsomhet – veide støymålinger





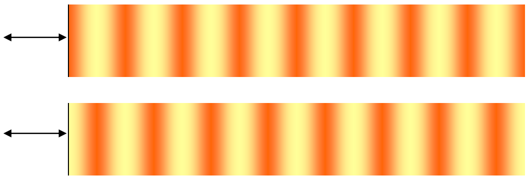
UNIVERSITETET
I OSLO

Enheter

- Frekvens f
  - Antall svingninger pr sekund, målt i Hertz (Hz)
  - Hørsel ca 20 – 20000 Hz, telefon 300-3400 Hz
- Trykk p
  - Kraft pr flateenhet F/A
  - Måles i Pascal (Pa) = N/m^2
  - Atmosfæretrykk ved havoverflaten: 1 atm = $1.01 \cdot 10^5$ Pa
  - Minste hørbare lyd ≈20 μPa (≈ $2 \cdot 10^{-10}$ atm)
- Tetthet ρ
  - Luft: ρ_0 = 1.2929 kg/m^3 (tørr luft ved havnivå)
  - Vann: ρ_0 = 1000 kg/m^3 = 1 kg/liter (4°C)
- Hastighet v
  - m/s
  - v = du/dt = ù [u med prikk over], der u er sted (x,y,z)
- Effekt P eller W
  - måles i Watt; P = E/t = Fs/t, enhet W = J/s = kgm^2/s^3
  - Intensitet, I, W/m^2

UNIVERSITETET
I OSLO

Akustiske trykkbølger: en analogi



Figur: J Hovem, TTT4175
Marin akustikk, NTNU

- I et rør med gass eller en væske blir det seksjoner med varierende tetthet. Her vist ved to forskjellige tidspunkter
- Analogt med en kø av mennesker eller biler
- Kalles trykkbølge eller longitudinalbølge
- Andre typer bølger:
  - Transversalbølger: elektromagnetiske bølger (lys, radio, ...) eller skjærbølger = akustiske bølger i faste stoffer (seismikk)
  - Overflatebølger: havbølger

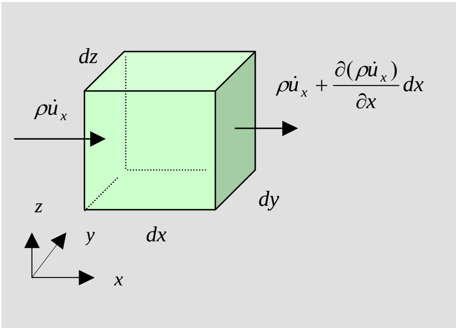
UNIVERSITETET
I OSLO

Statiske og dynamiske størrelser

- Trykk: $p_0 + p$,
  - p_0 er statisk trykk, typ. 1 atm = $1.01 \cdot 10^5$ Pascal (Pa)
- Tetthet: $\rho_0 + \rho$
  - ρ_0 er statisk tetthet målt i kg/m^3
  - Variasjonene er små: $(\rho - \rho_0)/\rho < 10^{-3}$
- Forskyvning: $u_0 + u$ i m
- Partikkelhastighet: $v = du/dt$ målt i m/s

UNIVERSITETET
I OSLO

Tre enkle prinsipper bak den akustiske bølgeligningen



Figur: J Hovem, TTT4175
Marin akustikk, NTNU

1. Kontinuitetsligningen: konservering av masse
2. Newtons 2. lov: $F = m\,a$
3. Tilstandsligningen: forhold mellom forandring i trykk og volum (I én dimensjon er dette Hookes lov: $F = k\,x$ – fjær)

UNIVERSITETET
I OSLO

Bølgeligningen i kartesiske koordinater

- Akustisk bølgeligning: $$\nabla^2 s = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$
- Laplaceoperatoren: $$\nabla^2 s = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}$$
- c – lydhastighet
  - 340 m/s luft
  - 1490 m/s vann
  - 1540 m/s kroppsvev
- *s* – enten trykk, *p*, eller partikkelhastighet, *v*.

Bølgeligningen sier noe om hvordan trykk/partikkelhastighet forplanter seg

UNIVERSITETET
I OSLO

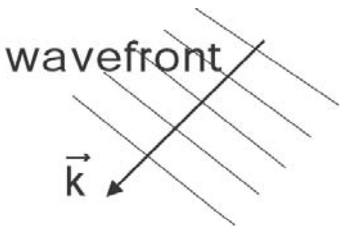
Løsning av bølgeligningen

- Bølgeligningen er lineær så løsningen kan f.eks. uttrykkes som en sum av komplekse eksponensialer
- Dette er en Fourier-rekke
- En Fourier-rekke kan uttrykke et vilkårlig signal
  - unntatt patologiske funksjoner oppfunnet for å finne begrensningene til Fourier-teori
- Et vilkårlig signal kan være løsning av bølgeligningen
- Dets form bevares når det utbrer seg. Derfor kan vi snakke sammen, derfor virker radio og TV osv, osv
- Hvilke komponenter av Fourier-rekken som eksiteres avhenger av grensebetingelser, lydkilde osv

UNIVERSITETET
I OSLO

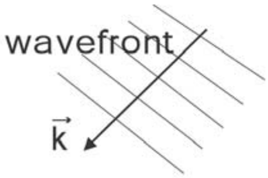
Harmonisk løsning i x,y,z

- Prototypløsninger i en dimensjon:
  - $s_1(t)=A\sin(\omega\cdot(t - x/c))$ (fram)
  - $s_2(t)=A\sin(\omega\cdot(t + x/c))$ (tilbake)
- ω – vinkelfrekvens = $2\pi f$
- Planbølge, idealisering som forutsetter uendelig stor kilde
- Merk:
  Ingen avhengighet av avstand!



- Generalisering: $A \sin(\omega\cdot t - k\cdot x)$)
- k - bølgetall, romlig vinkelfrekvens, i et enkelt medium som luft er $k= \omega/c$

UNIVERSITETET
I OSLO



Bølgelengde

- Løsning: $s(t)=A\sin(\omega\cdot(t - x/c))$
- Periodisitet i tid: $\omega\cdot(t + T) = \omega\cdot t + 2\pi$ =>
  $T= 2\pi/\omega$ da $\omega= 2\pi f$ blir det $T= 1/f$
- Periodisitet i rom: $\omega\cdot(x+\lambda)/c = \omega\cdot x/c + 2\pi$ =>
  $\omega\lambda/c = 2\pi$ eller $\lambda = c/f$
- Alternativt:
  Hvor langt går bølgen i løpet av en periode?
  $\lambda = Tc = c/f$

UNIVERSITETET
I OSLO

Oppgave

- Avstand mellom ørene er ca 17 cm.
- Vurder denne avstanden i forhold til typiske bølgelengder for lyd ved å finne ved hvilke frekvenser den er ⅛, ¼, ½, >1 bølgelengde?

UNIVERSITETET
I OSLO

Bølgeligningen i sfæriske koordinater

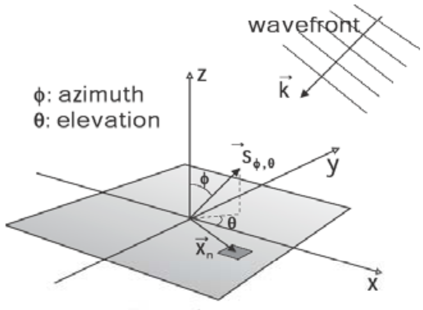
- Antar sirkulær symmetri:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial s}{\partial r}\right)=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

Løsning:

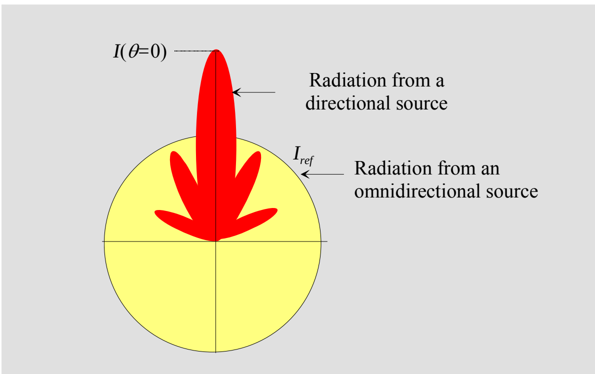
$$s(r,t)=\frac{A}{r}\exp\{j\omega(t-r/c)\}$$

- Avhenger både av tid og sted!



UNIVERSITETET
I OSLO

Direktivitet

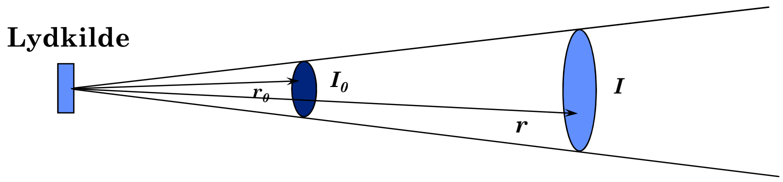


Figur: J Hovem, TTT4175
Marin akustikk, NTNU

UNIVERSITETET
I OSLO

Sfærisk løsning

- Punktkilde: ~mikrofoner og høyttalere
- Resiprositet: Bølger ser ikke forskjell på fram og tilbake – kan bytte om kilde og mottaker
- Demping som funksjon av avstand:
  $s \sim 1/r,\ s_0 \sim 1/r_0 \Rightarrow |s|/|s_0| = r_0/r$
  r_0 er referanseavstand, oftest r_0=1m



Ill.: Kongsberg Maritime

UNIVERSITETET
I OSLO

Intensitet

- Trykk og partikkelhastighet henger sammen ved akustisk impedans (et stykke fra kilden): $Z=p/v=\rho c$
- Intensitet: $I = \langle p \cdot v \rangle$ (midlet over en periode)
- $I = \langle p \rangle^2/\rho c = p^2/2\rho c$
- Trykk faller med r som $p=A/r \Rightarrow I = A^2/(2r^2\rho c)$

Elektrisk analog:
$U = R \cdot I \Leftrightarrow p = Z \cdot v$
og effekt $P = U \cdot I = U^2/R$
Trykk = spenning,
hastighet = strøm

Husk: effektivverdi av en sinus fra amplituden:
$\langle U \rangle = U/\sqrt{2}$
Effektivverdi = rms = den like-spenning som gir samme effekt

UNIVERSITETET
I OSLO

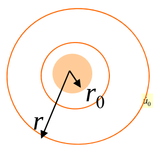
Utstråling fra en punktkilde

- Ingen foretrukket retning, omnidireksjonalitet
- Effekt – samme intensitet i alle retninger, dvs over et kuleskall, så effekten blir:
  $W= 4\pi r^2 \cdot I = 2\pi r^2 (A/r)^2/\rho c = 2\pi A^2/\rho c$
- Utsendt effekt er uavhengig av avstand – ingen tap.
- Effekten spres over et større og større kuleskall slik at intensiteten faller med avstand.

UNIVERSITETET
I OSLO

Fall i intensitet med avstand

- $I \sim 1/r^2$ og $I_0 \sim 1/r_0^2$
- $I/I_0 = (r_0/r)^2$
- dB fra intensitet: $10\log(I/I_0)= 20\log(r/r_0)$



Figur: J Hovem, TTT4175
Marin akustikk, NTNU

Effekt – trykk for sfærisk kilde

- $I = \langle p \rangle^2/\rho c$, $\langle p \rangle$ - effektivverdien av trykk
- $I = W/4\pi r^2$
- Kombinert: $\langle p \rangle^2 = \rho c W/4\pi r^2$
- dB: $20\log p = 10\log(\rho c/4\pi) + 10\log W - 20\log r$
- Kilde i luft:
  - c=343 m/s, ρ=1.27 kg/m^3 ⇒ 10log(ρc/4π)=15.4 dB
  - 20log$p$=15.4+10log$W$-20log$r$ - relativt 1 Pa
  - 20log$p$=109.4+10log$W$-20log$r$ - relativt 20 μPa
    - da -20log(20e-6) = 94 dB og 15.4+94=109.4

UNIVERSITETET
I OSLO

Effekt – trykk for planbølge

- $\langle p \rangle^2 = \rho c W$
- I luft:
  - W=10^{-12} svarer til p = $[\rho c W]^{1/2}$ = sqrt{343*1.27*1e-12} = 20.9 μPa ≈ 20 μPa
  - Derfor ser man noen ganger dB-skalaen referert til 10^{-12} W i stedet for 20 μPa
  - NB! Gjelder bare planbølger
- I dB: $20\log p = 10\log(\rho c) + 10\log W \approx 26 + 10\log W$
  - 10-11 dB høyere enn for sfærisk bølge

Oppgave

- En høyttaler som står i fritt rom gir ut et lydtrykk på 100 dB @ 1 m
- Hvor stort er lydtrykket på 10 m avstand?

Hvilken akustisk effekt svarer til 90 dB lydtrykk @ 1m?

- Bruker 20logp=109.4+10logW-20logr - relativt 20 μPa
  - Regner med sfærisk bølge da høyttaler≈punktkilde
- 90 = 109.4+10logW => W=0.011 Watt
- Dette er typisk lydtrykk fra en høyttaler ved 1 Watt elektrisk pådrag, dvs virkningsgrad 1.1%
  - 98.9% av effekten går med til å varme opp høyttaleren
  - Bare hornhøyttalere er vesentlig mer effektive, derfor brukes de ved store konserter der det trengs kW.