

INF3170 – Logikk

Ukeoppgaver – oppgavesett 5

Intuisjonistisk logikk

Oppgave 1 (LJ-bevis) Gi LJ-bevis for følgende sekvenser.

1. $\neg P \wedge \neg Q \vdash \neg(P \vee Q)$
2. $\neg(P \vee Q) \vdash \neg P \wedge \neg Q$
3. $\neg P \vee \neg Q \vdash \neg(P \wedge Q)$
4. $P \rightarrow Q \vdash (P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$
5. $P \rightarrow Q \vdash (P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P$
6. $P \rightarrow R \vdash (Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow R)$
7. $\neg\neg(P \wedge Q) \vdash \neg\neg P \wedge \neg\neg Q$
8. $\neg\neg P \wedge \neg\neg Q \vdash \neg\neg(P \wedge Q)$

Oppgave 2 (Motmodeller) Gi Kripke-modeller som er motmodeller for følgende sekvenser:

1. $P \vdash \neg P$
2. $\neg P \vdash P$
3. $\neg Q \rightarrow \neg P \vdash P \rightarrow Q$
4. $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$
5. $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$

Oppgave 3 (Peirce's lov) La φ være $((P \rightarrow Q) \rightarrow P) \rightarrow P$. Formelen φ kalles "Peirce's lov".

1. Gi et LJ-bevis for $\vdash \neg\neg\varphi$.
2. Fins et LJ-bevis for $\vdash \varphi$? Hvis ja, gi beviset. Hvis nei, finn en motmodell.

Oppgave 4 Vis at $x \Vdash \neg\neg A$ hvis og bare hvis for alle y slik at $x \leq y$ det fins en z slik at $y \leq z$ og $z \Vdash A$.