



# Del 5 Måleusikkerhet

## 5.1 – Generell innledning

Gitt en målesituasjon:

Hva skal du måle?

Hvilket måleinstrument vil du bruke?

Hvordan skal jeg måle?

Er målemetode anerkjent/standardisert eller er instrumentet egnet?



# Grunnleggende forståelse for måling

Hva er det grunnleggende behovet knyttet til en måling?

Vi ønsker å kvantifisere et fysisk fenomen objektivt i relasjon til en kjent og kvantifisert målestørrelse.

$X$ : Verdi av en målestørrelse

$\{X\}$  : Målerverdi

$[X]$  : Målestørrelse

Vår forventningsverdi er:  $EX = \{X\} \cdot [X]$

På hvilken måte kan du vite at det er en kvantifisering som er relatert til den definerte målestørrelsen, for eksempel en SI enhet?



# Grunnleggende forståelse for måling

Hvordan kan vi forstå endring i observert måleresultat over tid og rom?

- Hvis vi så observerer samme fenomen på nytt med samme instrument eller med et annet instrument – vil vi observere samme verdi?
- Hvis vi observerer ulike verdier, er en observasjon ”riktig” og en annen ”feil”, eller kan begge observasjoner være ”riktige”.

Vi må erkjenne at vi med et instrument kan observere varierende verdier selv om vi mener at vi har en stabil målesituasjon som burde gi lik avlesning!

For å forstå et måleresultat trenger vi kunnskap om dette spredningsbildet!. Kunnskap om en sannsynlighetsfordeling oppnås ved å øke antallet observasjoner, eller også målinger.



## Variasjon i observasjoner

- Vi ser at det er ulike årsaker til at vår forventningsverdi ikke fastsettes korrekt.
- Spredningen i måleverdi knytter seg til de ulike årsakene representert med fordelinger.
- Fordelingene kan både ha sin opprinnelse i en observert spredning eller i en faglig begrunnet erkjennelse av ulike påvirkninger.



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Observert variasjon, sannsynlighetshistogram

For å beskrive observert sannsynlighetsfordeling er aritmetisk middelværdi, varians og standardavvik gitt av følgende uttrykk:

Middelværdi:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Varians:

$$s^2(x) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_k - \bar{x})^2$$

Standardavvik (utplukk):

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_k - \bar{x})^2}$$

Standardavvik til middelværdi:

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_k - \bar{x})^2}$$



# Sannsynlighetsfordeling

- Diskret og kontinuert sannsynlighetsfordeling
- Observert spredningsfrekvens eller fordelingsfunksjon

Eksempel: Terningkast og Vekt til en person



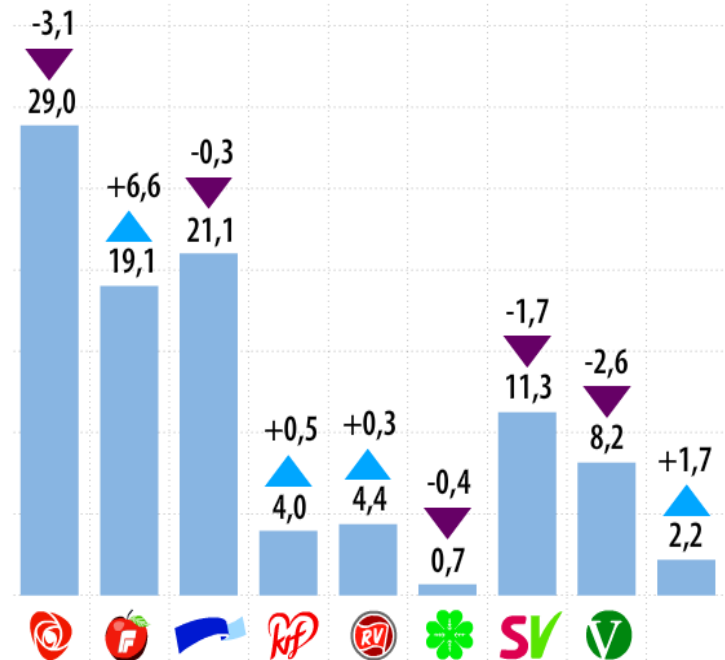
# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Diskret variabel, sannsynlighetshistogram

Gitt et antall diskrete variable for eksempel FrP, H, KrF, Sp, V, Ap, SV og RV. I tillegg kan vi tenke oss partiet "Andre"

Disse kan gjerne settes på en linje fra høyre til venstre, men det er vanskelig å tilordne en verdi !!!

Vi kan spørre 1000 personer om hva de stemmer, og vi antar at alle svarer. Ut fra dette kan vi tegne opp et søylediagram der hver søyle representerer et valgalternativ og høyden angir antallet som stemmer på dette partiet (eller "Blank")



Kilde: Aftenposten



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Diskret variabel, sannsynlighetshistogram

Hvis vi nå sier at dette er et representativt utvalg, kan vi gjette at det er samme fordeling i hele befolkningen. Hvis vi spør Ola Nordmann hva han vil stemme, vil sannsynligheten være  $p_i$  for at han stemmer på parti  $i$ .

$$p_i = \Pr \{X = x_i\}$$

Dette er dermed uttrykket for **punktsannsynligheten**.

Hvis vi tegner inn de ulike punktsannsynlighetene i et stolpediagram eller histogram, får vi en **diskret sannsynlighetsfordeling**.

Et eksempel på dette er partibarometeret.

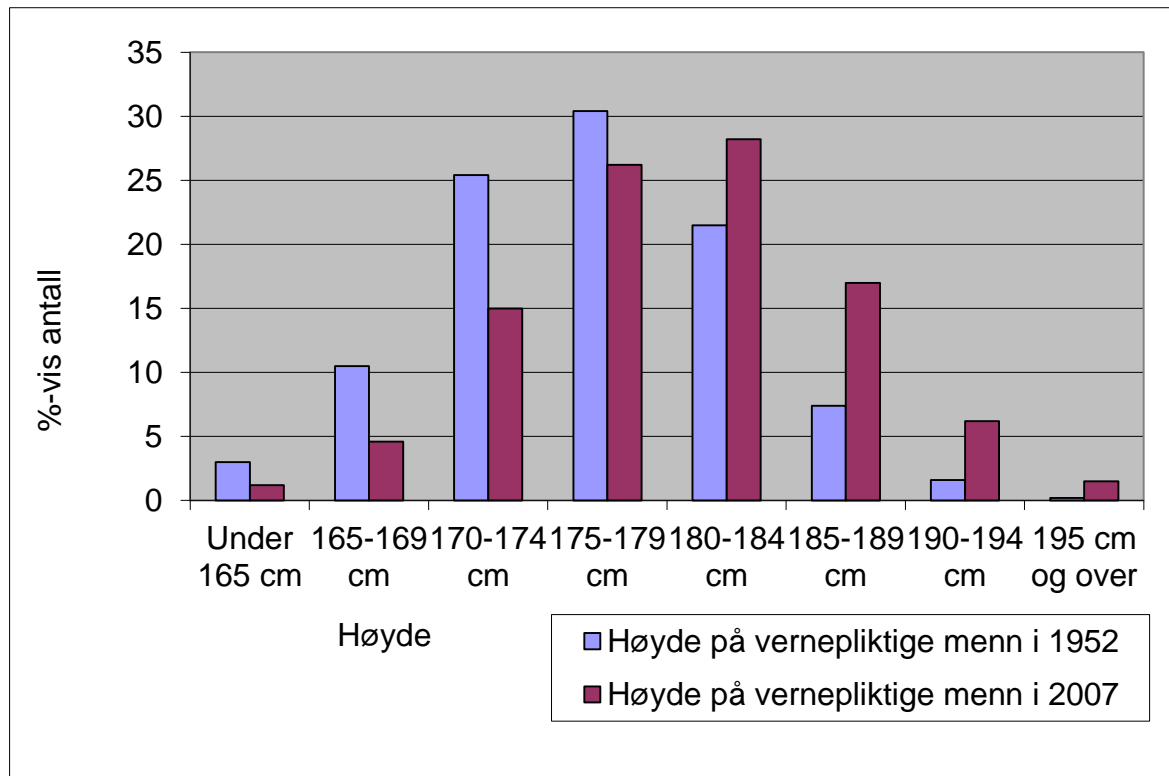




# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Diskret variabel, sannsynlighetshistogram

Under er det vist et eksempel på en diskret sannsynlighetsfordeling. Den viser høydefordelingen til et årskull rekrutter i 1952 og i 2007.



Her er høydene gruppert innenfor 4 cm. Selv om intervallet gjøres mindre og mindre, vil dette ikke være en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling så lenge vi klasserer høyden.

$$p_i = \Pr\{X = x_i\}$$



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Diskret variabel, sannsynlighetshistogram

For å beskrive den diskrete sannsynlighetsfordelingen, defineres en **kumulativ fordelingsfunksjon**.

$$F(x_i) = \Pr\{X \leq x_i\}$$

Det kan generelt også settes opp et uttrykk for sannsynligheten for verdier i et intervall ut fra følgende uttrykk:

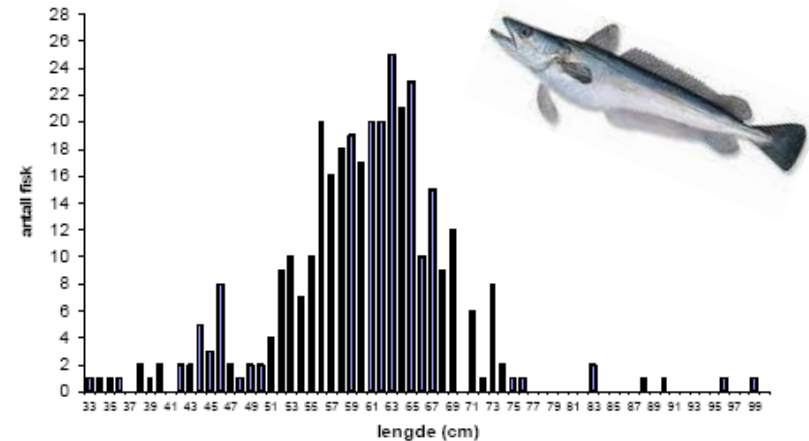
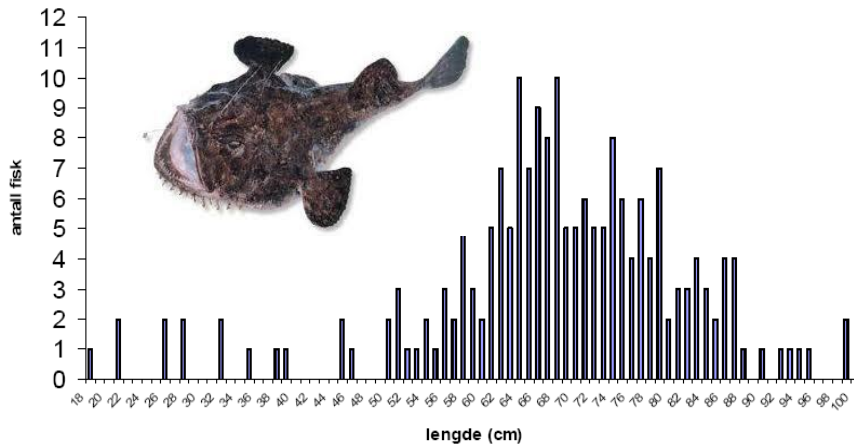
$$P(x_i < X \leq x_j) = \Pr\{x_i < X \leq x_j\} = F(x_j) - F(x_i)$$

Når den kumulative fordelingsfunksjonen tegnes opp, gir dette en kurve som går fra 0 og opp til 1. Siden vi har en diskret sannsynlighetsfordeling, vil økningen i fordelingsfunksjonen skje ved de diskrete verdiene og i diskrete sprang. Dette blir dermed en trappefunksjon.

# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Observert frekvens, sannsynlighetshistogram

Lengdefordeling i hal av breiflabb (195 individer) og lysing (345 individer)  
(Kilde: Rapport Å0617 Fig.1.15 Breiflabb 195 og 1.16 Lysing 345, Møreforskning)



Her ser vi for oss en kontinuerlig skala for lengde.  
Er dette utplukk fra en homogen populasjon?

**Forekommer "alle" verdier?**  
**Kan du måle «alle» verdier?**  
(Er det "uteliggere"?)



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Kontinuerlig variabel, kontinuerlig sannsynlighetsfordeling

Hva gjør vi når vi ønsker en "eksakt" eller et teoretisk uttrykk for sannsynlighetsmodellen?

Dette gjør vi ved å la intervallet vi har benyttet i den diskrete modellen bli uendelig liten. Dette er en teoretisk tilnærming som gir oss en funksjon som er et uttrykk for **sannsynlighetstettheten,  $f(x)$** .

Det er en grunnleggende forståelse i måleteknikken at fysiske størrelser er tilfeldige variable der alle verdier kan forekomme, og vi kan tilnærmet foreta et uendelig antall observasjoner av en homogen populasjon.

Vi kan nå sette opp følgende uttrykk for sannsynligheten for verdier i et intervall basert på sannsynlighetstettheten:

$$P(x_i < X \leq x_j) = \int_{x_i}^{x_j} f(x) dx$$



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Kontinuerlig variabel, kontinuerlig sannsynlighetsfordeling

Basert på sannsynlighetstettheten får vi følgende uttrykk for middelvei og standardavvik:

Middelvei: 
$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Standardavvik: 
$$s(x) = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f(x) dx}$$



# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Kontinuerlig sannsynlighetsfordeling

Normalfordelingen er et eksempel på en kontinuerlig sannsynlighetsfordeling. Normalfordelingen er beskrevet ved følgende uttrykk:

Normalfordeling:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

For å finne uttrykket for normalfordelingen (standard normalfordeling) som har  $\mu = 0$  og  $\sigma = 1$ , introduseres  $z$  og fordelingen til  $z$ :

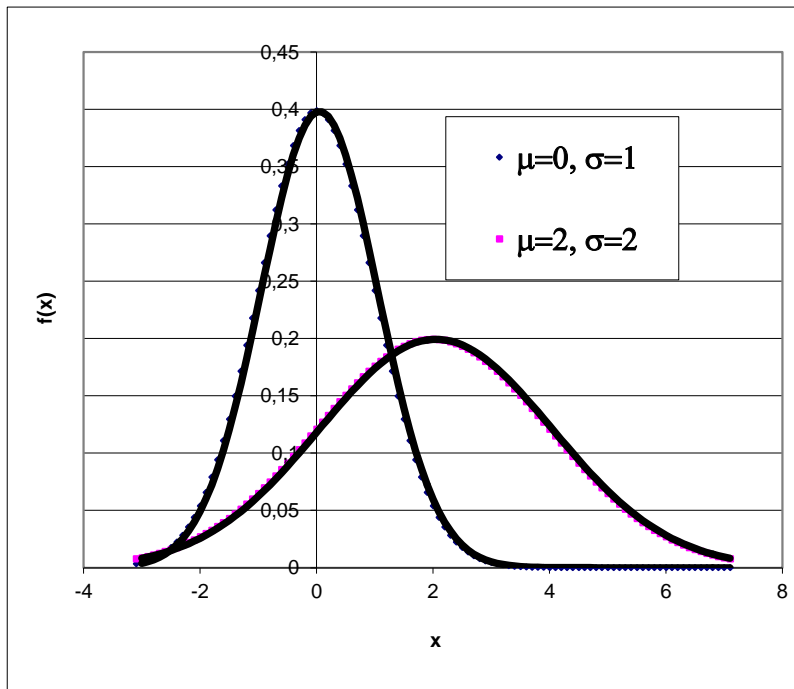
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Standard-normalfordeling:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{z^2}{2}}$$

# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Standardnormalfordeling



Standardnormalfordelingen har følgende egenskaper:

Normert: 
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$F(z_a) = \int_{-\infty}^{z_a} f(x) dx$$

$$F(z_a) = 1 - P(z > z_a)$$

Symmetrisk: 
$$P(z < -z_a) = P(z > z_a)$$



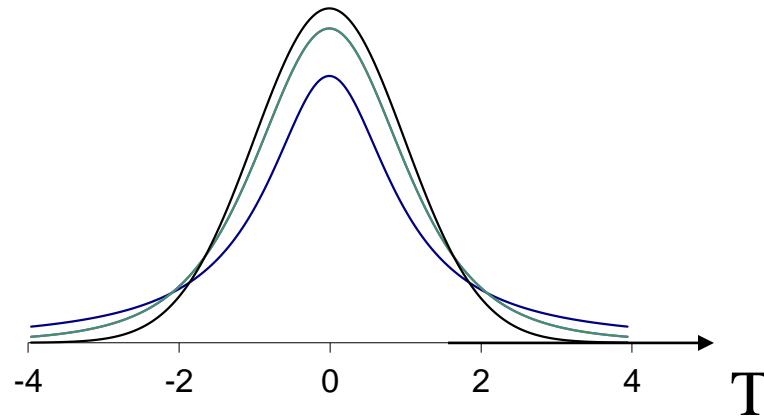
# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Student t-fordeling

Student t-fordeling benyttes når det er mangelfull kunnskap om fordelings bredde. Antall frihetsgrader ( $\nu$ ) er mindre enn uendelig. Antall frihetsgrader er  $\nu = n - 1$ , når det er  $n$  målinger, og et gjennomsnitt skal finnes.

Testvariabelen er:

$$T = \frac{X - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$





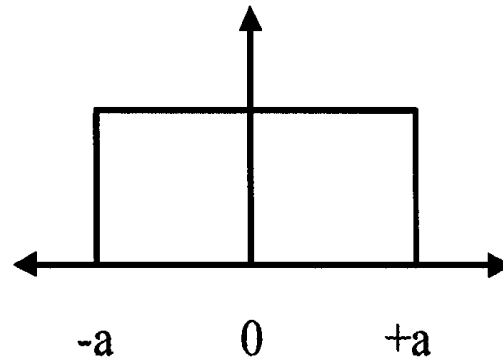


# Sannsynlighet og fordelingsfunksjoner

## Ulike sannsynlighetsfordelinger

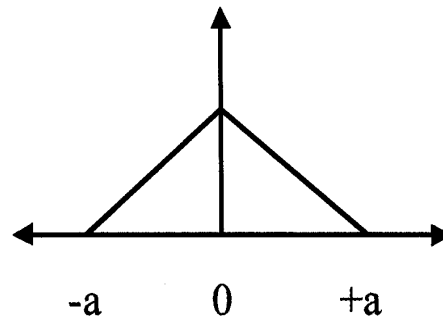
Hva er  $f(0)$  når fordelingene er normert?

Firkantfordeling:



$f(0) = ?$

Trekantfordeling:



$f(0) = ?$



## Referansedokumenter

**GUM** - "Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement". JCGM 100:2008 eller ISO/IEC Guide 99-12:2007. Guiden beskriver hvordan måleusikkerhet skal vurderes / regnes ut og oppgis entydig.

**VIM** - "International vocabulary of basic and general terms in metrology", JCGM 200:2008 eller ISO/IEC Guide 99-12:2007.

Begge dokumentene kan lastes fra [bipm.org/publications/guides/](http://bipm.org/publications/guides/)

Følgende organisasjoner står bak GUM og VIM: ISO, IEC, BIPM, OIML, IFCC, IUPAC og IUPAP

**QUAM 2000:P1** - "Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement", 2. Utgave 2000 (EURACHEM og CITAC) ([measurementuncertainty.org](http://measurementuncertainty.org))

**NA dok. 52 (EA-4/02)** : Bygger på ISO Guide og WECC doc 19. Gitt status som kravdokument av EA i forhold til akkreditering av kalibreringslaboratorier etter ISO17025 (erstatte EN45001). ([akkreditert.no](http://akkreditert.no))



# Sporbarhet (VIM 2.43)

De fundamentale målestørrelsene fremkommer gjennom realisering eller som et referanseobjekt (prototype).

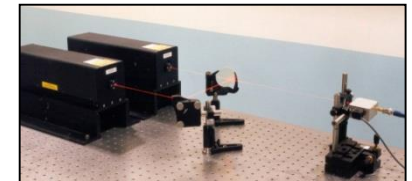
Masse

Massen 1 kg er gitt av masseprototypen i Paris.  
(prototype)



Lengde

Lengden realiseres med en frekvensstabilisert laser (rødt lys,  $c$  er en naturkonstant)



Spenning

Volt realiseres i et Josephson oppsett.  
(naturkonstanter og frekvens)



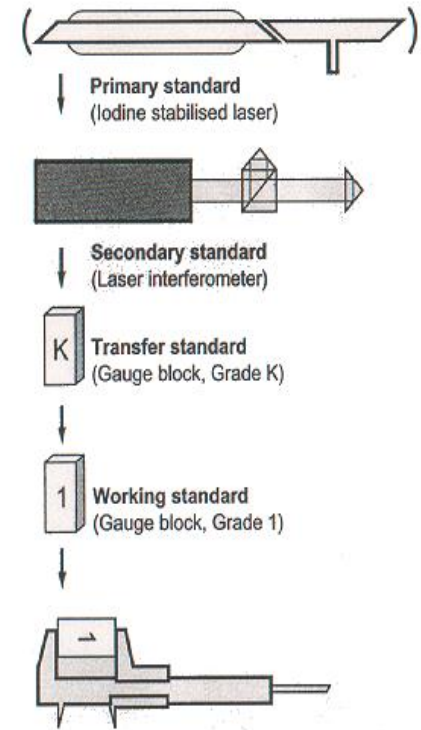
Motstand

Resistans realiseres i et kvantisert Hall-effekt oppsett. (naturkonstanter)



## Fra VIM (2.39) : "Kalibrering"

- En kalibrering er en måling der et instruments visning sammenlignes mot et annet instruments visning med større nøyaktighet.
- En kalibrering sier kun noe om instrumentets egenskaper på det tidspunkt kalibreringen utføres.
- 
- Kalibreringen dokumenteres gjennom kalibreringsbeviset.
- Innholdet i et kalibreringsbevis fra et akkreditert laboratorium er i stor grad styrt gjennom ISO 17025 (kap 5.10).





# Prøvinger og analyser

- En prøving består av observasjoner under gitte betingelser.
- En prøving vil ofte være sterkt avhengig av den metoden som benyttes. En indikasjon på prøvingsmetodens kvalitet er å se på repeterbarhet og reproduserbarhet.
- Prøvingen er ofte sterkt påvirket av prøvetaking og matriks (innen kjemi).
- Prøveresultatet må ha sin sporbarhet tilsvarende et kalibreringsresultat. Utfordringen kan være å definere målestørrelsen like presist som ved kalibrering!



# Definisjoner

## Internasjonal ordliste for metrologi

**"Måleusikkerhet"**: *Parameter, knyttet til måleresultatet, som karakteriserer spredning av verdier som en rimeligvis kan tilskrive målestørrelsen*

Eksempel: (31,04 +/- 0,02) mm

**"Feil" ("error", avvik)**: *Målt verdi minus "sann" verdi.*

**"Sann verdi"**: Er ukjent, ikke knyttet til målingen, og i prinsippet umulig å måle eksakt

Usikkerhet og feil er ikke synonymmer



# Noen andre begrep fra VIM

"Measurement uncertainty" VIM 2.26

Positiv parameter som karakteriserer spredningen i mulige verdier som kan tillegges målestørrelsen.

"Precision" VIM: 2.15

Er dette repeterbarhet eller reproduserbarhet eller begge deler?

"Trueness" VIM: "2.14

Dette begrepet er ikke uttrykk for en størrelse og kan ikke tilordnes en verdi.  
Enig?

"Accuracy" VIM: 2.13

Dette begrepet er ikke uttrykk for en størrelse og kan ikke tilordnes en verdi.  
Enig?

"Error" VIM 2.16

Målt verdi minus referanseverdi

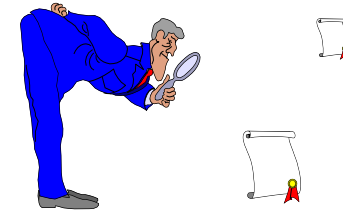
"Bias" VIM 2.18

Estimat for systematisk målefeil.



## Sporbarhetkjede (VIM 2.42)

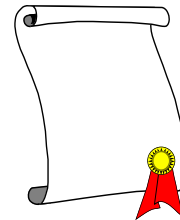
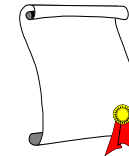
Sporbar kalibrering betyr at resultatet av kalibreringen relaterer seg, i en **dokumentert** kjede av kalibreringer, til realiseringen av den aktuelle målestørrelsen.



For hvert ledd i kjeden vil usikkerheten i forhold til hva som er "sann verdi" øke.



Kalibreringsresultatet skal **alltid**\*) inneholde både måleverdi og tilhørende måleusikkerhet.




\*) ISO 17 025, pkt 5.6: Dersom måleusikkerhet ikke er angitt i kalibreringsbeviset er kalibreringen ikke sporbar.

Det stilles altså krav til hvordan måleresultatet angis i kalibreringsbeviset: Usikkerhetsangivelsen må være med.





# Prosedyre

| Måling  | Dokumentasjon        |
|---|----------------------|
| Måleprinsipp og arbeidsmetode   | Prosedyrebeskrivelse |
|  | og                   |
| Resultat med tilhørende måleusikkerhet  | usikkerhetsbudsjett  |

- En prosedyre beskriver alle vesentlige forhold knyttet til kalibreringen / prøvingen slik at en kvalifisert medarbeider kan gjennomføre arbeidet.
- Prosedyren bestemmer målefunksjonen og påvirker vurdering av måleusikkerhet.
- For prøvinger er det akseptert at ulike prosedyrer kan gi ulike resultater.
- Målemetoden beskrevet i prosedyren må valideres.

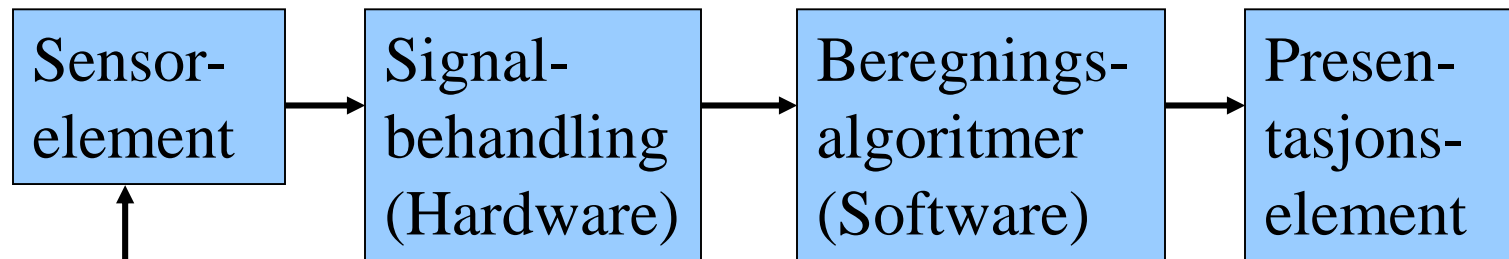
# Validering av målemetoden beskrevet i prosedyren

- **Validering av en målemetode** betyr at man dokumenterer at metoden tilfredsstillter forhåndsdefinerte krav. Kravene defineres i en **valideringsplan**.
- **Prosedyren valideres** gjennom
  - 1) kalibreringer,
  - 2) sammenligning av måleresultater oppnådd med andre interne metoder
  - 3) sammenliknende laboratorieprøving, (SLP mellom ulike laboratorier),
  - 4) systematisk analyse av måleprinsipp, realisering av metoden, influensfaktorer og måleusikkerhet.
- **Valideringsrapporten** gir tre mulige utfall:
  - Positivt resultat:** Metoden fungerer tilfredsstillende og oppfyller kravene.
  - Negativt resultat:** Metoden er ikke egnet til det tiltenkte formålet.
  - Begrenset resultat:** Metoden fungerer prinsipielt, men bare i et begrenset område, eller måleusikkerheten ble større enn forventet. Det må kanskje gjøres endringer i metoden for å tilfredsstillte alle kravene, og en ny validering må gjennomføres.



# Målesystem

Vi kan tenke oss følgende hovedelementer i et målesystem:



*Inngangsstørrelse,  $x$   
(sann verdi)*

*Utgangsstørrelse,  $y$   
(målt verdi, estimat)*



# Overføringsfunksjon

Generelt kan vi si et en målefunksjon er et analytisk uttrykk for en overføringsfunksjon.

Det ofte, men ikke alltid mulig å kjenne et analytisk uttrykk for overføringsfunksjonen. Vi kan da tenke oss en situasjon med en overføringsfunksjon som er en "sort boks".





## Hvilke inngangsstørrelser har vi?

Det er svært ofte et problem å avdekke alle inngangsstørrelser. Dette er et sentralt tema i utvikling av enhver målemetode / analysemetode / kalibreringsmetode / prøvingsmetode.

Hvis vi mangler kunnskap om påvirkningsfaktorer, mangler vi noen inngangsstørrelser. Dette kan medføre at vi ikke for korrigert for systematiske feil og underestimerer måleusikkerheten.

Generelt er det også nødvendig å vurdere flere og flere inngangsstørrelser for mer og mer nøyaktige målemetoder.

Det ofte, men ikke alltid mulig å kjenne et analytisk uttrykk for overføringsfunksjonen. Vi kan da tenke oss en situasjon med en overføringsfunksjon som er en "sort boks".



# Årsak og virkning

For å få en oversikt over de ulike usikkerhetskomponenten og den virkning disse har, kan man benytte et diagram (Cause and effect diagram). I et slikt fiskebensdiagram er det lett å få en oversikt over alle kilder som påvirker resultatet, sørge for at disse ikke tas med mer enn en gang og eventuelt fjerne komponenter som kansellerer hverandre.

Dette er et særlig nyttig verktøy der det ikke er så enkelt å sette opp en analytisk sammenheng mellom observasjoner, korreksjoner, påvirkninger .. ("inngangsstørrelser") og resultatet.

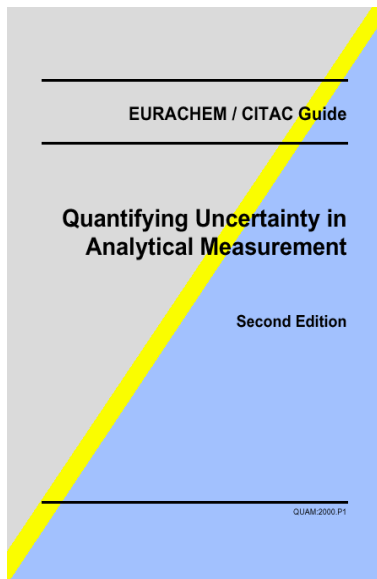
(For eksempler på slike diagram, se Eurochem/Citac Guide)

Figure A1.4: Uncertainties in Cd Standard preparation



# Prosess for å etablere målefunksjon:

Identifiser effekter som påvirker måleresultatet. Det er anbefalt å benytte et såkalt "årsak og effekt diagram". Påse at samme effekt ikke tas med mer enn en gang.



"Årsak og effekt diagrammet" kan etableres slik:

- 1 Skriv ned en fullstendig målefunksjon for resultatet. Parameterene i denne gir hovedgrenene i diagrammet. Det vil nesten alltid være behov for å ha en hovedgren knyttet til korreksjon for "bias".
- 2 Vurder hvert trinn i metoden, og bygg på denne måten på sidegrener til hovedgrenene. Ta f.eks. med miljøpåvirkninger og "matrix" effekter.
- 3 Legg bare til effekter til disse blir så ubetydelige at de er uten interesse.
- 4 Klargjør diagrammet og grupper faktorer som hører sammen. Vurdere om det er elementer som forsterker hverandre (positiv korrelasjon) eller motvirker hverandre (negativ korrelasjon).



## Modell for målestørrelsen

- Undersøk alle effekter som bidrar
- Finn ut hvordan de bidrar
- Lag en matematisk modell for å regne ut resultatet

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$x_i$  = estimat for inngangsstørrelsen

$y$  = estimat for utgangsstørrelsen

- Bidrag som ikke påvirker resultatets forventningsverdi kan likevel påvirke måleusikkerheten

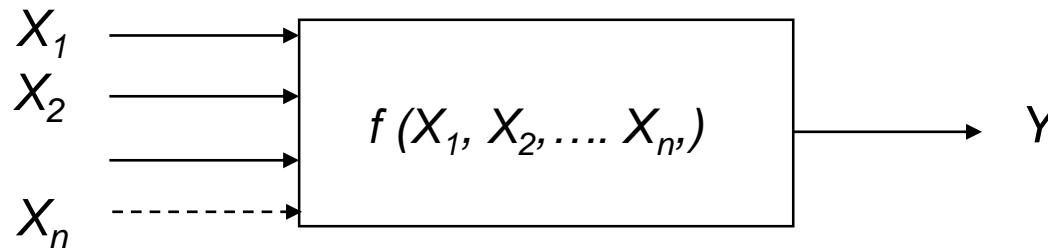
$$\begin{array}{ccccccc} y & = & f & ( & x_1 & , & x_2 & , & \dots & , & x_n & ) \\ & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & & & \vdots & \\ u_y & & & & u_{x1} & & u_{x2} & & & & u_{xn} & \end{array}$$





## Målefunksjon (VIM 2.49)

Målefunksjonen er et analytisk uttrykk som viser hvordan en sammensetning av inngangsstørrelser ( $X_n$ ) omsettes/transformeres til et resultat ( $Y$ ).



$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$X_i$  = inngangsstørrelse

$Y$  = utgangsstørrelse



# Målefunksjon

Eksempelet har vist at vi finner et måleresultatet ved at vi kjenner en teoretisk sammenheng mellom ulike observasjoner og den målestørrelsen vi ønsker å finne/estimere verdien til.

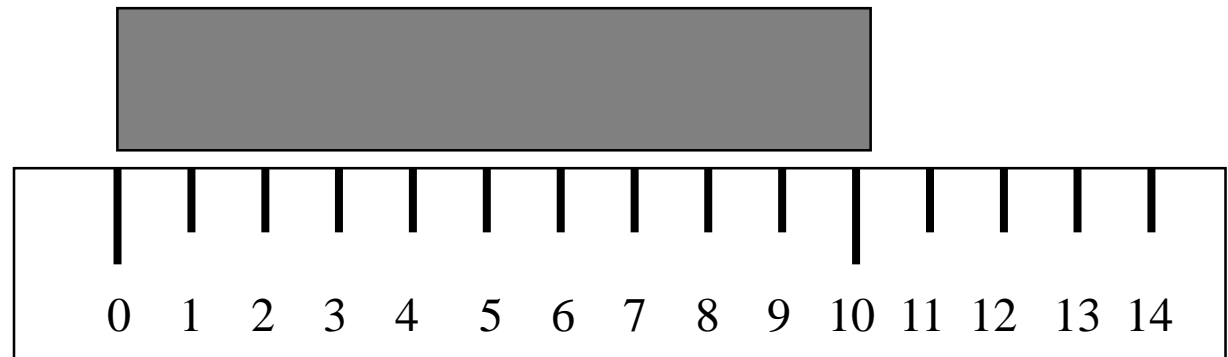
$$\rho = \frac{M_{full} - M_{tom}}{V_T} \left(1 - \frac{1,2mg/ml}{8000mg/ml}\right) + 1,2mg/ml$$

Vi kan kalle dette analytiske uttrykket for målefunksjon.



# Eks. 1: Måling av lengden til en aluminiumskloss

Måling med linjal:



Kilder til usikkerhet:

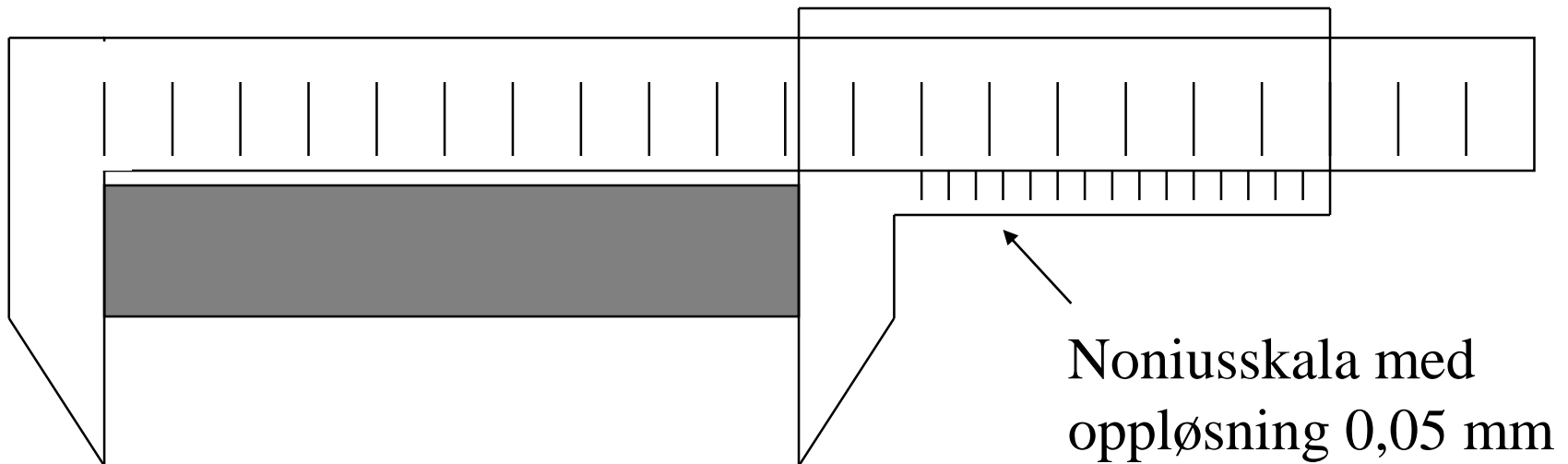
- 1) Avlesning mot streker, begrenset oppløsning
- 2) Avvik i linjalens strekmål?

$$\text{Målefunksjon: } L = L_{\text{avlest}} + R + \Delta L_{\text{skala}}$$



## Eks. 2: Måling av lengden til en aluminiumskloss

Måling med skyvelær:



Målefunksjon:  $L = L_{\text{avlest}} + R + \Delta L_{\text{skala}} + C_{\text{parallellitet mellom klossens måleflater}}$



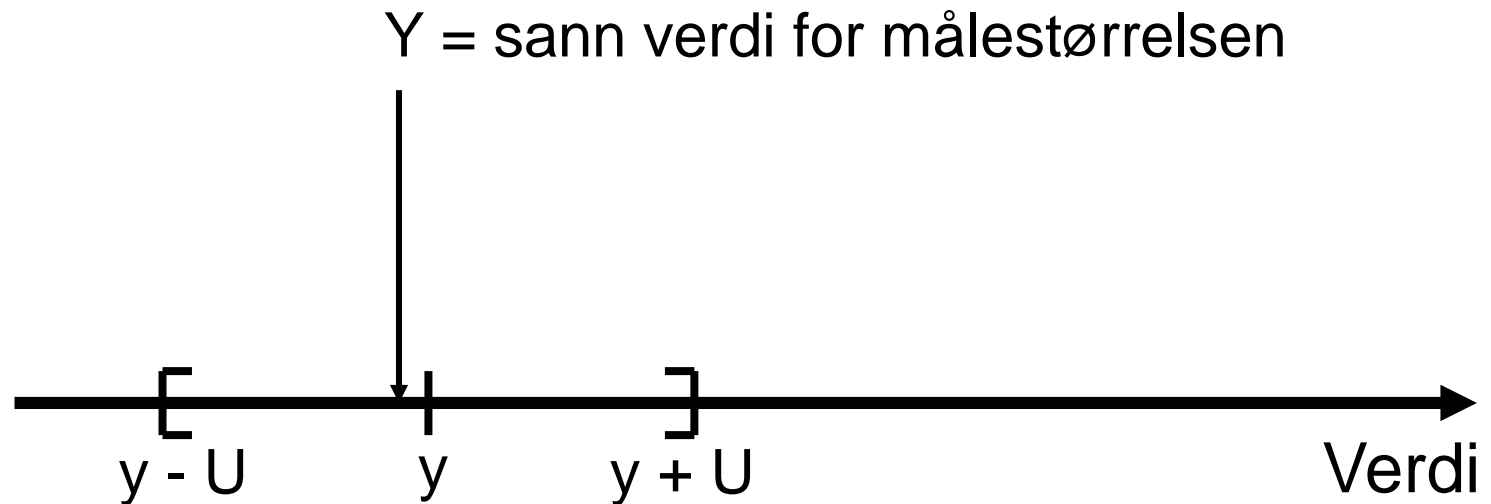
# Hva er måleusikkerhet?

- Måleusikkerhet eller målesikkerhet?
- Måleusikkerheten er en attributt ved måleresultatet.
- Måleusikkerheten beskriver spredningen av mulige verdier knyttet til en konkret målestørrelse.
- Hvis målestørrelsen variere, er dette et uttrykk for variasjon i en prosess. Dette må ikke forveksles med variasjon til målesystemet.
- Hva gjør du med et systematisk avvik?



# Måleusikkerhet

Måleusikkerheten angir et intervall rundt den estimerte måleverdien hvor det er stor sannsynlighet for at den "sanne" verdien ligger.



$y =$  målt verdi

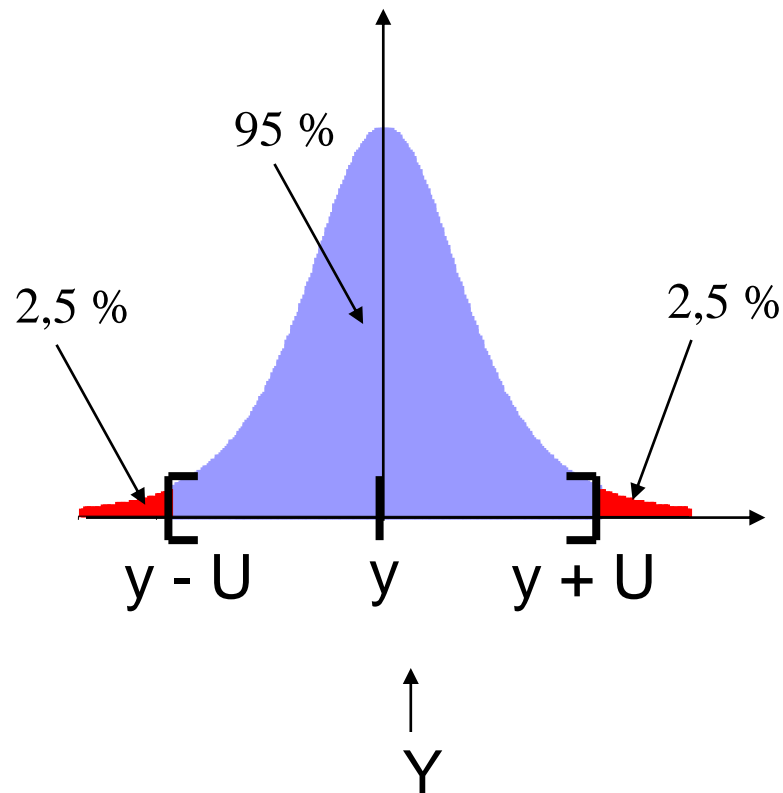
$U =$  måleusikkerhet

$$y - U < Y < y + U$$



# Måleusikkerhet

Vi lager et intervall som er så stort at det er 95 % sannsynlighet for at den "sanne" verdien befinner seg innenfor intervallet.





# Målefunksjonen, oppsummering

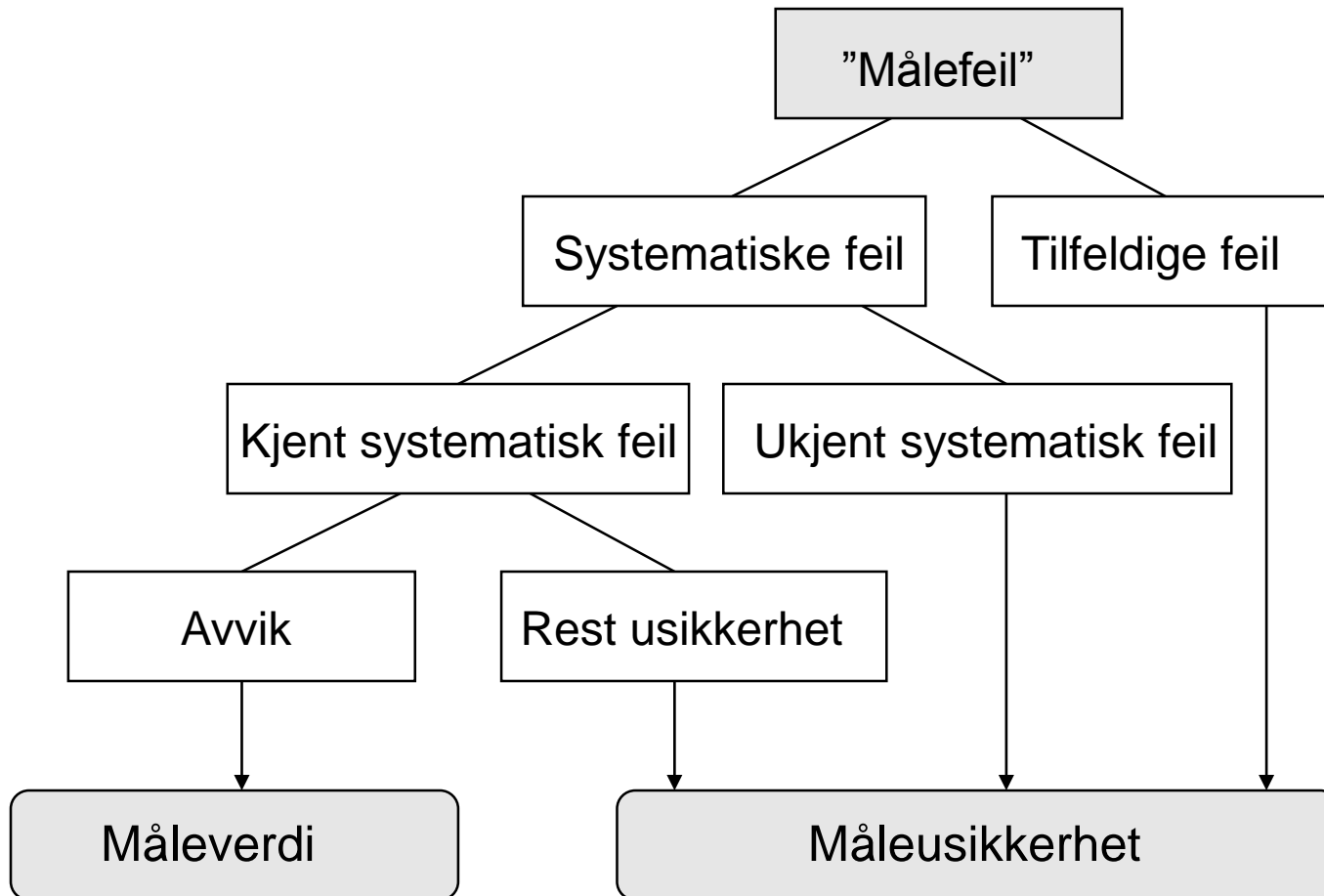
- **Kilder til usikkerhet er av tre hovedtyper**
  - 1) Spredningsegenskapene til måleprosessen.
  - 2) Begrenset oppløsning til visningen av måleresultatet.
  - 3) Begrenset kunnskap om korreksjoner.
- **Målefunksjonen kan svært ofte skrives:  $Y = Q + R + C_1 + C_2 + \dots$** 

$Y$  = måleresultatet  
 $Q$  = visningen til måleinstrumentet  
 $R$  = oppløsningen til måleinstrumentet  
 $C_i$  = korreksjon nr i basert på flere systematiske effekter, fra kalibreringsbeviset og fra andre kilder i måleprosessen.
- **Estimerte verdier:  $y = q + r + c_1 + c_2 + \dots$**



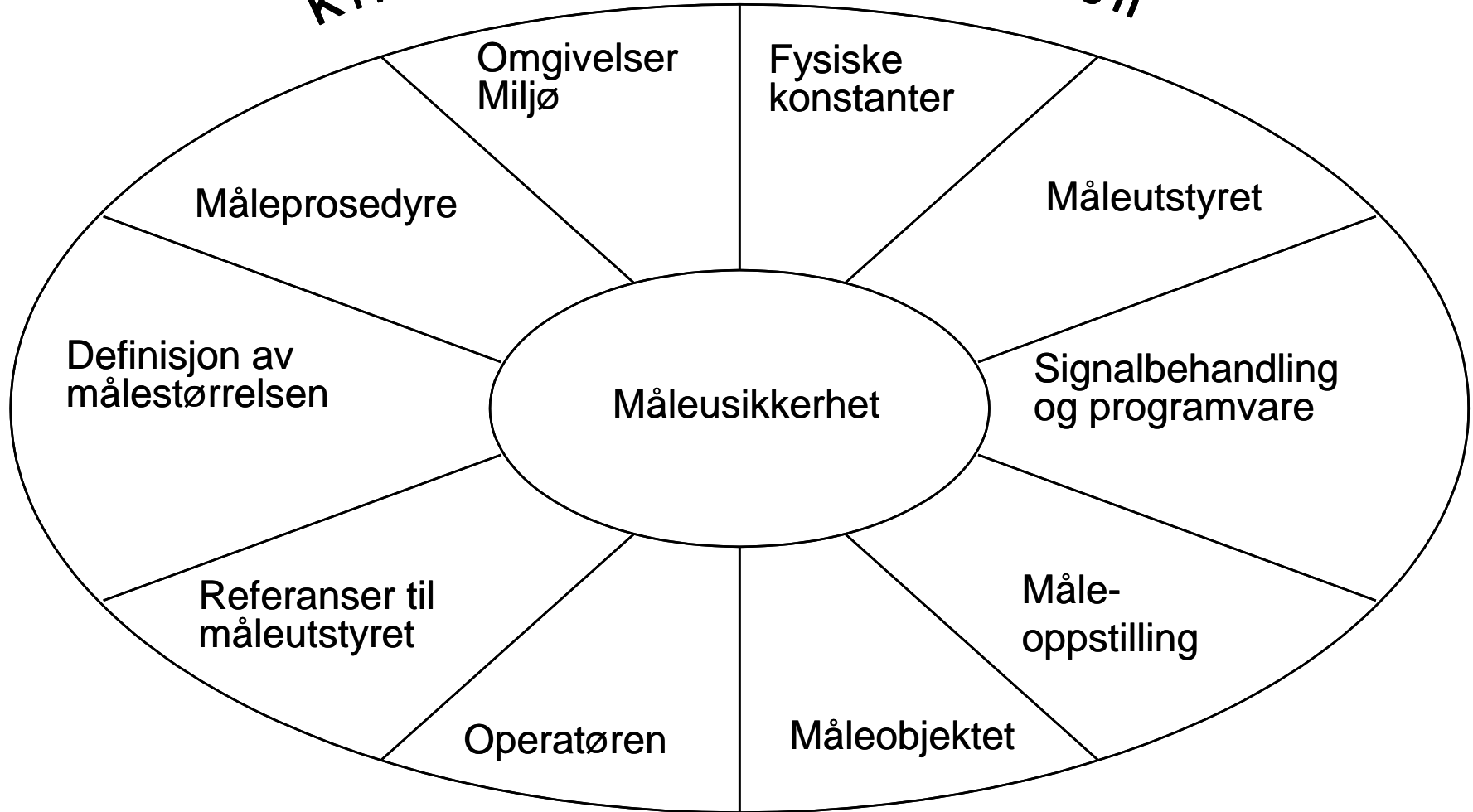


# Feil og variasjon i målingene gir måleusikkerhet





# Kilder til måleusikkerheten





# Vær kritisk til hver kilde til usikkerhet

## **Definisjon av målestørrelsen:**

Hvorfor skal vi måle? → hva skal vi måle? → hvor nøyaktig skal vi måle?

## **Referansen:**

Spesifikasjoner fra leverandøren: Hva lover produsenten av måleutstyret eller referansematerialet?

Kalibreringsbevis: Angivelse av korreksjoner med tilknyttet måleusikkerhet

Drift beregnes fra flere tidligere kalibreringer

Dekker referanseutstyret hele måleområdet?

## **Operatøren:**

Følger han måleprosedyren? Operatørens ferdigheter og erfaringer gir gode eller dårlige resultater.

## **Måleobjektet:**

Mekanisk "rufsete" i kantene, temperaturutvidelseskoeffisient, frekvenskarakteristikk, etc.

## **Måleoppstilling:**

Stabilt underlag, beskyttelse mot påvirkninger fra omgivelser og miljø. Med mer.



## Vær kritisk ... (forts.)

### **Signalbehandling:**

Støydemping med filtre, med mer

### **Måleutstyret:**

Dynamisk område for respons, linearitet, stabilitet, etc.

### **Fysiske konstanter:**

Begrensninger i kjennskap til fundamentale fysiske konstanter.

### **Omgivelser, miljø:**

Vibrasjoner, miljøpåvirkninger, trykk, temperatur, vindtrekk, lyd, lys, elektromagnetisk stråling, magnetiske felt etc.

### **Måleprosedyre:**

Rengjøring, temperaturstabilisering, "trimming", klargjøring til kalibrering.

Instruks for hvordan målingene skal gjøres. Setter betingelser for at målingene kan gjøres.

Antall målepunkter på skalaen, (minimum 10?).

Antall repetisjoner av de utvalgte målepunktene, (minimum 3?).

Usikkerhetsbudsjettet er en følge av prosedyren.

Dekker også kontroll og registrering av alle relevante opplysninger



## Vær kritisk .... (forts.)

### ***Forbedringer / økt kunnskap om måleoppstillingen***

Gjør undersøkelser for å finne flere forhold som påvirker måleresultatet.

Eksempler:

Oppvarmingstid for måleutstyret, referanse og måler som kalibreres

Feilkurven til måleobjektet som kalibreres, sykliske variasjoner og hysteres

Påvirkning fra magnetiske / elektriske felt

Variasjoner knyttet til oppkobling av prøvingsobjekt

Variasjoner i temperatur, lufttrykk, fuktighet, forsyningsspenning, vibrasjoner ....



# Usikkerhetene

$u(x_i)$  = standard usikkerhet i  $x_i$

$u_c(y)$  = kombinert standard usikkerhet

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$



$$u_c(y)$$

$$u(x_1)$$

$$u(x_2)$$

$$u(x_n)$$



## Usikkerhetskomponentene $u(x_i)$

To metoder for vurdering avhengig av hvordan de oppstår:

Type A, statistisk analyse av repeterte målinger / observasjoner

Type B, andre vurderinger basert på "vitenskaplige" vurderinger

***NB! Usikkerhetsbidrag fra begge vurderingsmetoder kombineres på lik måte.***

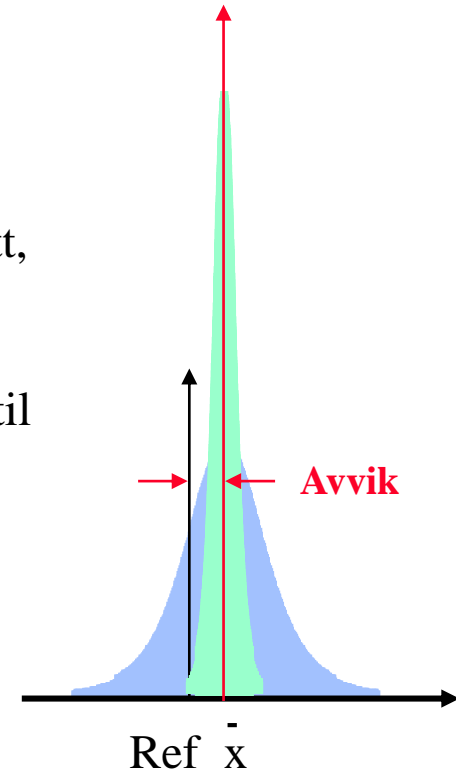


# Repeterbarhet

Når vi gjør **repeterte** målinger for å finne et gjennomsnitt, ønsker vi **minst mulig variasjon**.

Mange observasjoner gir et bedre mål for beliggenheten til gjennomsnittet – dvs senteret til fordelingen.

Når  $n$  øker, konvergerer  $s$  mot en bestemt verdi – dvs bredden til fordelingen blir bedre kjent.



## Bidrag til måleusikkerheten

Vi benytter gjennomsnittet av mange målinger som beste estimat for måleresultatet, derfor er usikkerheten i målingen gitt av standardavviket til gjennomsnittet.

$$u_{\text{repeterbarhet}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$s$ : observert standardavvik til fordelingen

$n$ : antall observasjoner

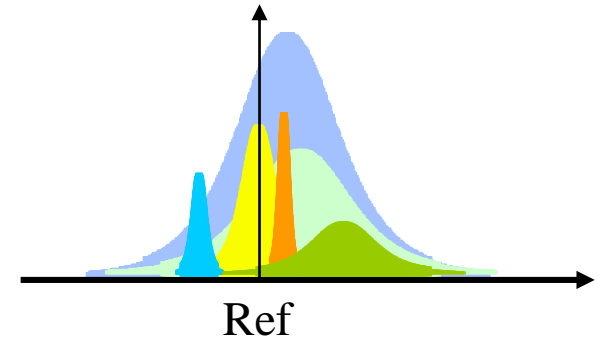




# Reproduserbarhet

Når vi gjør reproduserte målinger ønsker vi å kartlegge **hele variasjonsbredden.**

Reproduserbarheten gir kunnskap om den samlede betydningen av at mange effekter bidrar til variasjon.



## Bidrag til måleusikkerheten

Reproduserbarheten fanger opp mange (alle?) tilfeldige og systematiske effekter. Nye målinger vil dermed gi nye bidrag til den totale spredningen.

Dersom vi ikke korrigerer for de systematiske effektene, vil hele variasjonsbredden bidra til måleusikkerhet.

Dersom vi gjør korreksjoner for systematiske effekter blir reproduserbarheten mindre, men de bidrar likevel til måleusikkerhet, fordi det gjenstår en usikkerhet i korreksjonene.

$$u_{\text{reprodusebarhet}} = s$$

s: observert  
standardavvik

# Systematisk avvik

I kalibreringsbeviset er det angitt estimatet for instrumentets feilvisning og den estimerte måleusikkerheten som beskriver et intervall for sannsynlige verdier.

### Måleresultater med usikkerhet:

| Nominell verdi merking | Konvensjonell verdi | Usikkerhet (k=2) |
|------------------------|---------------------|------------------|
| 50 kg                  | 50 kg + 0,44 g      | ± 0,50 g         |



Justervesenet  
Nasjonal laboratorium / National laboratory  
Fetveien 69, 2007 KJELLER, NORWAY

**KALIBRERINGSBEVIS**  
Certificate of calibration  
09/643-1

**Kunde:** Oslo Justerhammer  
**Customer:** Fetveien 69, 2007 KJELLER

**Instrument:** Lodd  
**Instrument:** Produsent (Manufacturer): Håfner  
Klasse (Class): M1

**Identifikasjon:** Internnummer (Internal number): OSL-M1-14  
Identifikasjon

**Vår referanse:** 09/643-1IAGA/11  
Our reference

**Tid og sted for kalibrering:**  
Date and place of calibration  
22.09.2009, Kjeller

**Kalibreringen utført av:**  
Calibration performed by  
Aina Georg Andersen  
avdelingsleder

**Bevisets utstedelsestid:**  
Date of issue  
22.09.2009

**Ansvarelig:**  
Responsible  
Håfner, Torbjørn  
gruppelider

Dette kalibreringsbeviset er i overensstemmelse med Justervesenets aksepterte måleviser som er spesifisert i en internasjonal avtale under Målekonvensjonen. Alle nasjonale laboratorier som er anerkjente i avtalen anerkjenner hermed dette kalibreringsbeviset for de størrelser, måleenheter og måleusikkerheter som er listet opp i Appendix C under avtalen (jf. <http://www.bipm.org>).

This certificate is consistent with the Calibration and Measurement Capabilities (CMC) that are included in Appendix C of the MRA drawn up by the CIPM. Under the MRA, all participating institutes recognize the validity of each others' calibration and measurement certificates for the quantities, ranges and measurement uncertainties specified in Appendix C.

Kalibreringsbeviset skal ikke kopieres i uløstendelig form, uten skriftlig tillatelse fra laboratoriet. Side 1 av 2  
The calibration certificate shall not be reproduced except in full, without written approval by the laboratory. Page 1 of 2

**KALIBRERINGSBEVIS**  
Certificate of calibration  
09/643-1

Justervesenet

**Målemetode:**  
Substitusjonsveiling

**Kalibreringen er utført i henhold til følgende prosedyrer:**  
JV-NL-005 Håndtering av kalibreringsoppdrag  
JV-NL-MAS-004 Loddkalibrering  
JV-NL-MAS-005 Bruk av balanser og software

| Nominell verdi merking | Konvensjonell verdi | Usikkerhet (k=2) |
|------------------------|---------------------|------------------|
| 50 kg                  | 50 kg + 0,44 g      | ± 0,50 g         |

**Måleresultater med usikkerhet:**

**Spørbarhet:**  
Loddet er sammenlignet med lodd som er sporbare til de nasjonale normaler for masse.

**Forhold under kalibreringen:**  
Luftparametre ble målt under kalibreringen. For lodd klassifisert i E2 loddklasse ble disse brukt for å beregne lufttettheten etter den internasjonalt aksepterte "CIPM-819" formelen.

**Kommentar:**  
Den konvensjonelle massen er basert på følgende referanseverdier som er definert i OIML R111 (utgave 2004):  
1,2 kg/m<sup>3</sup> for lufttettheten, 20 °C for lufttemperaturen og 8000 kg/m<sup>3</sup> for loddens tetthet ved 20 °C.  
Resultatet bekrefter loddet tilstand på det tidspunktet og under de forhold kalibreringen ble utført.

**Måleusikkerhet:**  
Måleusikkerheten er beregnet i henhold til metoden beskrevet i "Guide To The Expression Of Uncertainty In Measurements - 1993". Måleusikkerheten angir et intervall som for en normalfordeling gir ca 95 % deknings sannsynlighet (k=2).

**Benyttede instrumenter og normaler:**  
Lodd Håfner E2, S.nr. Id. LM-E2-07  
Balanse Sartorius CC60000, S.nr. 30903465, Id. 60KG-OSL-05  
Temp.-fukt-logger Jules Richard Instruments SeleneTH, S.nr. 722179, Id. THYK-OSL-02

Kalibreringsbeviset skal ikke kopieres i uløstendelig form, uten skriftlig tillatelse fra laboratoriet. Side 2 av 2  
The calibration certificate shall not be reproduced except in full, without written approval by the laboratory. Page 2 of 2



# Øvinger

1. Gå inn på hjemmesiden til BIPM og finn frem til den internasjonale ordlisten for metrologi. Finn beskrivelsen av måleusikkerhet, sporbarhet og kalibrering.
2. Finn tilsvarende GUM på hjemmesiden til BIPM. Se på beskrivelsen av type A og type B vurdering av måleusikkerhet, og forklar den prinsipielle forskjellen.