1.1 Arbeidsfunksjonen til Na, $\varphi_{Na} = 2{,}75\,eV$. Vil finne λ_0 slik at

$$0 = \frac{1}{2} m_e v^2 = h\nu_0 - \varphi_{Na} = \frac{hc}{\lambda_0} - \varphi_{Na}$$

Mao. har vi at

$$\varphi_{Na} = hc/\lambda_0 \iff \lambda_0 = hc/\varphi_{Na}$$

Setter inn $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js$, $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\,m/s$ og $1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J$ og får

$$\underline{\underline{\lambda_0 = 451\,nm}} \qquad (4{,}509 \cdot 10^{-7}\,m)$$

Alle fotoner med bølgelengder $\lambda \leq \lambda_0$ har nok energi til å kunne løsrive elektroner fra Na.

1.2 Den lengste bølgelengden som medfører fotoemmisjon av elektroner for kalium er $\lambda_0 = 564\,nm$. Ønsker å finne største hastighet løsrevne elektroner kan ha ved $\lambda = 300\,nm$. Beregner først arbeidsfunksjonen φ_K:

$$0 = \frac{hc}{\lambda_0} - \varphi_K \iff \varphi_K = \frac{hc}{\lambda_0},$$

og deretter hastigheten ved relasjonen

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{hc}{\lambda} - \varphi_K = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right),$$

Dette gir

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m_e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} = \underline{8{,}25 \cdot 10^{5}\,m/s}$$

der vi har brukt $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg$

1.3 Ioniseringsenergien til elektronene i de tre høyeste okkuperte orbitalene til CO er $\phi_1 = 14{,}0\ eV$, $\phi_2 = 16{,}8\ eV$ og $\phi_3 = 19{,}7\ eV$.

a) He-stråling på 58,4nm gir en fotonenergi E_{He} gitt som

$$E_{He} = \frac{hc}{\lambda}$$

benytter $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js$, $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ m/s$ og $1 J = 1/1{,}602 \cdot 10^{-19}\ eV$ og får $(1nm = 1 \cdot 10^{-9} m)$

$$E_{He} = 21{,}2\ eV$$

Dette gir kinetiske energier, ved relasjonen

$$E_k = E_{He} - \phi,$$

på ~~hhv.~~ $\underline{\underline{7{,}2\ eV,\ 4{,}4\ eV \text{ og } 1{,}5\ eV}}$ for hhv. ϕ_1, ϕ_2 og ϕ_3

b) Ne-stråling på 74,2 nm gir

$$E_{Ne} = \frac{hc}{\lambda} = 16{,}7\ eV$$

Denne energien er kun nok til å løsrive elektroner i den høyeste okkuperte orbitalen (med ioniseringsenergi tilsvarende ϕ_1), den kinetiske energien blir i dette tilfellet

$$E_k = E_{Ne} - \phi_1 = 16{,}7\ eV - 14{,}0\ eV = \underline{\underline{2{,}7\ eV}}$$

$\boxed{1.4}$ Nøytronstråle ($m_n = 1{,}674 \cdot 10^{-27}$ kg) med hastighet $v = 1600$ m/s.

Skal beregne bølgelengden λ. De Broglie

$$p = h/\lambda \quad , \quad p = m_n v$$

gir

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_n v} = 2{,}47 \cdot 10^{-10}\,\text{m} = \underline{\underline{247\,\text{pm}}}$$

$\boxed{1.5}$ a) Elektronstråle akselerert gjennom et potensial på 100 V får en energi på 100 eV (antar her at den kinetiske energien ~~til~~ elektronene har før de blir akselerert er neglisjerbar)

Mao.

$$E_k = 100\,\text{eV} = \frac{p^2}{2m_e} \iff p = \sqrt{2m_e E_k}$$

Ved De Broglie får vi videre

$$p = \frac{h}{\lambda} = \sqrt{2m_e E_k}$$

Som gir

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}}$$

Setter inn $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg og $1\,\text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J og får

$$\lambda = 1{,}226 \cdot 10^{-10}\,\text{m} \approx \underline{\underline{123\,\text{pm}}}$$

Første ordens diffraksjon når elektronene treffer en tett pakket Ni-overflate med avstand mellom Ni-atomene på $d = 216$ pm gitt ved

$n\lambda = d \sin\theta$, for $n=1$ fås $\theta = \underline{\underline{34{,}7^\circ}}$

1.5 forts

b) Stråle av H_2 molekyler med energi

$$E_k = 3{,}5\, k_B \cdot T$$

der $T = 300K$ og Boltzmann's konstant $k_B = 1{,}381 \cdot 10^{-23}\, J/K$.

Benytter

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m} \Leftrightarrow p = \sqrt{2mE_k}$$

Ved De Broglie $p = h/\lambda$ får vi

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{h}{\sqrt{4m_pE_k}}$$

der $m = 2m_p$ og protonmassen $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg.

Setter inn og får

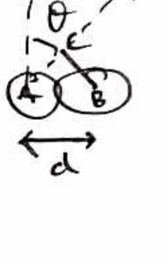
$$\lambda = 6{,}728 \cdot 10^{-11}\, m = \underline{\underline{67{,}3\, pm}}$$

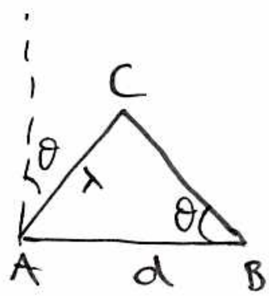
Første ordens diffraksjon

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$$

gir (ved $d = 216$ pm)

$$\underline{\underline{\theta = 18{,}1^\circ}}$$





1.6 Skal her beregne bølgelengden til en Ar-stråle med energi

$$E_k = 2{,}5\, k_B \cdot T$$

med $T = 300K$ og k_B Boltzmann's konstant. Benytter her ^{40}Ar og setter for enkelhetsskyld $m_{Ar} = 40\, m_p$ (da $m_p \approx m_n$).

Får λ ved samme relasjon som i oppgave 1,5

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2E_k m_{Ar}}} = \underline{\underline{17{,}8\ pm}}$$

Dette gir $\sin\theta = \frac{\lambda}{d} \Leftrightarrow \underline{\underline{\theta = 4{,}75°}}$

1.7 Elektroner akselerert av et potensial på 50 V. De har mao. en energi på 50 eV.

(i) $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{p^2}{2m_e} \Leftrightarrow p = \sqrt{2m_e E_k}$

Benytter $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg og $1eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J og får

$$\underline{\underline{p = 3{,}82 \cdot 10^{-24}\ kg\ m/s}}$$

(ii) De Broglie gir

$$\lambda = h/p = \underline{\underline{173\ pm}}$$

(iii) Bølgetall og bølgelengde $k\lambda = 2\pi \Leftrightarrow k = 2\pi/\lambda$

Dette gir

$$\underline{\underline{k = 3{,}62 \cdot 10^{10}\ m^{-1}}}$$

$\boxed{1.8}$ Bølgefunksjon til en partikkel gitt ved

$$\psi = \begin{cases} e^{-x} & x>0 \\ e^{x} & x<0 \end{cases}$$

ψ normaliserbar hvis $\int \psi^* \psi \, dx$ er endelig. Setter inn og får

$$\int \psi^* \psi \, dx = \int_{-\infty}^{0} e^{2x} dx + \int_{0}^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$\underset{\substack{\text{ved} \\ \text{symmetri} \\ \text{om } x=0 \\ (\psi(-x)=\psi(x))}}{=} 2 \int_0^\infty e^{-2x} dx$$

$$= 2 \left(-\frac{1}{2} e^{-2x} \Big|_0^\infty \right)$$

$$= 2 \left(0 + \frac{1}{2} \right) = 1$$

Mao er ψ normalisert. Sannsynligheten for å finne partikkelen mellom $x=-1$ og $x=1$ gitt ved

$$\int_{-1}^{1} \psi^* \psi \, dx = 2 \int_0^1 e^{-2x} dx = 2 \left(-\frac{1}{2} e^{-2x} \Big|_0^1 \right)$$

$$= 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} e^{-2} \right)$$

$$= 1 - e^{-2} = 0{,}8646$$

Mao <u>86,5% sannsynlig</u>

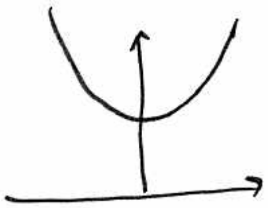
$\boxed{1.9}$ Skal her vurdere om ulike funksjoner er gyldige bølgefunksjoner. Krav til en bølgefunksjon $\psi(x)$:

I. ψ normaliserbar, mao. må $\int \psi^* \psi \, dx$ være endelig

II. ψ må være kontinuerlig

III. ψ må ha kontinuerlig første derivert

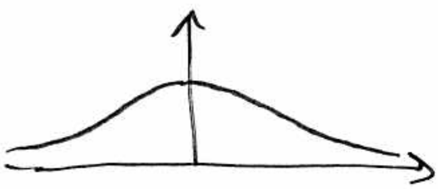
(i) $N \cdot e^{ax^2}$ (antar her $a>0$)



Oppfyller ikke krav I om normaliserbarhet

<u>Ikke gyldig</u>

(ii) $N \cdot e^{-ax^2}$ (antar her $a>0$)

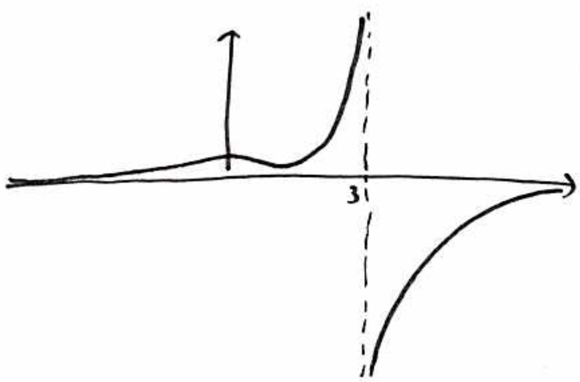


Oppfyller krav I-III og er <u>gyldig</u>

(iii) $\frac{N \cdot e^{-ax^2}}{3-x}$

Oppfyller hverken II eller III

<u>Ikke gyldig</u>



(iv) $N \cdot e^{-ax^2}$

Oppfyller ikke krav I