INTRODUKSJON TIL RADIOAKTIVITET

Tellestatistikk og grunnleggende bruk av tellere

KJ 250, Radiokjemi

høsten 2002

DEL 1

Teori

1.1 Radioaktiv desintegrasjon

Radioaktiv desintegrasjon er en stokastisk prosess, det betyr at det er en tilfeldig prosess, men at den kan beskrives statistisk. I denne oppgaven skal dere lære om sekulær radioaktiv likevekt og hvordan ethvert måletall av radioaktiv kilde oppgis med usikkerhet.

I en prøve med N radioaktive atomer av en bestemt type nuklide, vil antall atomer som desintegrerer i tiden dt være proposjonal med N:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N = A \tag{1.1}$$

der λ er *desintegrasjonskonstanten* og A er *desintegrasjonshastigheten*

Løsning av likning 1.1 er

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \tag{1.2}$$

N_0 er antall atomer, av den aktuelle typen, tilstede ved tiden $t = 0$. Halveringstiden er den tiden som har passert når halvparten av nuklidene har desintegrert. Å sette $N = N_0/2$ inn i likning 1.1, resulterer i følgende sammenheng mellom desintegrasjonskonstanten og halveringstiden:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \tag{1.3}$$

Halveringstiden er karakteristisk verdi for hver enkelt radioaktive nuklide.

Ofte vil en radioaktiv nuklide desintegrere til et produkt som også er radioaktivt:

kjerne 1 $\rightarrow$ kjerne 2 $\rightarrow$ kjerne 3

Utgangskjernen blir gjerne referert til som mornuklide, og produktet som datternuklide. Anta ved $t = 0$, N_0 atomer av moren, altså $N_1(t = 0) = N_0$, $N_2(t = 0) = 0$ og $N_3(t = 0) = 0$, da beskrives endringer i antall mor- og datternuklider henholdsvis ved likningene:

$$dN_1 = -\lambda N_1 dt \tag{1.4}$$

$$dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt \tag{1.5}$$

Løsning av likning 1.4 er allerede kjent, det er uttrykket i 1.2, mens løsningen av likningen for antall datternuklider er gitt ved:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(t)(1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}) \tag{1.6}$$

I de tilfeller der morens desintegrasjonskonstant er mye mindre en datterens ($\lambda_1 \ll \lambda_2$) kan 1.6 forenkles:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(t) \underbrace{(1 - e^{-\lambda_2 t})}_{metningsfaktor} \qquad \text{der} \quad \lambda_2 - \lambda_1 \cong \lambda_2 \tag{1.7}$$

Hvis vi i tillegg forutsetter at $t \gg T_{1/2}(2)$, altså tiden vi observerer er mye større en datterens halveringstid, reduseres likningen til:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \underbrace{N_0 e^{-\lambda_1 t}}_{N_1} \qquad \text{når} \quad e^{-\lambda_2 t} \to 0 \tag{1.8}$$

$$\Downarrow$$

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1 \tag{1.9}$$

Uttrykket i 1.9 kalles for **sekulær radioaktiv likevekt**.

1.2 Statistikk

Nøyaktighet og reproduserbarhet er to begreper som gjerne brukes til å karakterisere et sett med data. Det at et resultat er nøyaktig betyr at den er nær den sanne verdien. Reproduserbarheten av datasettet viser hvor presise målingene er. Et reproduserbart sett med data impliserer nødvendigvis ikke et nøyaktig resultat. Gjennomsnittet ($\overline{x}$) av et datasett er gitt ved:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{\mathrm{N}}}{\mathrm{N}} \tag{1.10}$$

der N er antall målinger

For å beskrive datasettet må også variansen eller standardavviket angis. Dette viser spredningen av verdiene i datasettet rundt middelverdien $\overline{x}$. Variansen (σ^2) er gitt ved:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_{\mathrm{N}} - \overline{x})^2}{\mathrm{N} - 1} \tag{1.11}$$

og standardavviket (σ) ved:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \tag{1.12}$$

Kaster man en mynt har man to mulige resultater, og man kan for eksempel beregne sannsynligheten for ti kron på ti kast ($(\frac{1}{2})^{10} \approx 0,00098$). Utkommet av et kast er uavhengig av hvorvidt de andre kastene ender som kron eller mynt. Myntkast kan klassifiseres som en binær prosess. Binære prosesser kan beskrives ved en binominal sannsynlighetsfordelingsfunksjon, - den gir sannsynligheten for hvert eneste mulige resultat av målingen.

Om en bestemt radioaktiv kjerne desintegrerer i et gitt tidsrom, kan i likhet med myntkasting klassifiseres som en binær prosess, enten gjør den det eller den gjør det ikke. Så innenfor en halveringstid vil halvparten av de observerte atomer ha desintegrert, akkurat som halvparten av et høyt antall mynter som kastes blir kron. Hvorvidt en bestemt radioaktiv partikkel (α, β,...) blir detektert av en detektor eller ikke er også en binær prosess.

I tilfeller som radioaktiv desintegrasjon blir det å beregne sannsynligheten for at hvert eneste atom i en prøve skal desintegrere eller ikke ganske upraktisk, med tanke på hvor mange atomer prøven inneholder. Når antallet radioaktive atomer er stort ($N \gg 1$), og de observers over kort tid i forhold til halveringstiden ($\lambda t \ll 1$), brukes gjerne Poisson fordeling. Poisson fordelingen beskriver tilfeldige, sjeldne hendelser og $P(x)$ er sannsynligheten for å få et visst antall tellinger x når $\overline{x}$ er forventet gjennomsnittsverdi:

$$P(x) = \frac{\overline{x}^x \, e^{-\overline{x}}}{x!} \tag{1.13}$$

antall hendelser N er stor og $\overline{x} - x \ll \sqrt{N}$

Middelverdien og standardavviket er gitt ved:

$$\overline{x} = \sum_{x=0}^{N} x P(x) = pN \tag{1.14}$$

$$\sigma = \sqrt{pN(1-p)} \approx \sqrt{pN} = \sqrt{\overline{x}} \tag{1.15}$$

p er sannsynlighten for at *ett* atom skal desintegrere innenfor tidsrommet t.

En annen mye brukt sannsynlighetsfunksjon er normalfordelingen (Gaussfordeling). Den kan benyttes som en forenkling når x er stor og $\overline{\mathrm{x}} - \mathrm{x} \ll \overline{\mathrm{x}}$. Gaussfordelingen er symmetrisk om $\overline{\mathrm{x}}$ og for standardavviket gjelder også tilnærmingen $\sigma \approx \sqrt{\overline{x}}$.

I en måleserie der middelverdien x er gitt med en usikkerhet σ, kalles intervallet begrenset av $x - \sigma$ og $x + \sigma$ for et konfidensintervall. Sannsynligheten for at den sanne verdien ligger innenfor konfidensintervallet $x \pm \sigma$ er 68,3 %. Tabell 1.2 hvordan sannsynligheten for at den sanne verdien ligger innenfor konfidensintervallet øker med antall σ.

Tabell 1.1: Sannsynlighet for at gjennomsnitt er innenfor konfidensintervallet.

INTERVALL RUNDT MÅLETALL	SANNSYNLIGHET (%)
$\pm\, 0,674\,\sigma$	50,0
$\pm\, \sigma$	68,3
$\pm\, 1,96\,\sigma$	95,0
$\pm\, 3\,\sigma$	99,7

Ofte må man gjøre beregninger med et eller flere tall som har usikkerhet ved seg (eksempelvis trekke bakgrunnen fra en måling). Vi har følgende regneregler som trengs til utregningene i labøvelsen:

1. Gange/dele med et tall c uten usikkerhet:

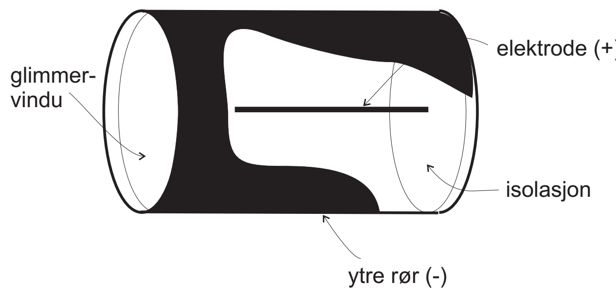
$$\text{Har} \quad x \pm \sigma \quad \text{gir} \quad \begin{cases} x_c = \ x \cdot c \\ \sigma_c = \ \sigma \cdot c \end{cases} \tag{1.16}$$

2. Addere/substrahere et tall med usikkerhet

$$\text{Har} \quad \begin{cases} x_1 \pm \sigma_1 \\ x_2 \pm \sigma_2 \end{cases} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = x_1 + x_2 \\ \sigma = \sqrt{{\sigma_1}^2 + {\sigma_2}^2} \end{cases} \tag{1.17}$$

1.3 Geiger-Müller teller og telleeffektivitet

Når ioniserende stråling går gjennom materie, vil den ioniseres. Graden av ionisering avhenger både av materien og strålingens type og energi. Alle typer av detektorer for radioaktiv stråling benytter seg av strålingens ioniserende evne.



Figur 1.1: Illustrasjon av et GM-rør.

Et Geiger Müller (GM) rør består av et metallrør med en elektrisk leder i midten. Lederen er godt isolert fra røret, som er fylt med en gass. Denne gassen er som regel neon i blanding med en organisk halogenforbindelse, og lukket i enden med et tynt vindu (glimmer, 1,5 - 3 mg/cm^2). For å kunne detektere stråling med røret, må det legges en spenning mellom senterelektroden (positiv) og rørets vegg (negativ). Når gassen i røret ioniseres vil ladningeme separeres i det elektriske feltet. Dette registreres som en puls av den tilhørende elektronikken. Et telleverk registrerer antall pulser, og forteller dermed hvor mange ganger detektoren har registrert ioniserende stråling. Antall tellinger per tidsenhet er derfor proposjonal med kildens desintegrasjonshastighet. Proposjonalitetskonstanten er en funksjon av hvor "flink" telleren er til å registrere stråling, og kalles *telleeffektivitet*:

$$R = \epsilon A \tag{1.18}$$

Telleeffektiviteten ϵ angis normalt i prosent.

Når vi teller en prøve vil detektoren også registrere noen tellinger som kommer fra omgivelsene. Dette kan for eksempel være naturlig forekommende radioaktivitet i selve telleren eller skjermingen rundt den. Det vil også være et betydelig antall tellinger som har sitt opphav i kosmisk stråling. Brutto telletall vil derfor inneholde flere telligner enn det som kan tilskrives prøven. Netto telletall får vi ved å korrigere for bakgrunnsstrålingen. Antall bakgrunnstellinger bestemmes ved å utføre nøyaktig samme måling, men uten å ha det radioaktive preparatet tilstede.

DEL 2

Laboppgave og rapportskjema

I dag skal du lage et prepart av uran, og gjøre målinger som skal belyse usikkerheten i måletallene og bestemme detektorens effektivitet. Pass på at veileder viser deg hvordan GM-telleren virker før du starter å lage uranpreparatet. Du skal regne ut hvor mye uran som behøves til preparatet, - det er derfor lurt å gjøre seg ferdig med avsnitt 2.1 før tillagingen.

2.1 Spørsmål og utregning av uranmasse

1. Tegn opp desintegrasjonsskjemaet for den første delen av uranserien, fra ^{238}U til ^{230}Th, og oppgi de viktigste dataene.

2. Anta at du har et 1 år gammelt preparat med uran (uranet er kjemisk separert fra andre grunnstoffer). Hvorfor er ^{234}Th, ^{234}Pa og ^{234}U i likevekt med ^{238}U, mens ^{230}Th ikke er det?

3. Vis at isotopforholdet mellom ^{238}U og ^{234}U er i overensstememelse med likevekts-betinglesen: $\lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1$. Ta utgangspunkt i at forholdet mellom hyppigheten av de to uranisotopene i naturlig uran vil være lik forholdet mellom antall atomer av de to:

$$\frac{H_1}{H_4} = \frac{N_1}{N_4} \quad \text{sammenlikn dette med forholdet} \quad \frac{T_{1/2}(1)}{T_{1/2}(4)}$$

Stemmer dette med påstanden om at de to er i radioaktiv likevekt?

4. Hvor mye UO_3 må veies inn til den radioaktive kilden? Anta at vi ønsker tellehastighet, R, lik 100 cps fra desintegrasjon av ^{234m}Pa og at telleeffektiviteten er $\epsilon = 0,15$.

2.2 Tillaging av preparat

1. En filtreringsoppsats monteres med filterpapir og kobles til en vannstrålepumpe. Apparaturen prøves med vann for å undersøke om det er lekkasjer. *Alt utstyr skal være plassert i et plastbakke med absorverende papir.*

2. Et preparatkort gjøres i stand med tredobbelt lag med tape (på kryss) på den ene siden.

3. Omtrent den beregnede mengden UO_3 veies nøyaktig inn i et veieskip. Grovvei først på overskålsvekt (50 til 150 mg).

4. Det innveide UO_3 slemmes opp i minst mulig vann og spyles forsiktig med i filteroppsatsen som skal være fylt opp med vann. Prøv å få preparatet så jevnt som mulig.

5. Løsningen suges til tørrhet og filterpapiret med UO_3 monteres på tellekortet med 7 lag tape i kryss over. Preparatet må være helt tett.

2.3 Målinger og beregninger

Angi telleren du har brukt:____________

2.3.1 Bakgrunn

Noter verdiene fra bakgrunnstellingen du startet i går.

TELLETALL	N_{bk}	= ____________	tellinger
TELLETID	t_{bk}	= ____________	sekunder
TELLEHASTIGHET	$\frac{N_{bk}}{t_{bk}}$	= ____________	cps
STANDARDAVVIK	$\frac{\sqrt{N_{bk}}}{t_{bk}}$	= ____________	cps

2.3.2 Telleeffektivitet

Gjør en 1 minutts telling på hver hylle. Bruk disse målingene til å beregne GM-tellerens telleeffektivitet for hver hylle i %, for ^{234m}Pa. Preparatets styrke beregner du fra den innveide mengden med UO_3.

	TELLETALL FOR HYLLE (CPM)	TELLEEFFEKTIVITET (%)
1	__________	__________
2	__________	__________
3	__________	__________
4	__________	__________

Gi et eksempel på hvordan du har regnet ut telleeffektiviteten (angi innveiet mengde UO_3):

2.3.3 20 målinger med konstant avstand til kilden

Gjør 20 målinger på 1 minutt med kilden i samme posisjon. Regn ut standardavviket og fyll ut skjmaet:

nr	N_P	$N_P - \overline{N}$	$(N_P - \overline{N})^2$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
SUM:		SUM:	

MIDDELVERDIEN AV TELLETALLENE:	$\overline{\mathrm{N}} = \frac{\sum \mathrm{N_p}}{20}$	= ______________	tellinger
ROTEN AV MIDDELVERDIEN	$\sqrt{\overline{\mathrm{N}}}$	= ______________	tellinger
STANDARDAVVIKET	$\mathrm{S_N} = \sqrt{\frac{(\mathrm{N_p} - \overline{\mathrm{N}})^2}{19}}$	= ______________	

Hvordan er overensstemmelsen mellom $\mathrm{S_N}$ og $\sqrt{\overline{\mathrm{N}}}$?

2.3.4 En telling på 20 minutter

Gjør en måling på 20 minutter i samme telleposisjon som i 2.3.3.

TELLETALL	$\mathrm{N_{20}}$	= ______________	tellinger
TELLEHASTIGHET	$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{N_{20}}}{20}$	= ______________	cps
STANDARDAVVIK	$\sqrt{\mathrm{N_{20}}}$	= ______________	
STANDARDAVVIK I CPM	$\frac{\sqrt{\mathrm{N_{20}}}}{20}$	= ______________	cps

Hva gi størst nøyaktighet, tyve 1 minutts tellinger eller en 20 minutters telling?

2.4 Vurdering av resultatene

Skriv opp de angitte målte størrelsene og finn ut hvor mange prosent av tellingene som ligger *utenfor* intervallene $< \mathrm{N} - \mathrm{S_N}, \mathrm{N} + \mathrm{S_N} >$ og $< \mathrm{N} - 2\mathrm{S_N}, \mathrm{N} + 2\mathrm{S_N} >$:

$\overline{\mathrm{N}}$	$\sqrt{\mathrm{N}}$	$\mathrm{N} \pm \mathrm{S_N}$	$\mathrm{N} \pm 2\mathrm{S_N}$

Ligger etter din oppfatning for mange av enkeltmålingene utenfor da angitte områder? Begrunn svaret utifra statistisk normalfordeling.

Hva blir stadardavviket for nettotelletallet $(N_p - N_{bk})$:

Hvilke forholdsregler kan taes for å gjøre denne usikkerheten minst mulig?