Annenordens, lineære, inhomogene differensialligninger med konstante koeff. 10.6 i Kalk.

På formen (*) $y'' + py' + qy = f(x)$, $p, q \in \mathbb{R}$

Finn ukjent funk. $y(x)$.

Lemma 10.6.1 Anta at y_p er en løsning av (*). Da er enhver annen løsning gitt ved

$$y = y_p + y_h \qquad y_h = y - y_p$$

der y_h er en løsning av den homogene ligningen $y'' + py' + qy = 0$.

Hvordan finne partikulær løsninger?

Ex. 10.6.2 $\quad y''+y'-2y=2x$

Tips: Prøv med en løsning på samme form som høyre siden.

$y_p = Ax+B$ - generelt 1. grads polynom.

Setter inn og bestemmer A og B. $y_p' = A$

$y_p''=0$

$$2x = y_p''+y_p'-2y_p = 0 + A - 2Ax - 2B$$

$$= A-2B-2Ax \quad \text{skal gjelde}$$

for alle x.

Da må $\quad A-2B=0 \Rightarrow B = A/2 = -\frac{1}{2}$

$\quad -2A = 2 \Rightarrow A=-1$

$y_p = Ax+B = -x-\frac{1}{2}$.

Noen ganger får vi selvmotsigelse:

Da må vi øke graden på vår foreslåtte løsning.

nov 13-10:28

Andre høyre sider

2. Hvis $f(x) = a^x P(x)$ der $a > 0$ og $P(x)$ er et polynom vil y_p kunne velges som $y_p = a^x Q(x)$ der Q er et polynom av samme grad som P. Noen ganger må Q være en eller to grader høyere enn P.

3. Hvis $f(x) = a^x(A\cos bx + B\sin bx)$, $a > 0$ prøver vi med

$$y_p = a^x(C\cos bx + D\sin bx)$$

Hvis problemer, prøv med

$$y_p = x \cdot a^x(C\cos bx + D\sin bx)$$

Ex. $y'' - 2y' + 5y = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Homogen ligning:

Kar. ligning: $z^2 - 2z + 5 = 0$, $r_1 = 1 + 2i$, $r_2 = 1 - 2i$

Generell løsning av homogen ligning.

$y_h(x) = e^x (C \cos 2x + D \sin 2x)$

Partikulær løsning:

Prøver med $y_p = A \cos x + B \sin x$

$y_p' = -A \sin x + B \cos x$, $y_p'' = -A \cos x - B \sin x$

Innsatt:

$\sin x = y_p'' - 2y_p' + 5y_p$

$= -A\cos x - B \sin x + 2A \sin x - 2B \cos x + 5A \cos x + 5B \sin x$

$= (-A - 2B + 5A) \cos x + (-B + 2A + 5B) \sin x$

$= (4A - 2B) \cos x + (2A + 4B) \sin x$

Da må koeffisientene stemme på hver side: for alle verdier av x.

$4A - 2B = 0 \Rightarrow A = 1/10$

$2A + 4B = 1 \quad B = 1/5$

$y_p(x) = \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{5} \sin x$

Fullstendig løsning:

$y(x) = y_p(x) + y_h(x)$

$= \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{5} \sin x + e^x (C \cos 2x + D \sin 2x)$

Tilpass C og D til $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

Endelig løsning: $C = 9/10$, $D = -11/20$

$y(x) = \frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{5} \sin x + e^x \left(\frac{9}{10} \cos 2x - \frac{11}{20} \sin 2x \right)$

nov 13-10:45

Representasjon av
bokstaver og tegn på datamaskin.

Ide: Tegn representeres ved hjelp av heltallige tallkoder som angir posisjon av hvert tegn i en tabell. Ved input oversettes tegnet til tallkoden, ved utskrift oversettes tallkoden til riktig tegn (riktig uttegnings kode).

nov 13-11:16

Vi skal beskrive tre slike tabeller:
ASCII, ISO Latin 1, Unicode.

ASCII-tabellen inneholder 128 tegn
- de vanligste i engelsk språk.
Trenger 7 bits for å representere et
tegn i ASCII-tabellen.

ASCII representeres som regel ved hjelp
av en byte (8 bits) der første
alltid er 0.

Problem at mange nasjonale tegn mangler
i ASCII. ISO utviklet en serie av
tegnsett for å ordne dette.
ISO Latin 1 (Western)
ISO Latin 2 (East European)
⋮

Ide: Utvid ASCII med ett bit til
(bruk det 8. bit. aktivt) slik
at vi får 256 tegn.

nov 13-11:29

Løsning: Unicode.
Totalt over 160000 tegn.
over 1 mill. plasser - mange ledige.
Største tallkode trenger 23 bits, i praksis
3 byte.