

Repräsentation av heltall på datormaskin

Hur blir 3761 i 8-tallsystemet?

	3761	1	% 8
//8	470	6	% 8
//8	58	2	% 8
//8	7	7	% 8

$$3761 = 7261_8$$

$$3761 = d_3 8^3 + d_2 8^2 + d_1 8 + d_0$$

1 totalsystemet $\beta=2$

3761	1
1880	0
940	0
470	0
235	1
117	1
58	0
29	1
14	0
7	1
3	1
1	1

$$3761 = \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{110}_6 \underbrace{001}_1$$

$$3761 = 7261_8$$

Algoritme für a konvertiere a til β -tall system:

$$a_0 = a$$

for $i = 0, 1, 2, \dots, k$

$$d_i = a_i \% \beta$$

$$a_{i+1} = a_i // \beta$$

while $a > 0$

~~for $i = 0, 1, 2, \dots, k$~~

$$d = a \% \beta$$

$$a = a // \beta$$

print d

Da er $a = (d_k, d_{k-1}, \dots, d_1, d_0)_\beta$

Representasjon av desimaltall i (0,1)

$$0.8341 = 8 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-4}$$

Et generelt tall ^(0,1) i β -tall systemet er på formen

$$d_{-1}\beta^{-1} + d_{-2}\beta^{-2} + d_{-3}\beta^{-3} + \dots$$

der hver d_i er et av sifferne

$$n_0, n_1, \dots, n_{\beta-1}$$

$$0 \quad 1 \quad \dots \quad \beta-1$$

Hva blir representasjonen av $\frac{1}{5}$ i 8-tallssystem?

Vi skal finne $d_1, d_2, d_3, d_4, \dots$ slik at

$$\frac{1}{5} = d_1 \cdot 8^{-1} + d_2 \cdot 8^{-2} + d_3 \cdot 8^{-3} + d_4 \cdot 8^{-4} + \dots$$

Vi ganger med 8 på begge sider

$$1 \frac{3}{5} = \frac{8}{5} = d_1 + d_2 \cdot 8^{-1} + d_3 \cdot 8^{-2} + d_4 \cdot 8^{-3} + \dots$$

Skal dette holde må $d_1 = 1$ og

$$\frac{3}{5} = d_2 \cdot 8^{-1} + d_3 \cdot 8^{-2} + d_4 \cdot 8^{-3} + \dots$$

Gang med 8

$$4 \frac{4}{5} = \frac{32}{5} = d_2 + d_3 \cdot 8^{-1} + d_4 \cdot 8^{-2} + \dots$$

Vi ser at vi må ha $d_2 = 4$ og

$$\frac{4}{5} = d_3 \cdot 8^{-1} + d_4 \cdot 8^{-2} + d_5 \cdot 8^{-3} + \dots$$

Gang med 8:

$$6 \frac{32}{5} = \frac{32}{5} = d_3 + d_4 \cdot 8^{-1} + d_5 \cdot 8^{-2} + \dots$$

Dermed må $d_3 = 6$ og

$$\frac{2}{5} = d_4 \cdot 8^{-1} + d_5 \cdot 8^{-2} + d_6 \cdot 8^{-3}$$

Gang med 8:

$$1 \frac{16}{5} = \frac{16}{5} = d_4 + d_5 \cdot 8^{-1} + d_6 \cdot 8^{-2} + \dots$$

Da må $d_4 = 3$ og

$$\frac{1}{5} = d_5 \cdot 8^{-1} + d_6 \cdot 8^{-2} + \dots$$

Alt sammen er $\frac{1}{5} = 0.146314631463\dots_8$

$$\frac{1}{5} = 0.2_{10}$$

Teorem 1 Et vilkårlig reelt tall $i \in (0,1)$ kan representeres på en entydig måte med grenstall $\beta > 1$.

Teorem 2. La a være et reelt tall $i \in (0,1)$. Da vil sifterne i β -systemet gjenta seg hvis og bare hvis a er et rasjonalt tall.

Teorem 3. Representasjonen av a i β -systemet består av et endelig antall siffer hvis og bare hvis $a = b/c$ er rasjonel og alle primtallsfaktorene $i < \beta$ forekommer β .

Eks: Repr. av $\frac{8}{9}$ i 6-tall systemet.

$$\frac{8}{9} = d_{-1}6^{-1} + d_{-2}6^{-2} + d_{-3}6^{-3} \dots$$

$$\begin{aligned}\frac{8}{9} &= \frac{32}{36} = \frac{5 \cdot 6 + 2}{36} = 5 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{36} \\ &= 5 \cdot 6^{-1} + 2 \cdot 6^{-2}\end{aligned}$$

$$\frac{8}{9} = 0.52_6$$