Kalkulus

4.1.3.b)

$$X_{n+2} + 2X_{n+1} + 4X_n = 0$$

karakteristisk likning: $r^2 + 2r + 4 = 0$

røttene: $r = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4-16}}{2} = -1 \pm i\sqrt{3}$ (komplekse)

vi velger $r = -1 + i\sqrt{3}$. modulus $= \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

argument: $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{\theta = \dfrac{2\pi}{3}}$

setning 4.1.16

kompleks form: $X_n = Cr^n + \bar{C}\bar{r}^n = \underline{\underline{C(-1+i\sqrt{3})^n + \bar{C}(-1-i\sqrt{3})^n}}$

reell form: $X_n = E\,\underbrace{2}_{\text{modulus}}{}^n \cos\left(\underbrace{\tfrac{2\pi n}{3}}_{\text{argument}\cdot n}\right) + F\,2^n \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right)$

4.1.9

a_n = antall slike sekvenser (lengde n) $\underbrace{1\,.\,.\,.\,.\,.}_{n}$

$a_1 = 1$, siden det første tegnet skal være 1

$a_2 = 1$, siden 10 er eneste mulighet

Hvorfor er $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$?

lengde n.

en sekvens av lengde n kan ende på:

1 → $\underbrace{\text{må da ende på 01}}$, de andre n-2 siffer kan velges uavhengig av disse 2

↓ a_{n-2} muligheter

eller

0

↓ de andre n-1 siffer kan velges uavhengig av dette sifferet

→ a_{n-1} muligheter

til sammen:

$a_n = a_{n-2} + a_{n-1}$ muligheter

4.1.9 forts:

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ kan skrives: $a_n - a_{n-1} - a_{n-2} = 0$

karakterisk likning: $r^2 - r - 1 = 0 \Rightarrow r = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

generelle løsningen: $a_n = C\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + D\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$

vi setter inn $a_1 = 1$, $a_2 = 1$:

$$C\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + D\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) = 1 \qquad C(1+\sqrt{5}) + D(1-\sqrt{5}) = 2$$

$$C\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + D\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1 \Rightarrow C(3+\sqrt{5}) + D(3-\sqrt{5}) = 2$$

trekker fra hverandre $\Rightarrow 2C + 2D = 0 \Rightarrow D = -C$

satt inn i første: $2C\sqrt{5} = 2 \Rightarrow C = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $D = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$\Rightarrow a_n = \frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n = \underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{5}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right)}}$$

5.2.2

$\frac{1}{2} + \sin(-x^2)$ kan gi kanselering, siden det er mulig å velge x s.a $\sin(-x^2) = -\frac{1}{2}$

de andre uttrykkene kan <u>ikke</u> gi slik kanselering.

5.2.6. b)

$9.834 + 2.45 \longrightarrow 0.2450 \cdot 10^1$

skrives: $0.9834 \cdot 10^1$

$0.9834 \cdot 10^1$ er størst av disse 2, så vi skal bruke eksponent 1.

$$9.834 + 2.45 = 0.9834 \cdot 10^1 + 0.2450 \cdot 10^1$$
$$= (0.9834 + 0.2450) \cdot 10^1$$
$$= 1.2284 \cdot 10^1$$

normalisert form for denne: $0.1228 \cdot 10^2$, gjorde avrunding