Representasjon av heltall i grunntall β

Kap. 3 i komp. seksjon 3.2.

Anta a er et heltall. Ønsker å skrive med grunntall β:

$$a = d_k \beta^k + d_{k-1}\beta^{k-1} + \cdots + d_1 \beta + d_0$$

der hver d_i angir et tall mellom 0 og $\beta - 1$.

Konvertering til β-tall systemet.

Ex. $3761 = (d_3 d_2 d_1 d_0)_8$

$$= d_3 8^3 + d_2 8^2 + d_1 8 + d_0$$

Algoritme 1

$a_0 = a$

for $i = 0, 1, \ldots k$

$d_i = a_i \% \beta$

$a_{i+1} = a_i // \beta$

Print d_i

Algoritme 2

while $a > 0$

$d = a \% \beta$

$a = a // \beta$

Print d

Tabellform

Vi skriver ofte konverteringen i en tabell

3761	1
470	6
58	2
7	7

Eks 2. 141 i totallsystemet

141	1
70	0
35	1
17	1
8	0
4	0
2	0
1	1

$141 = (1000\,1101)_2$

Tall i to-tallsystemt blir lett lange og uoversiktlige. Derfor konverteres de ofte til 16-tall systemt (heksadesimale systemet). Konverteringen gjøre ved å konvertere ett og ett siffer.

Tabell

10	2
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111

	10	2
	8	1000
	9	1001
a	10	1010
b	11	1011
c	12	1100
d	13	1101
e	14	1110
f	15	1111

Vi har

$(a\ b\ 1)_{16}$

$= (1010\ 1011\ 0001)_2$

$(1100\ 0010\ 0000\ 0110)_2$

$= (c\ 2\ 0\ 6)_{16}$

Representasjon av reelle tall i $(0,1)$ med grunntall β.

Husk at $0{,}3689 = 3 \cdot 10^{-1} + 6 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} + 9 \cdot 10^{-4}$

Derfor $0{,}1765_8 = 1 \cdot 8^{-1} + 7 \cdot 8^{-2} + 6 \cdot 8^{-3} + 5 \cdot 8^{-4}$

Generelt:

$$a = (0.d_{-1}d_{-2}d_{-3}\ldots)_\beta = d_{-1}\beta^{-1} + d_{-2}\beta^{-2} + d_{-3}\beta^{-3} + \ldots$$

der d_i angir et av sifferne $0, 1, \ldots, \beta-1$.
Slike tall ligger i intervallet $[0,1]$.

Eneste måte å få 1 er ved å velge

$d_i = \beta - 1$, $i = -1, -2, -3, \ldots$

Konvertering av tall i (0,1).

Eksempel: $\frac{1}{5}$ i 8-tall systemet.

Vi ønsker å finne $d_{-1}, d_{-2}, d_{-3}, d_{-4}, \dots$ slik at

$$\frac{1}{5} = d_{-1} 8^{-1} + d_{-2} 8^{-2} + d_{-3} 8^{-3} + \dots$$

Vi ganger med 8:

$$1.6 = \frac{8}{5} = d_{-1} + d_{-2} 8^{-1} + d_{-3} 8^{-2} + d_{-4} 8^{-3} + \dots$$

Eneste mulighet for å få til dette er å velge $d_{-1} = 1$. Vi trekker fra $d_{-1} = 1$ nå begge sider og ser at vi må ha

$$0.6 = \frac{3}{5} = d_{-2} 8^{-1} + d_{-3} 8^{-2} + d_{-4} 8^{-3} + \dots$$

Vi ganger med 8

$$4.8 = \frac{24}{5} = d_{-2} + d_{-3} 8^{-1} + d_{-4} 8^{-2} + \dots$$

Må ha $d_{-2} = 4$. Vi trekker fra $d_{-2} = 4$ og får

$$0.8 = \frac{4}{5} = d_{-3} 8^{-1} + d_{-4} 8^{-2} + d_{-5} 8^{-3} + \dots$$

Ganger med 8

$$6.4 = \frac{32}{5} = d_{-3} + d_{-4} 8^{-1} + d_{-5} 8^{-2} + \dots$$

Trekk fra $d_{-3} = 6$

$$\frac{2}{5} = d_{-4} 8^{-1} + d_{-5} 8^{-2} + d_{-6} 8^{-3} + \dots$$

Gang med 8

$$3.2 = \frac{16}{5} = d_{-4} + d_{-5} 8^{-1} + d_{-6} 8^{-2} \dots$$

Trekk fra $d_{-4} = 3$

$$\frac{1}{5} = d_{-5} 8^{-1} + d_{-6} 8^{-2} + \dots$$

$$\frac{1}{5} = (0.1463\,1463\,1463\dots)_8$$