2. september, 2013

MAT-INF 1100: Obligatorisk oppgave 1

Innleveringsfrist: 19/9-2013, kl. 14:30

Informasjon

Den skriftlige besvarelsen skal leveres i obligkassa som står i gangen utenfor ekspedisjonen i 7. et. i Niels Henrik Abels hus senest *kl. 14.30 torsdag 19/9.* Besvarelsen *skal* være skrevet av deg selv, for hånd eller på datamaskin.

Studenter som blir syke eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse for denne obligatoriske oppgaven, må ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. et. Niels Henrik Abels hus, telefon 22 8558 88, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

Det er både lurt og lærerikt å samarbeide med andre i arbeidet med oppgavene, og gruppelærerne har anledning til å hjelpe, men ikke med ferdige løsninger. Målet med den obligatoriske oppgaven er at dere skal lære, men *den endelige besvarelsen som du leverer skal utarbeides av deg selv, og du må kunne redegjøre for innholdet ved en eventuell muntlig høring (aktuelt ved mistanke om avskrift).*

Husk at de to obligatoriske oppgavene i MAT-INF 1100 begge må bestås for å kunne gå opp til endelig eksamen i kurset. *For å få bestått på denne første obligatoriske oppgaven må du gjøre seriøse løsningsforsøk på alle oppgavene, og minst tre av de fem oppgavene bør være riktig besvart (hele oppgave 1 regnes her som en deloppgave).*

Oppgaver

Oppgave 1. Uttrykk følgende tall som en sifferutvikling i 2-tallsystemet, det vil si skriv dem på formen $(d_n d_{n-1} \ldots d_1 d_0 \,.\, d_{-1} d_{-2} \ldots)_2$. Angi den repeterende sekvensen i de tilfellene der sifrene gjentar seg.

a) $\mathrm{fb7}_{16}$

b) $11/64$

c) $1/20$

d) 0.2_7

e) $\mathrm{d2a}_{16}/10_{16}$.

Oppgave 2. Følgen $\{x_n\}$ er gitt ved differensligningen

$$x_n = \cos(x_{n-1}) \sin(x_{n-2}) \quad \text{for } n \geq 2$$

og $x_0 = 3$ og $x_1 = 3/2$. Vis ved induksjon at $0 \leq x_n \leq 1$ for alle heltall $n \geq 2$.

Oppgave 3. Fra seksjon 5.2 i kompendiet er det klart at addisjonen $1.0 + \epsilon$ vil gi 1.0 som resultat hvis ϵ er tilstrekkelig liten. Bruk Python og finn det minste naturlige tallet n slik at $1.0 + 2^{-n}$ gir resultatet 1.0. Forklar ut fra dette omtrent hvor mange binære siffer Python bruker ved representasjon av reelle tall. Hvis du ikke kjenner til Python kan du bruke kalkulatoren din.

Oppgave 4. Anta at du skal skrive et program for å beregne de reelle røttene til annengradspolynomet $ax^2 + bx + c = 0$, der koeffisientene a, b og c er gitte, reelle tall (de vil typisk leses inn i starten av programmet). De tradisjonelle formlene for de to løsningene er

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Identifiser situasjoner (verdier av koeffisientene) der formlene ikke gir mening eller fører til store avrundingsfeil, og foreslå alternative formler som kan brukes i disse tilfellene for å unngå problemene. (Du trenger ikke skrive programmet!)

Oppgave 5. Følgende python-program er gitt:

```
from random import random

antfeil = 0; N = 10000
x0 = y0 = z0 = 0.0
feilass1 = feilass2 = 0.0

for i in range(N):
    x = random(); y = random(); z = random()
    ass1 = (x + y) + z
    ass2 = x + (y + z)

    if ass1 != ass2:
        antfeil += 1
        x0 = x; y0 = y; z0 = z
        feilass1 = ass1
        feilass2 = ass2

print (100. * antfeil/N)
print x0, y0, z0, feilass1 - feilass2
```

En kjøring av programmet ga utskriften

```
17.51
0.905679374142 0.755990366699 0.396373961414 -4.4408920985e-16
```

Forklar hva programmet gjør og hva utskriften forteller oss.

Lykke til!!