3.3.1c) 17_β primtall, alltid?

$17_\beta = 1\cdot\beta^1 + 7\cdot\beta^0 = \beta + 7$, som ikke alltid er primtall.

$\beta^1 \ \beta^0$

d) $\dfrac{\ln\left((\sqrt{e})^\pi\right)}{\pi} = \dfrac{\ln\left(e^{\pi/2}\right)}{\pi} = \dfrac{\frac{\pi}{2}\ln e}{\pi} = \frac{1}{2}$, rasjonal.

evt: $\ln\left(\dfrac{\sqrt{e^\pi}}{\pi}\right) = \ln\sqrt{e^\pi} - \ln\pi = \frac{\pi}{2}\ln e - \ln\pi$

2012-versjon av kompendiet. $= \frac{\pi}{2} - \ln\pi$, irrasjonal.

3.3.8

desimaltall i base β, med endelig antall siffer:

er på formen $(d_m d_{m-1} \cdots d_0 . d_{-1} d_{-2} \cdots d_{-k})_\beta$

$$= d_m \beta^m + d_{m-1}\beta^{m-1} + \cdots + d_0 \beta^0 + d_{-1}\beta^{-1} + d_{-2}\beta^{-2} + \cdots + d_{-k}\beta^{-k}$$

kun positive potenser av β $\longrightarrow$

$$= \frac{d_m \beta^{m+k} + d_{m-1}\beta^{m-1+k} + \cdots + d_0 \beta^{0+k} + d_{-1}\beta^{-1+k} + d_{-2}\beta^{-2+k} + \cdots + d_{-k}\beta^{-k+k}}{\beta^k}$$

siden teller og nevner er hele tall, så ~~er~~ tallet rasjonalt.

3.3.7

desimaltall der sifrene repeteres i det uendelige.

$$\underbrace{d_n \cdots d_0 . d_{-1} \cdots d_{-k}}_{a}\,\underbrace{d_{-k-1} \cdots d_{-k-r}}_{b_0}\,\underbrace{d_{-k-1} \cdots d_{-k-r}}_{b_1}\,\underbrace{d_{-k-1} \cdots d_{-k-r}}_{b_2}\,{}_\beta \cdots$$

r siffer

$(a, b_0, b_1, \ldots)$ er tallene som kun har de indikerte sifrene.

fra 3.3.8: viste at $a = d_n \cdots d_0 . d_{-1} \cdots d_{-k}$ er et rasjonalt tall.

Vi har at
$$b_0 = 0.0 \cdots 0\, d_{-k-1} \cdots d_{-k-r_\beta}$$
$$b_1 = 0.0 \cdots 0\ 0 \cdots 0\ d_{-k-1} \cdots d_{-k-r_\beta}$$
$$b_2 = 0.0 \cdots 0\ 0 \cdots 0\ 0 \cdots 0\, d_{-k-1} \cdots d_{-k-r_\beta}$$

Ser at
$$b_1 = \beta^{-r} b_0$$
$$b_2 = \beta^{-2r} b_0$$
$$\vdots$$
$$b_m = \beta^{-mr} b_0$$

tallet kan skrives: $a + b_0 + b_1 + b_2 + \cdots = a + b_0 + \beta^{-r} b_0 + \beta^{-2r} b_0 + \beta^{-3r} b_0 + \cdots$
$$= a + b_0 (1 + \beta^{-r} + \beta^{-2r} + \beta^{-3r} + \cdots)$$

Vi vet: $a_0 + a_0 k + a_0 k^2 + \cdots a_0 k^{n-1} = a_0 \frac{1-k^n}{1-k}$ (summeformelen til en geometrisk rekke) $k^n \to 0$

Hvis $0<k<1$ $\quad a_0 + a_0 k + a_0 k^2 + \cdots = \frac{a_0}{1-k}$

$(k = \beta^{-r})$ $\quad = a + b_0 \frac{1}{1-\beta^{-r}} = \frac{a(1-\beta^{-r}) + b_0}{1-\beta^{-r}}$, rasjonal.

(brukte geom. summeformel på $1+\beta^{-r}+\beta^{-2r}+\cdots$

4.1.1 a) 8 bits første bit brukes til fortegnet.
(0: positivt, 1: negativt)

det største tallet er da: $0\,111\,1111_2 = \overbrace{1\,000\,0000_2}^{2^7} - 1 = 127$

$64, 32, 16, 8, 4, 2, 1 = 127$

mer generelt: to-komplement med n bits:
største tall blir $\underline{\underline{2^{n-1} - 1}}$

3.2.4 $\underset{11}{100100_2}$

a) $44_8 = 4\cdot 8^1 + 4\cdot 8^0 = 32+4 = 36 = \underset{2^5}{32} + \underset{2^2}{4} = \underline{\underline{100100}}$ 2^5 2^2 2^6

alg 3.6 for å regne ut sifrene til 36 i 2-tallsystemet:

$d_0 = 36 \% 2 = \underline{0}$ $\quad d_1 = 18 \% 2 = \underline{0}$ $\quad d_2 = 9\%2 = \underline{1}$ $\quad d_3 = 4\%2 = 0$ $\quad d_4 = 2\%2 = 0$ $\quad d_5 = 1\%2 = \underline{1}$

$36 // 2 = 18 \nearrow$ $\quad 18 // 2 = 9 \nearrow$ $\quad 9//2 = 4 \nearrow$ $\quad 4//2 = 2 \nearrow$ $\quad 2//2 = 1 \nearrow$ $\quad 1//2 = 0$

stopp

$d_5 d_4 d_3 d_2 d_1 d_0 = \underline{\underline{100100}}$

3.2.5 f)

$1000_2 = 8$

$0.\underbrace{1111}_{\substack{15 \\ f}}\ \underbrace{1111}_{\substack{15 \\ f}}\ \overset{\overset{8}{\parallel}}{1}_2 = \underline{\underline{0.ff8_{16}}}$

3.3.1 a) er 10_β størst i base $\beta = 10$, i forhold til $\beta = 9$?

$10_\beta = 1 \cdot \beta^1 + 0 \cdot \beta^0 = \beta$, størst for $\beta = 10$. <u>Sant</u>

b) er 0.1_β størst i base $\beta = 10$, i forhold til $\beta = 9$?

$0.1_\beta = \beta^{-1}$ $\quad 10^{-1} < 9^{-1}$, <u>feil</u>

3.3.4 $\quad \pi = \underset{\text{heltallsdel "3"}}{3}.14159265\ldots \qquad$ i 9-tallssystemet.

alg 3.16 : $\quad a_\beta = 0.14159265\ldots \qquad \beta = 9$

$d_{-1} = \lfloor a \cdot 9 \rfloor = \underline{1}$

$a = a \cdot \underset{\beta}{9} - \underset{d_{-1}}{1} = 0.27433388$

$d_{-2} = \lfloor a \cdot 9 \rfloor = \underline{2}$

$a = a \cdot 9 - 2 = 0.46900494$

$d_{-3} = \lfloor a \cdot 9 \rfloor = \underline{4}$

$a = a \cdot 9 - 4 = 0.22104466$

$d_{-4} = \lfloor a \cdot 9 \rfloor = \underline{1}$

$a = \ldots$

$\Rightarrow \pi \approx 3.d_{-1}d_{-2}d_{-3}d_{-4} = 3.1241_9$

3.3.6 $\quad a = \frac{b}{c}$

hva er maks. lengde i repeterende sekvens i β-systemet for a?

alg 3.20 $\quad$ for $i = -1, -2, \dots, -k$

$$d_i = (b\beta) // c$$
$$b = (b\beta) \% c$$

når vi får tilbake en b vi har sett før, så vil alt repeteres.

hvis $b = 0$: da vil $b = 0$ videre, og også $d_i = 0$ videre.

b er en av $0, 1, \dots, c-1$

maks lengde i en repeterende sekvens får vi da hvis alle $1, \dots, c-1$ inngår i den, slik at makslengde blir $\underline{\underline{c-1}}$

4.1.1 c)

```
int a=1;
int ap=0;
while a>ap
    a=a+1
    ap=ap+1;
print a;
```

} i Python

3.4.1 a) $7_\beta + 8_\beta = 13_\beta$. Sann for hvilken β?

(må ha $\beta > 8$) $7 + 8 = 1 \cdot \beta + 3 = \beta + 3$

$\beta + 3 = 15 \quad \underline{\underline{\beta = 12}}$

3.4.3 c)

$$\begin{array}{r} \overset{8}{\cancel{5}}27_8 \\ -\ 333_8 \\ \hline \underline{\underline{174_8}} \end{array}$$