23. oktober, 2014

MAT-INF1100/MAT-INF1100L: Obligatorisk oppgave 2

Innleveringsfrist: 6/11-2014, kl. 14:30

Informasjon

Du kan levere de obligatoriske oppgavene på papir eller digitalt på `https://devilry.ifi.uio.no`. *Uavhengig av hvilken innleveringsform du velger, så skal en komplett besvarelse være tilgjengelig i enten papirformat eller digitalt på devilry.*

Innlevering på papir

Papirbesvarelser skal leveres i obligkassa som står i gangen utenfor ekspedisjonen i 7. etg. i Niels Henrik Abels hus. I papirinnleveringen kan du skrive svaret på oppgavene for hånd eller ta en utskrift av noe du har skrevet digitalt. Forsiden på besvarelsen skal være matematisk institutts ”Forside for obligatoriske innleveringer”.

I de oppgavene der du blir bedt om å skrive et program må du ved en papirinnlevering skrive ut programkoden og levere denne sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

For å skrive ut programkoden fra en av UiO sine linux maskiner kan du gå til mappen hvor programmet ditt ligger og skrive

```
ppr -P skrivernavn filnavn
```

der `filnavn` er navnet på filen du ønsker å skrive ut og `skrivernavn` er navnet på skriveren. Et typisk valg for `skrivernavn` vil da være ”pluto” for utskrift på Realfagsbiblioteket eller ”imai” for utskrift på Ablestua.

Om du ønsker, kan du i tillegg til å levere programmene dine på papir, også levere disse på devilry. Navnet på de filene du laster opp på devilry skal da starte med brukernavnet ditt. Se eksempel på dette under ”Levering på devilry”.

Levering på devilry

Dersom du ønsker å levere hele besvarelsen på devilry er det en forutsetning at denne er skrevet i LaTeX, Open Office, Microsoft Word eller et annet program som støtter grafisk fremstilling av formler. Det er altså ikke tillatt å levere rene txt-filer, ukompilerte tex-filer, bilder av håndskrevne ark eller pdf-filer av skannede håndskrevne ark.

I besvarelsen skal du på den første siden skrive navn, brukernavn og emnekode (MAT-INF1100 eller MAT-INF1100L). På denne måten blir det lettere å se hvem besvarelsen tilhører ved en eventuell utskrift.

I de oppgavene der du blir bedt om å skrive et program kan du velge om du vil levere programkoden som en del av hovedfilen eller om du vil laste opp hovedfilen og programmene hver for seg.

Alle filer du laster opp på devilry skal ha et filnavn som begynner med brukernavnet ditt, slik at det blir enkelt å se hvilke filer som tilhører den enkelte. Det vil si at dersom Kari Nordmann har brukernavnet "karinordm". Vil filene hun laster opp for eksempel hete

`karinordm.pdf` `karinordm_roots.py` `karinordm_3a.py`

Studenter som blir syke eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse for denne obligatoriske oppgaven, må ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. et. Niels Henrik Abels hus, telefon 22 8558 88, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

Du kan lære masse fra medstudenter så det er både lurt og lærerikt å samarbeide med andre i arbeidet med oppgavene. Gruppelærerne har også anledning til å hjelpe, men ikke med ferdige løsninger. Målet med den obligatoriske oppgaven er at den skal bidra til læring, men *den endelige besvarelsen som du leverer må du skrive selv, og du må kunne redegjøre for innholdet ved en eventuell muntlig høring (aktuelt ved mistanke om ren avskrift, det gir dessverre ikke så mye læring :-)).*

Husk at denne obligatoriske oppgaven må bestås for å kunne gå opp til endelig eksamen, uansett om du tar MAT-INF1100 eller MAT-INF1100L. *For å få bestått på denne obligatoriske oppgaven må du gjøre seriøse løsningsforsøk på alle oppgavene, og minst fire av de syv første deloppgavene bør være riktig besvart.*

Hvis du har samarbeidet nært med noen, er det fint om du skriver vedkommendes navn her:

Oppgaver

Oppgave 1. Ved hjelp av en GPS har vi målt farten v til et objekt som beveger seg. Målingene er gjort ved $N+1$ tidspunkter $(t_i)_{i=0}^N$ slik at resultatet er en følge av tall-par $(t_i, v_i)_{i=0}^N$ der v_i angir farten ved tidspunktet t_i.

a) Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets akselle-rasjon $a(t) = v'(t)$ ut fra de beregnede verdiene (t_i, v_i) av farten.

b) Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets avstand fra startpunktet $s(t)$ ut fra de beregnede verdiene når $v(t) = s'(t)$ og $s(t_0) = 0$.

c) Fila
`http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT-INF1100/h14/running.txt`
er en logfil fra en løpetur, der vi på hver linje finner kommasepa-rerte tid/fart verdier. Du har lært at du kan lese inn verdiene fra denne fila inn i to vektorer `t` og `v` ved hjelp av følgende kode:

```python
t = []
v = []
infile = open('running.txt','r')
for line in infile:
    tnext, vnext = line.strip().split(',')
    t.append(float(tnext))
    v.append(float(vnext))
infile.close()
```

Last ned fila `running.txt` og kjør denne koden, og bruk algorit-mene fra a) og b) til å lage to plott: Et der du plotter objektets akselerasjon mot tid, og et der du plotter objektets avstand fra startpunktet mot tid.

Oppgave 2. Vi har differensialligningen

$$x' - x^2 = 1, \quad x(0) = 1. \tag{1}$$

a) Finn løsningen $x(t)$ av differensialligningen analytisk. (Hint: Lig-ningen er separabel.)

b) Løs ligningen numerisk på intervallet $[0, 0.6]$ ved å ta 6 steg med Eulers metode (med kalkulator eller datamaskin). Plott den nu-meriske løsningen sammen med den eksakte løsningen (for hånd eller ved hjelp av datamaskin).

c) Gjenta (b), men bruk Eulers midtpunktmetode i stedenfor Euler's metode. Plott den numeriske løsningen du nå får sammen med løsningene du plottet i (b).

d) Et alternativ til de to metodene over er som følger. Anta at vi skal løse $x' = f(t, x)$. Den nye metoden er basert på at steget fra tilnærmingen (t_k, x_k) til tilnærmingen (t_{k+1}, x_{k+1}) beregnes ved

$$x_{k+1} = x_k + hf\big(t_k + h/2, (x_{k+1} + x_k)/2\big).$$

For ligningen (1) gir dette

$$x_{k+1} = x_k + h\left(1 + \frac{(x_k + x_{k+1})^2}{4}\right). \tag{2}$$

Denne ligningen kan løses med hensyn på x_{k+1}, noe som gir

$$x_{k+1} = \frac{2 - hx_k - 2\sqrt{1 - h^2 - 2x_k h}}{h} \tag{3}$$

Lag en algoritme som beregner x_{k+1} ved hjelp av denne formelen. Er det noen begrensninger på hvilken h som kan brukes?

Gjør 6 steg som for de andre metodene, og legg også denne løsningen inn i det samme plottet som de andre løsningene. Hvilken metode ser ut til å fungere best?

e) (Frivillig.) Ligningen (2) har to løsninger, og i (3) plukker vi ut en av disse. Forklar hvorfor vi ikke velger den andre løsningen.

Lykke til!!